

**UNIVERSIDAD NACIONAL “JORGE BASADRE GROHMANN” - TACNA**

Facultad de Ingeniería

Escuela Académico Profesional de Ingeniería de Minas

“OPTIMIZACIÓN EN LA ESTIMACIÓN DE RECURSOS Y LÍMITE DE  
EXPLOTACIÓN EN EL PROYECTO MICHQUILLAY”

**TESIS**

PRESENTADA POR:

Bach. Edward Royser Centeno Velasquez

Para Optar el Título Profesional de:

**INGENIERO DE MINAS**

TACNA - PERÚ

**2014**

UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE MINAS

“OPTIMIZACIÓN EN LA ESTIMACIÓN DE RECURSOS Y LÍMITE DE  
EXPLOTACIÓN EN EL PROYECTO MICHQUILLAY”

Tesis sustentada y aprobada el martes 25 de Marzo del 2014, estando  
integrado el jurado calificador por:

PRESIDENTE

.....  
Dr. Julio Miguel Fernández Prado

1er. MIEMBRO  
(SECRETARIO)

.....  
MSc. Jorge José Segura Dávila

2do. MIEMBRO

.....  
MSc. Salomón Medardo Ortiz Quintanilla

ASESOR

.....  
MSc. Carlos Huisa Ccori

## **DEDICATORIA**

A DIOS, por darme más de lo que merezco. A mis queridos padre, madre, hermana y hermano, por su grandioso apoyo y amor. A mis tutores y jefes, a mis tíos, primos, familia y amigos que siempre me apoyan a pesar de mis errores.

## **AGRADECIMIENTO**

Mi agradecimiento a todos los catedráticos de la Escuela de Ingeniería de Minas de la Universidad Nacional “Jorge Basadre Grohmann” que aportaron sus conocimientos en bien de mi formación académica.

Así mismo, mi gratitud a Anglo American, por haberme dado la oportunidad de desarrollarme profesionalmente y permitir el desarrollo de la presente Tesis, a los Ingenieros R. Mattos, P. Cabello, quienes con sus enseñanzas impulsaron el trabajo de investigación.

## CONTENIDO

DEDICATORIA	iii
AGRADECIMIENTO	iv
RESUMEN	x
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	
1.1. Descripción del problema	3
1.1.1. Antecedentes del problema	3
1.1.2. Problemática de la investigación	4
1.2. Formulación del problema	4
1.3. Justificación e importancia	5
1.4. Alcances y limitaciones	5
1.5. Objetivos	5
1.5.1. Objetivos generales	5
1.5.2. Objetivos específicos	6
1.6. Hipótesis general	6
1.7. Operacionalización de variables	6

## CAPÍTULO II

### ASPECTOS GENERALES

2.1 Aspectos generales del proyecto	8
2.1.1 Ubicación	8
2.1.2 Acceso	9
2.1.3 Historia	9
2.1.4 Clima	10
2.1.5 Geomorfología	11
2.1.6 Geología	12
2.1.6.1 Geología regional	12
2.1.6.2 Geología local	18
2.1.7 Mineralización	23

## CAPÍTULO III

### MARCO TEÓRICO

3.1 Estudio exploratorio de datos	26
3.1.1 Despliegue de datos	26
3.1.2 Histogramas	29
3.1.3 Estadísticas elementales	31
3.2 Geoestadística	37
3.3 Modelamiento de la estructura de la variable	39
3.4 Evaluación local	56

3.5	Diseño del límite final de una mina a cielo abierto	66
3.5.1	Tipos de algoritmos de diseño de minas a cielo abierto.	68
3.5.2	Métodos para el diseño del tajo final de minas a cielo abierto	68
3.5.2.1	Métodos manuales.	68
3.5.2.2	Métodos automatizados.	69
3.6	Descripción conceptual del algoritmo del cono móvil optimizante	71
3.7	Método de diseño de S. Korobov.	71
3.8	Método de diseño de Lerchs y Grossman.	72

## CAPÍTULO IV

### MARCO METODOLÓGICO

4.1	Tipo de investigación	83
4.2	Diseño de la investigación	84
4.3	Nivel de investigación	84
4.4	Método de investigación	84
4.5	Tamaño de muestra	86
4.6	Instrumento para recolección de datos	86

## CAPÍTULO V

### ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1 Optimización aplicando métodos geoestadísticos para estimación de recursos proyecto Michiquillay.	87
5.1.1 Análisis exploratorio de datos	87
5.1.1.1 Base de datos disponible	87
5.1.1.2 Regularización de la muestra	91
5.1.1.3 Análisis estadístico global y local	92
5.1.1.4 Análisis de distribución acumulada	93
5.1.1.5 Análisis de variabilidad	96
5.1.2 Modelamiento geológico	98
5.1.3 Análisis variográfico	102
5.1.4 Validación cruzada	108
5.1.5 Interpolación kriging ordinario	113
5.1.6 Curva tonelaje ley	116
5.1.7 Clasificación de recursos	118
5.2 Determinación de límites de explotación	122
5.2.1 Modelo económico	123
5.2.2 Pit Final	124
5.2.3 Fases de minado	129
5.2.4 Reservas de mineral	134



## **RESUMEN**

El presente trabajo de investigación tiene por objetivo la aplicación de métodos que optimicen y generen valor a yacimientos explotables a cielo abierto, considerando los distintos factores que intervienen en la planificación minera, enfocando la estimación de recursos minerales y la determinación de los límites de explotación.

Para determinar la cantidad de recursos minerales se aplicaron técnicas geoestadísticas desde análisis exploratorio de datos, análisis variográfico y estimación por Kriging Ordinario. Para la determinación de los límites de explotación se aplicaron algoritmos de optimización como Lerch & Grossmann, teniendo como criterio económico de rentabilidad la sumatoria de flujos de caja descontados o valor actual neto (VAN) de mina.

Tanto las técnicas geoestadísticas como los algoritmos de optimización de tajo en minería superficial se soportan en herramientas computacionales comúnmente llamados “software mineros”, los cuales fueron necesarios para el desarrollo de la tesis..

## INTRODUCCIÓN

Una de las principales interrogantes en la minería corresponde a la estimación de recurso geológico que en etapas previas a la operación minera determinan las reservas y condicionan el potencial económico del yacimiento. La presente tesis tiene como propósito evaluar el yacimiento Michiquillay mediante técnicas y algoritmos que permiten reducir los altos índices de incertidumbre que caracteriza el negocio minero.

El yacimiento Michiquillay tipo pórfido de cobre, ubicado en el norte del Perú fue estudiado y se le aplicaron las técnicas mencionadas, obteniendo los resultados: Se estimó un recurso mineral cuprífero de 1,048 Mt con ley promedio de 0,64 % Cu y una ley de corte de 0,40 % Cu.

Este presente trabajo de investigación se desarrolla en cuatro capítulos principales:

Capítulo I, Planteamiento Metodológico de la Investigación: Planteamiento del problema, formulación del problema, objetivos, justificación del problema, hipótesis, metodología de investigación,

variables de la investigación.

Capítulo II, Aspectos Generales: Se ha incorporado el detalle del yacimiento en estudio que menciona los antecedentes históricos, geología donde se ha emplazado el yacimiento y factores climáticos.

Capítulo III, Marco Teórico: Descripción de los conceptos geoestadísticos y técnicas aplicadas para la determinación de los límites de explotación, tales como análisis exploratorio de datos, análisis variográfico, algoritmos Lerchs & Grossmann. Se ha incorporado en este capítulo el detalle del yacimiento en estudio.

Capítulo IV, Metodología de la Investigación: Se da a conocer el tipo de metodología a utilizar y la secuencia de tareas y pasos para establecer la metodología de aplicación al presente trabajo.

Capítulo V, Análisis de Resultados: Análisis de los resultados obtenidos de la aplicación de técnicas y algoritmos con soporte computacional al proyecto Michiquillay, desde análisis estadístico de datos hasta la determinación de los límites de explotación.

Finalmente las conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos.

# **CAPÍTULO I**

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **1.1. Descripción del problema**

#### **1.1.1. Antecedentes del problema**

La necesidad de desarrollar y aplicar una metodología para estimar recursos minerales y determinar el límite máximo de explotación en minería superficial de manera que se maximice el aprovechamiento económico y la confianza en los recursos estimados han llevado a desarrollar distintas técnicas para cumplir este objetivo.

Estimación de recursos:

- Métodos de los polígonos.
- Método de Inverso a la distancia.
- Método geoestadístico.

Determinación del límite máximo de explotación:

- Método de Cono Móvil.
- Método de Pushback.
- Algoritmo de Lerch & Grossman.

### **1.1.2. Problemática de la investigación**

Los datos necesarios para la estimación de recursos y determinación del límite de explotación en minería superficial son los siguientes: collares, desviación, leyes, litología y alteración. Los mismos que son confidenciales y de difícil disponibilidad para el desarrollo de la presente tesis.

La cantidad de datos y la metodología a usar requiere contar con software especializado para el desarrollo de la investigación, en la presente tesis de grado se recurrirá a diferentes instituciones para contar con los software requeridos.

## **1.2. Formulación del problema**

La interrogante es el uso o utilización de las herramientas

algorítmicas, manuales y computacionales que maximizan la viabilidad en proyectos de minería superficial.

### **1.3. Justificación e importancia**

Establecer una metodología que ayude a cuantificar los recursos y determine el límite de explotación o tajo final de manera óptima así como un análisis de la variación de los parámetros establecidos.

### **1.4. Alcances y limitaciones**

- La presente tesis tiene alcance a todos los proyectos mineros superficiales que se evalúen con fines económicos.
- Como limitantes de la presente tesis es que gran parte de la bibliografía y software a utilizarse están publicados y desarrollados en idioma inglés.

### **1.5. Objetivos**

#### **1.5.1. Objetivos generales**

Lograr una metodología acorde a los avances

tecnológicos para evaluación de recursos y determinación del límite de explotación, en los distintos proyectos mineros de minería superficial.

#### **1.5.2. Objetivos específicos**

- Obtener el modelo de recursos que represente el comportamiento de leyes del yacimiento.
- Determinar el límite de explotación óptimo.

#### **1.6. Hipótesis general**

La aplicación de una metodología de estimación de recursos minerales permite determinar el límite de explotación en minería superficial.

#### **1.7. Operacionalización de variables**

##### **Variables independientes**

- Topografía.

- Variables geológicas.
- Ley de mineral.
- Sondajes de perforación.
- Parámetros geotécnicos.

### **Variables dependientes**

- Parámetros técnico económicos.
- Parámetros geometalúrgicos.
- Herramientas y algoritmos computacionales.

## **CAPÍTULO II**

### **ASPECTOS GENERALES**

#### **2.1. Aspectos generales del proyecto**

##### **2.1.1. Ubicación**

El proyecto Michiquillay se encuentra ubicada en la Cordillera Occidental al Noroeste del Perú, localizado aproximadamente 3400 a 3950 msnm, a 47 kilómetros Este-NorEste de Cajamarca, Perú, en el distrito de La Encañada, a 908 km de Lima.

##### **2.1.2 Acceso**

El acceso al área del proyecto es por vía terrestre o aérea hasta el aeropuerto de Cajamarca, para luego continuar por vía terrestre desde la ciudad de Cajamarca por carretera asfaltada hasta el distrito de La Encañada para luego tomar el desvío hacia la CCM por trocha hasta el área del proyecto.

Ruta	Distancia (km)	Tiempo de viaje (h)	Vía
Lima- Cajamarca	900	1h 30min	Aérea.
Cajamarca- La Encañada	32	45 min	Carretera asfaltada.
La Encañada- Proyecto Michiquillay	15	20 min	Carretera Afirmada.



**Figura 1.** Ubicación del proyecto Michiquillay

**Fuente:** Internet <http://www.proinversion.gob.pe>

### 2.1.3 Historia

El proyecto Michiquillay está ubicado en uno de los más

grandes distritos mineros del Perú, es un depósito tipo pórfido descubierto por ASARCO (American Smelting and Refinery Company) en 1957 e investigado de 1962 a 1969 con perforación y estudios geológicos.

En 1968 el proyecto fue nacionalizado, en 1974 los trabajos de exploración fueron dirigidos por CENTROMIN, la compañía estatal creada producto de la nacionalización de “Cerro de Pasco Corporation”. Durante el periodo 1974 a 1976 se llevaron a cabo perforaciones adicionales que incluyeron una planta metalúrgica piloto.

En 2005, el Estado Peruano a través de Pro-Inversión anunció la privatización de las concesiones. Anglo American presentó una propuesta y ganó la licitación en abril del 2007.

#### **2.1.4 Clima**

La zona pertenece a la región natural denominada “Región Quechua”, en la cual se presenta un clima con una temperatura media anual de 287,35 K. En la zona de trabajo se presenta una

precipitación promedio de 620 mm<sup>3</sup>; con tres períodos, uno lluvioso con 55 % de la precipitación anual (diciembre, enero, febrero, marzo), un período intermedio con 36 % de la precipitación anual (abril, setiembre, octubre y noviembre) y un período seco con 9 % de la precipitación anual (mayo, junio, julio y agosto). Las precipitaciones son todas las aguas meteóricas (fenómenos atmosféricos) que caen a la superficie de la tierra, tanto en forma líquida como sólida (nieve, granizos, escarcha) SENAMHI. Por su intensidad se identifica en:

Ligera	Menor a 2,5 mm <sup>3</sup> /hora.
Moderada	De 2,5 a 7,6 mm <sup>3</sup> /hora.
Fuerte	Mayor a 7,6 mm <sup>3</sup> /hora.

### **2.1.5 Geomorfología**

Como parte del relieve andino, el área de estudio presenta una variedad de caracteres geomorfológicos que resultan de su compleja topografía y de la existencia de varios pisos altitudinales. Michiquillay está caracterizada por una geomorfología fluvio-glaciar, profundas quebradas y valles rellenados por depósitos morrénicos. Es importante mencionar que el eje principal del área se encuentra

disectado por valles relativamente profundos y en pequeños tramos encañonados que caracterizan el paisaje.

La ubicación geomorfológica del área de estudio corresponde a una transición entre la zona de valle interandino y la superficie puna o altiplanicie. La quebrada Quinuamayo presenta una morfología de relieve moderado, mientras que la parte alta de la cuenca, presenta valles del tipo U. La micro-cuenca tiene una elevada tasa de erosión, motivada por causas naturales y labores agrícolas en terrenos susceptibles a la erosión

## **2.1.6 Geología**

### **2.1.6.1 Geología regional**

#### **Estratigrafía**

Las principales unidades lito estratigráficas de la zona de estudio datan entre el Cretácico y la Edad del Holoceno.

Dentro del área de estudio existen afloramientos de

las unidades sedimentarias e intrusivas que datan del cretáceo inferior a los períodos Cuaternario reciente. Una descripción de las unidades observadas en el sitio en el campo, de suroeste a noreste se resume a continuación:

### **Cretácico Superior**

#### **Yumagual Cretácico**

Esta secuencia está representada por rocas fosilíferas oscuras, afloramientos de caliza gris, en menor medida, se reconoce capas de margas intercaladas de vez en cuando con capas de esquisto, la secuencia sedimentaria mantiene un rumbo constante el N50W y 30 ° SW.

Cerca de la ciudad de Sogorón Alto, cerca de la carretera Pedregal uno puede ver las intrusiones de tipo umbral un promedio de 1 metro de espesor hechas de diorita sin evidencia de alteración.

## **Período Cretácico Inferior**

### **Formación Pariatambo**

Esta unidad se encuentra debajo de la superficie de las rocas de la Formación Yumagual, un aumento de espesor extremo posterior de los negros horizontes de lutitas con intercalaciones de capas de piedra caliza de hasta 1 metro es característico de esta secuencia.

Estructuralmente mantiene características similares de la dirección y la inclinación con respecto a la unidad subyacente, en la zona de la carretera de Cajamarca a Celendín, pasado el desvío hacia Michiquillay que marca una dirección promedio de N60 ° W / SW 45 °.

### **Formación Chulec**

Rocas de afloramiento de la formación Chulec en la parte baja de la Villa Pedregal, entre la escuela del pueblo y la zona del puente en la carretera de Hierbabuena. La unidad se caracteriza por finas capas observadas de hasta

0,50 m de espesor compuesta principalmente de piedra caliza, pizarra oscuro y marga. Debido a su baja resistencia a la intemperie de la unidad adquiere una morfología bastante suave y ondulada como se ve en el entorno de la localidad de Tuyupampa.

### **Formación Inca**

Esta unidad se compone de lutitas gris oscuro con contenido de carbón aparente, intercaladas de piedra caliza, marga y capas de arenisca con un porcentaje de hasta un 3-5 % de hematita formación que se ha observado en el pequeño pueblo de Pedregal.

Debido a la naturaleza plástica de la pizarra, la formación Inca está fuertemente alterada movimiento de plegado y intracapsular.

### **Formación Farrat**

La formación Farrat se compone de capas de cuarcita en bancos de entre 1-2 m, normalmente de color blanco, a veces intercaladas con horizontes de lutitas.

Esta unidad continúa la tendencia de la dirección y de inmersión, variando su disposición espacial cuando se ven afectados por el sistema de fallas del Noroeste, la identificación de los movimientos verticales como el observado en las fallas "Antena y Mella".

### **Formación Carhuaz**

Debajo de la cuarcita en la formación Farrat, se identifica un cambio notable, compuesto por areniscas y lutitas bituminosas en capas de 0,50 m a 0,80 m, además de feldespatos pódidos e intrusiones ojas ligeramente cloritizadas.

### **Intrusivos**

Tres tipos de elementos intrusivos estaban en la propiedad. El más importante es el pódido Michiquillay, que en muestra de mano se manifiesta una textura granular gruesa, fenocristales de feldespato y matriz afanítica, fuertemente alterada a sericita con diseminaciones de los

ojos de cuarzo en un volumen de 1-3 %.

El color apreciación característica bien está dominado por la luz tonos grises con matices de color amarillo a rojo de la presencia de vetillas limonita asociados con el tipo "D" de cuarzo. En los flancos que desde el barranco que atraviesa el depósito de pórfido de feldespatos que reconocemos afloramientos rocosos de tipo secundario con biotita y K-potásicos que contienen alteraciones vetillas de magnetita con agujeros K-huyeron.

Con respecto a la alteración hidrotérmica reconocido, se observa la aparición de inconfundible superposición de cuarzo - sericita y sericita - alteración Kaolin tipo en un área amplia en el depósito.

Un segundo tipo de elemento intruso se encuentra ampliamente distribuida en el área de la propiedad, se caracteriza por una serie de pórfido compuesto principalmente por plagioclasa (PGL) euhedrales fenocristales y matriz afanítica oscuro.

## **2.1.6.2 Geología local**

### **Rocas sedimentarias**

La serie Cretáceo Inferior está constituida principalmente por una secuencia arenácea cuarcítica con intercalaciones de lutitas, correspondientes al grupo Goyllarisquizga dividido en cuatro formaciones: La formación Chimú que consiste de cuarcitas con estratos de conglomerados con clastos de cuarzo, sobre este se tiene a la formación Santa que está compuesta por lutitas negras (Wilson 2000), Las formaciones Carhuaz y Farrat están constituidas de cuarcitas y areniscas. Luego se pasa a una sedimentación marina carbonatada del Cretácico medio a superior, la cual es representada por la formación Inca constituida por areniscas ferruginosas.

**Tabla 1. Columna estratigráfica**

Columna Estratigráfica de la Zona Michiquillay				
Era	Sistema	Nombre	Símbolo	Descripción
Cenozoico	Cuaternario	Depósitos Fluviales	Qr-fl	Gravas y arena redondeadas, limos y arcilla.
		Depósitos Aluviales	Qh-al	Gravas, arenas, cantos
		Depósitos Bofedales	Qh-bo	Fangos Arcillas y turbas
		Depósitos Glaciares	Qp-g	Arcillas y bloques heterométricos
Mesozoico	Cretácico Superior	Formación Cajamarca	Ks-ca	Calizas gris azuladas, macizas , con delgadas intercalaciones de lutitas y margas
		Formación Quilquiñan y Mujarrun	Ks-qm	Calizas nodulares macizas, margas y lutitas pardas amarillentas fosilíferas.
		Formación Yumagual	Ks-yu	calizas gris pardusca, fosilíferas, margas y escasos niveles de lutitas
	Cretácico Inferior	Formación Pariatambo	ki-pa	Margas y lutitas negras bituminosas con intercalaciones de caliza.
		Formación Chulec	Ki-chu	Calizas arenosas, lutitas calcáreas y margas
		Formación Inca	Ki-in	Areniscas Calcáreas y lutitas Ferruginosas y lechos de cuarcita, presentan una superficie de coloración amarillenta.
		Formación Farrat	Ki-f	Cuarcitas de gran resistencia a la erosión con forma escarpas y altas cumbres agudas y largas que destaca el medio.
		Formación Santa	Ki-s	Lutitas grises y calizas margosas.
		Formación Chimú	Ki-chi	Cuarcitas con alternancia de areniscas, cuarcitas y lutitas en la parte inferior y de una potente secuencia de cuarcitas blancas en la parte superior.

**Fuente:** Elaboración propia

Las rocas del Cretáceo Superior están mejor desarrolladas y conforman una potente secuencia calcárea, correspondientes a las formaciones: Chulec, Pariatambo, Yumagual, cortando a las secuencias estratificadas se reconoce un stock porfirítico, compuesto por diques, domos y sills, algunos de ellos con mineralización de Cu-Au / Cu-Mo-Au / Au-Cu, de edad entre los 22 y 17 Ma (Reyes, 1980; Megard, 1987; Ingemmet, 1995).

## **Intrusivo Michiquillay**

En el proyecto Michiquillay aflora un stock de intrusivos Porfiríticos mineralizados, intruyendo la secuencia sedimentaria, caracterizado por el emplazamiento de un stock central y diques – sills. El complejo intrusivo se expande 5 km de largo por 1,5 km ancho (Agencia de Minería de Metal MMA 1975).

El depósito porfirítico Michiquillay se caracteriza por una variación de composición principalmente cuarcífera y feldespática. Cada centro está constituido por un sistema de pórfidos que se han denominado de acuerdo a su momento de emplazamiento como Temprano, Intermineral y Tardío, Siendo definidos básicamente a partir de la textura y la concentración de cobre. En general el sistema de intrusiones porfiríticos del yacimiento Michiquillay presenta una alteración potásica caracterizada por la abundancia de Biotita secundaria y magnetita, además posee también el overprint de sericita y Clorita y el área más extensa cubre una alteración sericitica, finalmente, en la parte superficial se tiene alteración argílica supérgena.

## **Datación del pórfido**

Laughlin et al. (1968) fecha dos intrusiones en la región Michiquillay utilizando la técnica de K-Ar. Michiquillay en intrusivo cuarzo-monzonita que dio una edad de  $20,6 \pm 0,6$  Ma (biotita) y de Michiquillay al norte en Cuarzo-monzonita (hornblenda) que indica una época de  $46,4 \pm 1,8$  Ma (hornblenda). (Llosa et al. (1996) obtuvo una fecha de edad de  $18,8 \pm 1,6$  Ma (biotita magmático) de una intrusión también en Michiquillay utilizando la técnica de K-Ar. Datos  $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$  por R. C. Davies (datos no publicados) indican el emplazamiento de una acción sin mineralización ante Michiquillay producido  $19,77 \pm 0,05$  Ma. Más recientemente, (Noble et al. 2004) estudios de alteración de biotita en dique dataron entre  $20,02 \pm 0,15$  Ma para el norte de Michiquillay, una intrusión estéril fue emplazada  $20,6 \pm 0,14$  Ma (R. C. Davies, datos no publicados). Esto indica que las poblaciones de mineralización en el depósito son algo más jóvenes que las intrusiones no mineralizadas ubicadas hacia el norte.

## **Geología estructural**

El pórfido Michiquillay está controlado por lineamientos estructurales producto de procesos tectónicos que dieron origen a un intenso fallamiento y fracturamiento llamado stockwork originando un control estructural mayor compuesto por las fallas: la Encañada y Michiquillay, también destacan los plegamientos que afectan a la secuencia sedimentaria, cuyos ejes predominantes tienen una orientación Noroeste-Sureste, coincidente con las fallas mayores Laughlin et al. (1968), Davis, R 2002.

El complejo de pórfidos Michiquillay ha sido remplazado por un set de estructuras de orientación NW – SE, las que al cruzarse con estructuras de orientación NE SW generan importantes “zonas de daño” aprovechadas como feeders por el material magmático en general que en parte ha dado origen a los depósitos existentes en el distrito (MMA, 1975).

## **2.1.7 Mineralización**

### **Zona de lixiviación**

En la superficie del yacimiento los sulfuros primarios han sido lixiviados, lo que está evidenciado por la presencia de limonitas que llenan fracturas y tiñen de color marrón a las rocas encajonantes.

El espesor de esta zona varía según el tipo de roca y alteración hidrotermal, alcanzando en el sector S más de 150 m, sin embargo, al SE sólo alcanza algunos metros. También, el techo de sulfuro depende de la presencia de fallas y de las zonas de sheeting veining. La asociación mineral es Kao-Ser-Jar-Goe, local Sm. Los minerales oxidados de cobre son raramente observables, encontrándose en forma excepcional cuprita y malaquita.

### **Zona de enriquecimiento secundario**

La zona de enriquecimiento secundario se extiende como una capa debajo de la zona de lixiviación del yacimiento, con un espesor promedio que varía (30 m). Está constituido predominantemente por calcosita y covelita reemplazo parcial de

Cc-Cv sobre Py – (Cpy).

### **Zona de sulfuros primarios**

El Cu se asocia a Cpy diseminada como en vetillas A y B, principalmente relacionada a la alteración potásica. El fuerte overprint sericítico destruyó gran parte de la mineralización hipógena de Cu, lixiviando y reemplazando la Cpy por Py.

Los principales minerales de la zona de sulfuros primarios son: Pirita, calcopirita y molibdenita. También se encuentran en cantidades subordinadas: enargita, esfalerita, galena, tetraedrita, hematita, bornita.

## **CAPÍTULO III**

### **MARCO TEÓRICO**

La Geoestadística busca estudiar una o varias variables regionalizadas conocidas vía una toma de muestra. Previo al uso de métodos geoestadísticos propiamente tal, conviene realizar un estudio exploratorio de los datos disponibles, el cual tiene tres objetivos:

- 1) Analizar (mediante herramientas estadísticas simples) la cantidad, la calidad y la ubicación de los datos disponibles.
- 2) Definir la(s) zona(s) de estudio. Una división del campo en varias subzonas puede ser relevante si uno observa cambios abruptos en la distribución espacial de valores, o si la geología del fenómeno lo indica.
- 3) Anticipar dificultades o problemas que puedan surgir en la fase de estimación local (por ejemplo, presencia de valores atípicos que se destacan de aquellos de los datos vecinos).

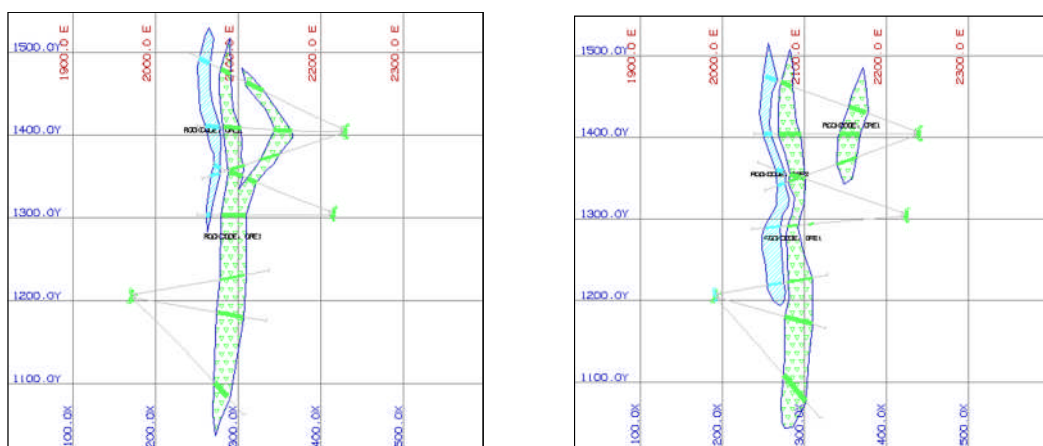
### **3.1 Estudio exploratorio de datos**

#### **3.1.1 Despliegue de datos**

Antes de comenzar a realizar cualquier análisis cuantitativo, es necesario conocer la información disponible. En el caso de depósitos minerales, frecuentemente, el geólogo realiza la interpretación de la información proveniente de las primeras etapas de la exploración. Esta interpretación, basada en el entendimiento de la génesis de la mineralización, permitirá definir algunos límites, que en ciertos casos serán límites duros (es decir, que separan dos poblaciones independientes, por lo que no se pueden estimar valores en una zona utilizando información de la otra) y en otros, límites blandos (que dan cierta flexibilidad en el uso de la información disponible). Además, se proponen en esta etapa las unidades geológicas (diferenciadas por litología, enriquecimiento, alteración, tipo de mineralización, etc.) que se deberán analizar durante el estudio exploratorio para definir cuáles de ellas son estadísticamente diferentes.

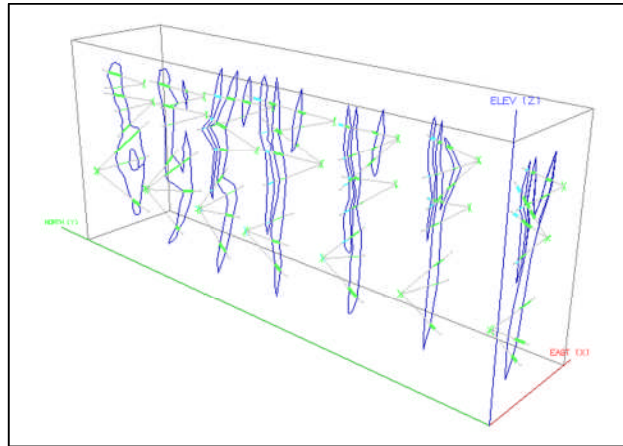
El conocimiento del depósito pasa por su visualización, que puede realizarse a través del sistema clásico de revisar plantas y secciones, o bien, se puede llevar a cabo utilizando programas computacionales que facilitan la visión en tres dimensiones del modelo y permiten en consecuencia, modelar las diferentes unidades con una visión un poco más global.

A modo de ejemplo, se entregan dos secciones donde la litología se presenta codificada con colores para facilitar la interpretación geológica y el modelamiento de los cuerpos mineralizados, además de un modelo tridimensional que permite entender de mejor manera la forma, posición y continuidad de estas unidades.



**Figura 2.** Modelamiento geológico: secciones

**Fuente:** Curso Geoestadística U. Chile

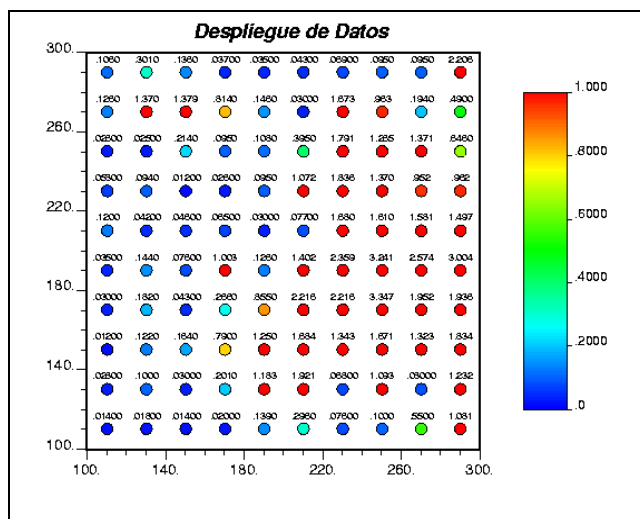


**Figura 3.** Modelamiento geológico: modelo tridimensional

**Fuente:** Curso geoestadística U. Chile

Debe, sin embargo, tenerse en cuenta que la interpretación geológica es susceptible de cambios, si la nueva información que se recoge resulta contradictoria con el modelo inicial. Por esta razón, es importante revisar constantemente el modelo a fin de corregirlo a medida que se tiene un mayor conocimiento de las características del depósito.

Un mapa como el que se presenta a continuación, permite determinar la posición de zonas ricas y zonas pobres, pues además de explicitar los valores, codifica las muestras con colores. De esta manera es más fácil visualizar los sectores de interés.



**Figura 4.** Despliegue de datos en planta codificados por color

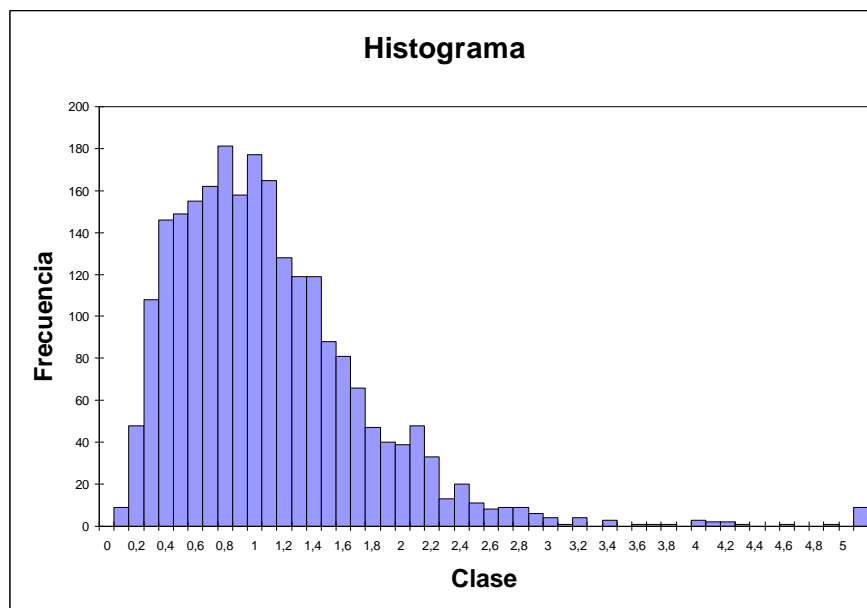
**Fuente:** Curso geoestadística U. Chile

### 3.1.2 Histogramas

Una de las formas más comunes y útiles para presentar datos es la tabla de frecuencia y su gráfico correspondiente, el histograma. La tabla de frecuencia registra cuán seguido los datos caen en determinados intervalos o clases. Comúnmente se utiliza un ancho de clase constante de manera que la altura de cada barra del histograma sea proporcional al número de valores en la clase. El histograma corresponde a una forma de representar la distribución experimental de los datos. Es decir, da una idea de la distribución real de la población.

A modo de ejemplo se presenta el histograma en la figura 5:

Mediante la visualización del histograma, se puede definir la existencia de valores erráticos altos. Se considerará un valor errático alto aquel que se destaque en su vecindad por ser extremadamente alto en relación con los demás y que ocurra con poca frecuencia. Como se ve es una definición un tanto ambigua que requiere del discernimiento de quién está analizando los datos.



**Figura 5.** Modelamiento geológico: modelo tridimensional

Fuente: Elaboración propia

### 3.1.3 Estadísticas elementales

Los datos experimentales sólo permiten construir el histograma, mediante el cual, se pueden estimar algunos parámetros de la distribución de la población real. El histograma puede ser descrito por unos pocos estadísticos los que se dividen en medidas de posición, de dispersión y de forma.

#### ***Medidas de posición:***

**Media m:** corresponde al estimador de la media  $\mu$  de la población (parámetro de la distribución), y se calcula como el promedio aritmético de los valores experimentales  $z(\mathbf{x}_\alpha)$ :

$$m = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n z(\mathbf{x}_\alpha) \quad \mu = \frac{1}{|D|} \int_D z(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1)$$

**Mediana M:** es el punto medio de los valores observados si se ordenan en forma creciente. La mitad de los valores están sobre la mediana y la otra mitad, bajo ella. Si se ordenan los datos tal que  $z(\mathbf{x}_1) \leq z(\mathbf{x}_2) \leq \dots \leq z(\mathbf{x}_n)$ , la mediana de la distribución se estima:

$$M = \begin{cases} z(\mathbf{x}_{(n+1)/2}) & \text{si } n \text{ es par} \\ \frac{(z(\mathbf{x}_{n/2}) + z(\mathbf{x}_{(n/2)+1}))}{2} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases} \quad (2)$$

La mediana puede obtenerse fácilmente de un **gráfico de probabilidad**. Si el eje Y registra la frecuencia acumulada y el eje X la ley, la mediana es el valor en el eje X correspondiente al 50 % en el eje Y.

La media y la mediana son medidas de la ubicación del centro de la distribución, sin embargo, la media es sensible a los valores erráticos altos y la mediana no lo es.

**Moda:** La moda es el valor que ocurre más frecuentemente. La clase cuya barra es la más alta en el histograma da una idea de dónde está la moda. Una desventaja de la moda es que cambia con la precisión de los valores. Por esta razón no se usa cuando se trabaja con muchos dígitos significativos.

**Mínimo:** Corresponde al menor valor entre los datos experimentales. En algunos casos este valor es sólo el límite de detección, lo que puede acarrear problemas en algunos métodos de estimación.

**Máximo:** Es simplemente el valor más alto entre los datos y da una

idea del rango en que se mueven los valores de la distribución.

**Rango:** Corresponde al intervalo dentro del cual se presentan los valores experimentales. Está definido, por lo tanto, por la diferencia entre el máximo y el mínimo.

**Cuartil inferior y superior:** De la misma forma en que la mediana corta los datos en dos mitades, los cuartiles cortan los datos en cuartos. Si los datos se ordenan en forma creciente, entonces, un cuarto de los datos caerá bajo el cuartil inferior o primer cuartil  $Q1$  o  $Q_{.25}$  y un cuarto caerá sobre el tercer cuartil o cuartil superior  $Q3$  o  $Q_{.75}$ .

**Deciles, percentiles y cuantiles:** La idea de dividir la distribución en mitades con la mediana o en cuartos con los cuartiles, puede extenderse a cualquier otra fracción. Los deciles dividen los datos en décimos. Una décima parte de los datos cae bajo el primer decil, dos décimas partes lo hacen bajo el segundo y así sucesivamente. El quinto decil corresponde a la mediana. De la misma manera, los percentiles dividen los datos en centésimos. El vigésimo quinto percentil es el mismo que el primer cuartil, el quincuagésimo percentil corresponde a la mediana y el septuagésimo quinto, al tercer cuartil. Los cuantiles son una generalización de esta idea.

La forma de notar los cuantiles es una letra q con el tanto por uno en el subíndice.

Por ejemplo:  $q_{.05}$  para el percentil 5.

$q_{.25}$  para el primer cuartil.

$q_{.5}$  para la mediana.

### **Medidas de dispersión:**

**Varianza  $s^2$ :** corresponde al estimador de la varianza de la población  $\sigma^2$  y está dada por el promedio de las diferencias al cuadrado de los valores y la media de los datos.

**Desviación estándar  $s$ :** corresponde simplemente a la raíz cuadrada de la varianza. Se usa frecuentemente en lugar de la varianza puesto que tiene las mismas unidades que la variable que describe.

**Rango intercuartil (IQR):** Otra medida útil para describir la dispersión de los valores observados es el rango intercuartil. Es la diferencia entre los cuantiles superior e inferior y está dado por:

**Coeficiente de variación (CV):** Este estadístico se utiliza para comparar la dispersión de la distribución relativa a la media (se asume aquí que se estudian variables positivas), dividiendo el valor de la desviación estándar por la media:

### ***Medidas de forma***

- Coeficiente de asimetría (skewness).
- Coeficiente de aplanamiento (kurtosis).

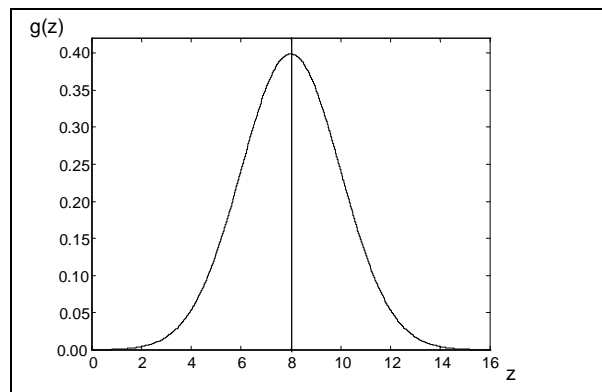
## **Distribuciones de probabilidad normal y lognormal**

### **Distribución normal**

Algunas herramientas de estimación funcionan mejor si la distribución de los datos se parece a una normal o Gaussiana. La distribución Gaussiana es una de las distribuciones para las cuales existe una descripción matemática concisa. Luego, tiene propiedades que favorecen su uso para enfoques teóricos para estimación. Es interesante, por lo tanto saber qué tan cercana es la distribución de los datos a una Gaussiana.

## Gráfico de probabilidad normal

El gráfico de probabilidad normal es un tipo de gráfico de frecuencias acumuladas que permite determinar si la distribución es normal o no lo es.



**Figura 6.** Distribución normal

**Fuente:** Curso geoestadística U. Chile

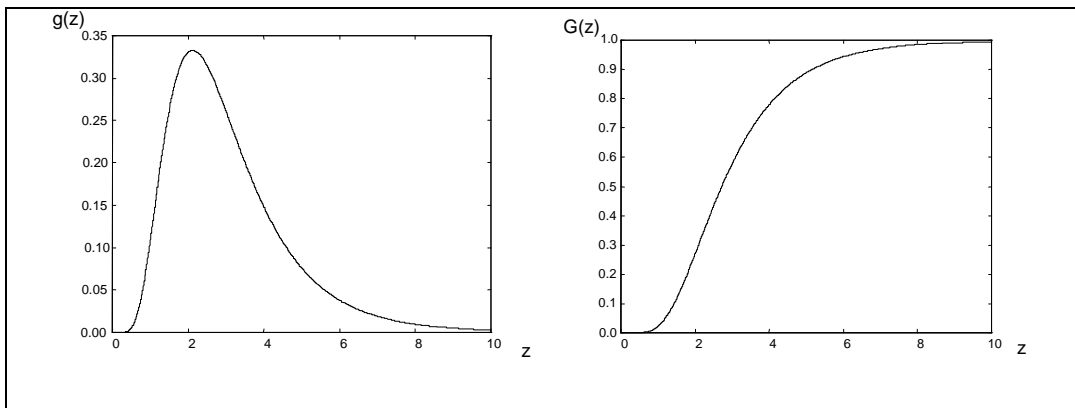
Izquierda: densidad de probabilidad; derecha: densidad acumulada.

## Distribución lognormal

Muchas variables en datos de ciencias de la tierra tienen distribuciones que no siempre se acercan a la normal. Es común tener muchos valores muy bajos y pocos muy altos. Como la distribución normal es a menudo inapropiada como modelo para este tipo de distribución

asimétrica, una distribución relacionada, la **lognormal**, puede a veces ser una buena alternativa.

Las figuras siguientes muestran la densidad de probabilidad y densidad acumulada de una distribución lognormal.



**Figura 7.** Distribución lognormal

**Fuente:** Curso geoestadística U. Chile

Izquierda: densidad de probabilidad; derecha: densidad acumulada.

### 3.2 Geoestadística

La geoestadística es la aplicación de la teoría de las variables regionalizadas a la estimación de los depósitos mineros (con todas las aproximaciones que esto implica). De manera general, un fenómeno es regionalizado cuando se desplaza en el espacio,

manifestando una cierta estructura. Las ciencias de la tierra, entre otras, nos proporcionan numerosos ejemplos. Si  $f(x)$  designa el valor en el punto  $x$  de una característica  $f$  de este fenómeno, se dirá que  $f(x)$  es una variable regionalizada, abreviado, una V.R. Se trata de un término neutro, descriptivo, anterior, en particular a toda interpretación probabilística.

Entonces, del punto de vista matemático, una V.R. es simplemente una función  $f(x)$  del punto  $x$ , pero es, en general, una función muy irregular: ejemplo: una ley en un depósito minero. Una variable regionalizada se presenta bajo dos aspectos contradictorios (o complementarios):

- Un aspecto aleatorio (alta irregularidad, y variaciones imprevisibles de un punto a otro).
- Un aspecto estructurado (la V.R. debe, sin embargo, reflejar a su manera las características estructurales de un fenómeno regionalizado).

La teoría de las V.R. se propone entonces dos objetivos principales:

- En el plano teórico, expresar estas características estructurales en

una forma matemática adecuada.

- En el plano práctico, resolver el problema de la estimación de una V.R. a partir de un muestreo fragmentario.

Estos dos objetivos están relacionados: para un mismo conjunto de muestras, el error de estimación depende de las características estructurales; este error, por ejemplo, es más grande cuando la V.R. es más irregular y más discontinua en su variación espacial.

### **3.3 Modelamiento de la estructura de la variable**

Para efectos de la explotación y planificación de un yacimiento minero, es necesario estimar la variable de interés de manera más exhaustiva, de modo tal de poder delimitar las zonas ricas y pobres a una escala definida por la selectividad del método. La estimación que se realizará ahora, está definida en un soporte mucho menor que en las etapas preliminares de la exploración. Se requiere un modelo de bloques que indique localmente el valor de la variable y el error que presenta esta estimación.

## Ley espacial

Recordando que se considera la variable regionalizada  $z(\mathbf{x})$  como una realización particular de una función aleatoria  $Z(\mathbf{x})$ , entonces, ¿cómo inferir la **ley espacial** de esta función aleatoria, si sólo se dispone de una realización única?

La **ley espacial** corresponde al conjunto de funciones de distribución de cualquier vector de variables aleatorias, dada una función aleatoria. Sin embargo, no es necesario conocer todos los parámetros de la ley espacial, puesto que los momentos de orden superior a dos tienen una utilidad cuestionable (resultan difíciles de estimar y son cada vez menos importantes).

**Esperanza matemática o momento de primer orden:** Sea  $Z(\mathbf{x}_0)$  una variable aleatoria definida en el punto  $\mathbf{x}_0$ . Si la función de distribución de  $Z(\mathbf{x}_0)$  tiene una esperanza, esta esperanza es una función de  $\mathbf{x}_0$  y se escribe:

$$E(Z(\mathbf{x}_0)) = m(\mathbf{x}_0) \quad (3)$$

**Momentos de segundo orden:** se utilizan principalmente los siguientes:

- **Varianza  $\sigma^2(\mathbf{x})$** , o varianza *a priori* de  $Z(\mathbf{x})$ : cuando existe, está definida como el momento de segundo orden de la variable aleatoria  $Z(\mathbf{x})$  de esperanza  $m(\mathbf{x})$ :

$$\sigma^2(\mathbf{x}) = \text{varianza}(Z(\mathbf{x})) = E \{ [Z(\mathbf{x}) - m(\mathbf{x})]^2 \}, \text{ depende de } \mathbf{x} \quad (4)$$

Es fácil deducir que:  $\sigma^2(\mathbf{x}) = \text{varianza}(Z(\mathbf{x})) = E \{ Z(\mathbf{x})^2 \} - m(\mathbf{x})^2$ .

La varianza es una cantidad siempre positiva, por ser definida como la esperanza de un *cuadrado*. Su raíz cuadrada es llamada **desviación estándar**. Como se explicara antes, la varianza corresponde a una medida de la mayor o menor dispersión de  $Z(\mathbf{x})$  en torno de su valor medio  $m(\mathbf{x})$  y cuantifica, de esta forma, su carácter más o menos “aleatorio”.

- **Covarianza (centrada)  $C(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$** : si las dos variables aleatorias  $Z(\mathbf{x}_1)$  y  $Z(\mathbf{x}_2)$  tienen varianzas en los puntos  $\mathbf{x}_1$  y  $\mathbf{x}_2$ , tienen también una covarianza que es una función de las posiciones  $\mathbf{x}_1$  y  $\mathbf{x}_2$ , y que se escribe:

$$\begin{aligned} \text{covarianza}(Z(\mathbf{x}_1), Z(\mathbf{x}_2)) &= C(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = E\{[Z(\mathbf{x}_1) - m(\mathbf{x}_1)][Z(\mathbf{x}_2) - m(\mathbf{x}_2)]\} \\ &= E\{Z(\mathbf{x}_1)Z(\mathbf{x}_2)\} - m(\mathbf{x}_1)m(\mathbf{x}_2) \end{aligned} \quad (5)$$

La covarianza permite tener una visión elemental de la relación que existe entre  $Z(\mathbf{x}_1)$  y  $Z(\mathbf{x}_2)$ . En particular, si se relaciona una variable consigo misma, se tendrá:  $C(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) = \sigma^2(\mathbf{x}_1)$ , varianza *a priori* de  $Z(\mathbf{x}_1)$ .

La desigualdad de Cauchy-Schwarz permite relacionar la covarianza entre  $Z(\mathbf{x}_1)$  y  $Z(\mathbf{x}_2)$  con las varianzas de  $Z(\mathbf{x}_1)$  y  $Z(\mathbf{x}_2)$ :

$$|C(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)| \leq \sqrt{\sigma^2(\mathbf{x}_1) \cdot \sigma^2(\mathbf{x}_2)} \quad (6)$$

- **Variograma** o semivariograma: se define como la mitad de la varianza, cuando existe, de los crecimientos  $Z(\mathbf{x}_1) - Z(\mathbf{x}_2)$  y se escribe:

$$\gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{2} \text{varianza}(Z(\mathbf{x}_1) - Z(\mathbf{x}_2)) \quad (7)$$

- **Correlograma**: corresponde al coeficiente de correlación entre  $Z(\mathbf{x}_1)$  y  $Z(\mathbf{x}_2)$ :

$$\text{coef. correlación}(Z(\mathbf{x}_1), Z(\mathbf{x}_2)) = \rho(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{C(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)}{\sqrt{\sigma^2(\mathbf{x}_1) \cdot \sigma^2(\mathbf{x}_2)}} \quad (8)$$

## **Análisis espacial**

Para encontrar la relación espacial existente entre los datos se utiliza el variograma o la covarianza.

### ***Variograma***

El variograma es la herramienta por excelencia de la geoestadística y, al igual que la covarianza, permite medir la variabilidad del fenómeno regionalizado.

Se deben considerar dos valores numéricos  $Z(\mathbf{x})$  y  $Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})$ , en dos puntos  $\mathbf{x}$  y  $\mathbf{x} + \mathbf{h}$  separados por el vector  $\mathbf{h}$ . La variabilidad entre estas dos cantidades está caracterizada por la función variograma  $\gamma(\mathbf{x} + \mathbf{h})$ , que está definida como la mitad de la varianza de la variable aleatoria  $[Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})]$ , sin embargo, bajo la hipótesis de estacionaridad de segundo orden (o casi-estacionaridad), se cumple que:

$$(E(Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}))^2 = 0$$

Y por lo tanto, la expresión del variograma se reduce a :

$$\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = \frac{1}{2} E\{[Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})]^2\} \quad (9)$$

Considerando el caso general, el variograma  $\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{h})$  es una función tanto del punto  $\mathbf{x}$ , como del vector  $\mathbf{h}$ . Luego, la estimación de este variograma requiere de varias realizaciones,  $[z_k(\mathbf{x}), z_k(\mathbf{x} + \mathbf{h})], [z_{k'}(\mathbf{x}), z_{k'}(\mathbf{x} + \mathbf{h})], \dots, [z_{k''}(\mathbf{x}), z_{k''}(\mathbf{x} + \mathbf{h})]$ , del par de variables aleatorias  $[Z(\mathbf{x}), Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})]$ . Ahora, en la práctica, al menos en aplicaciones mineras, sólo una de tales realizaciones  $[z(\mathbf{x}), z(\mathbf{x} + \mathbf{h})]$  está disponible y corresponde al par de valores medidos en los puntos  $\mathbf{x}$  y  $\mathbf{x} + \mathbf{h}$ . Como se explicara antes, para solucionar este problema, se introduce la *hipótesis intrínseca*. Esta hipótesis es que la función variograma  $\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{h})$  depende sólo del vector de separación  $\mathbf{h}$  (módulo y dirección) y no de la posición  $\mathbf{x}$ . Es posible entonces **estimar** el variograma  $\gamma(\mathbf{h})$  con los datos disponibles: un estimador  $\gamma^*(\mathbf{h})$  es el promedio aritmético de las diferencias al cuadrado entre dos medidas experimentales  $[z(\mathbf{x}_\alpha), z(\mathbf{x}_\alpha + \mathbf{h})]$  en todos los pares de puntos separados por el vector  $\mathbf{h}$ , es decir :

$$\gamma^*(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{\alpha=1}^{N(\mathbf{h})} [z(\mathbf{x}_\alpha) - z(\mathbf{x}_\alpha + \mathbf{h})]^2 \quad (10)$$

Donde  $N(\mathbf{h})$  es el número de pares experimentales  $[z(\mathbf{x}_\alpha), z(\mathbf{x}_\alpha + \mathbf{h})]$  de datos separados por el vector  $\mathbf{h}$ .

Nótese que la hipótesis intrínseca es simplemente la hipótesis de estacionaridad de segundo orden de las diferencias  $[Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})]$ . En términos físicos, esto significa que, dentro de un dominio  $D$ , la estructura de la variabilidad entre dos leyes  $z(\mathbf{x})$  y  $z(\mathbf{x} + \mathbf{h})$  es constante y, luego, independiente de  $\mathbf{x}$ . Esto sería cierto, si la mineralización dentro de  $D$  fuera homogénea o que, al menos, su comportamiento se pudiera considerar localmente homogéneo (esto es lo que se asume en la mayoría de los casos para aplicar estos métodos y poder obtener estimaciones locales).

### **Propiedades del variograma**

Las principales propiedades del variograma son:

- El variograma es simétrico:  $\gamma(\mathbf{h}) = \gamma(-\mathbf{h})$
- Se anula en el origen:  $\gamma(\mathbf{0}) = 0$
- Es positivo o nulo:  $\gamma(\mathbf{h}) \geq 0$

- En el infinito, el variograma crece menos rápido que una parábola.
- Toda suma de variogramas es un variograma.
- El producto de variogramas no es necesariamente un variograma.

### **Cálculo de variogramas experimentales**

Para calcular un variograma no se puede esperar que los datos estén separados exactamente por el vector  $\mathbf{h}$ . Esto puede ocurrir solamente si se tienen datos en una malla regular. Por esta razón, en el cálculo de un variograma experimental, se utiliza una aproximación. Se consideran los siguientes parámetros para el cálculo experimental, incluyendo aquellos que permiten aproximar la búsqueda (tolerancias):

- **Paso  $p$** : es la distancia a la que se calcularán los puntos del variograma experimental.
- **Número de pasos  $n_p$** : corresponde al número de pasos a calcular (según el tamaño del dominio).
- **Tolerancia del paso  $\Delta p$** : corresponde a la tolerancia en la separación, de manera que los puntos puedan encontrarse a una

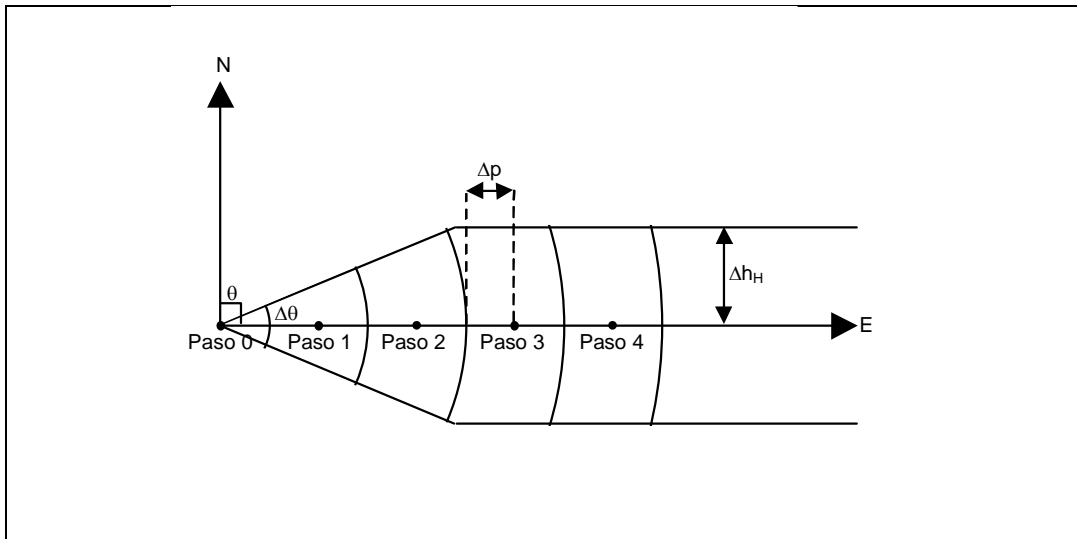
distancia mayor o menor al paso.

- **Azimut  $\theta$** : es la dirección en la que se calcula el variograma medida en un plano horizontal respecto al norte, en el sentido de los punteros del reloj.
- **Tolerancia angular en el azimut  $\Delta\theta$** : es el parámetro a través del cual se aproxima el cálculo del variograma experimental, y corresponde al ángulo dentro del que se considera válido un punto, para el cálculo de la diferencia.
- **Ancho de banda en el azimut  $\Delta h_H$** : corresponde a una banda dentro de la cual se consideran válidos los datos para el cálculo del variograma, y se mide perpendicular a la dirección del azimut.
- **Inclinación  $\varphi$** : es la dirección, medida en el plano vertical del azimut, en la que se calcula el variograma. Una inclinación de  $0^\circ$  corresponde a la dirección horizontal, considerándose positiva la dirección “hacia arriba” y negativa la dirección “hacia abajo”.
- **Tolerancia angular en la inclinación  $\Delta\varphi$** : este parámetro corresponde al ángulo dentro del cual se considera válido un punto, para el cálculo de la diferencia, en el mismo plano vertical en que se definió la inclinación.

- **Ancho de banda en la inclinación  $\Delta h_V$ :** al igual que el ancho de banda en el azimut, corresponde a la dimensión vertical de la banda dentro de la cual se consideran los datos válidos para calcular el variograma.
- **Número de pares mínimo:** se puede considerar que un punto del variograma es válido si su cálculo se hizo con un número de pares superior a este parámetro.
- **Desplazamiento inicial:** es la distancia inicial que se considera desde el punto para iniciar la búsqueda de los demás datos.

En la figura siguiente se presenta una descripción en dos dimensiones de algunos de los parámetros antes descritos. Se presentan los parámetros siguientes:

- Azimut Este ( $\theta = 90^\circ$ )
- Tolerancia angular en el azimut de  $\Delta\theta=22,5^\circ$
- Paso p
- Tolerancia del paso  $\Delta p=p/2$
- Ancho de banda en el azimut  $\Delta h_H$
- Desplazamiento inicial igual a cero.



**Figura 8.** Parámetros para el cálculo de un variograma experimental

**Fuente:** Elaboración propia

### ***Modelos de variogramas***

El comportamiento del variograma (y, en consecuencia, de la covarianza) depende del tipo de variable que se esté analizando.

### **Comportamiento en el infinito**

Puede ser, por ejemplo, que se estudie una **variable estacionaria**, caso en el cual, el variograma tenderá a estabilizarse para una determinada distancia, llamada **alcance**, en un valor que debería corresponder a su varianza a priori (la **meseta**). Así, en los casos más

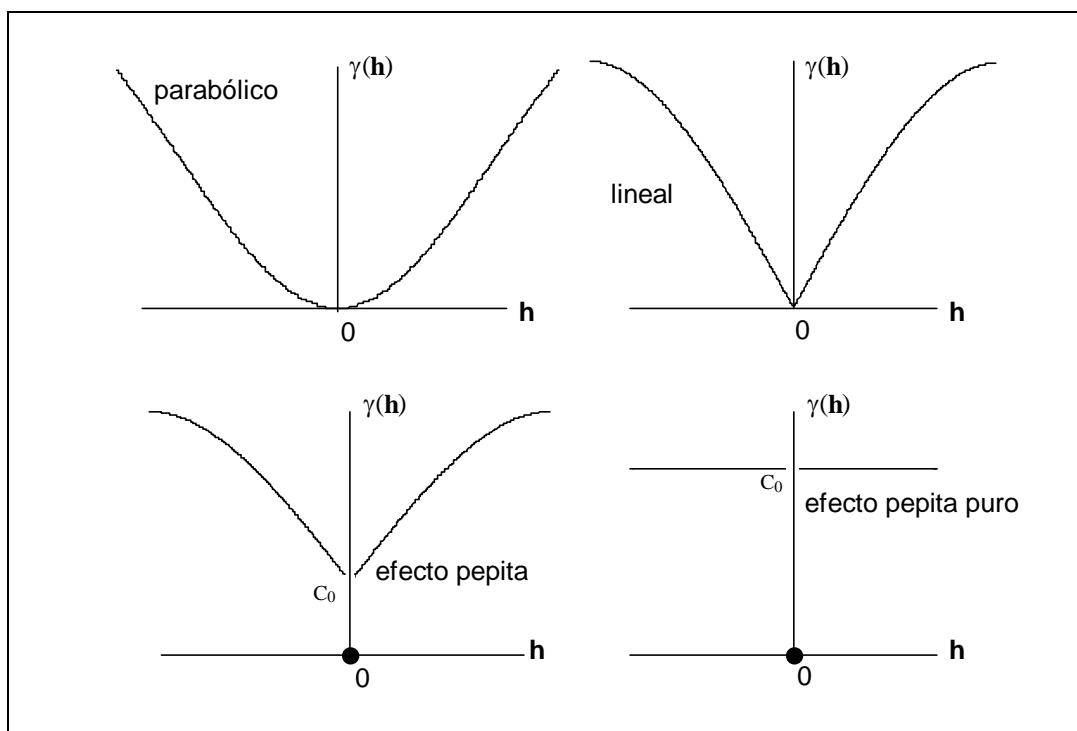
"fáciles" de estudiar.

### **Comportamiento en el origen**

Además del comportamiento en el infinito recién analizado, una de las características más importantes del variograma es su comportamiento en el origen. Esta condición da una muy clara idea de la continuidad de la variable en el dominio  $D$ . Se tienen cuatro comportamientos posibles:

- **Parabólico:** caracteriza una variabilidad espacial muy regular.
- **Lineal:** en este caso, la variable tiene un comportamiento regular, pero menos suave que en el caso anterior. Visualmente se puede entender como más rugosa que cuando el comportamiento es parabólico en el entorno del origen.
- **Efecto pepita (discontinuo):** en este caso se tiene que cuando  $|h|$  tiende a 0,  $\gamma(h)$  no tiende a 0, es decir, dos puntos muy cercanos presentan una correlación baja, lo que se puede deber a la existencia de mineralización discontinua (en pepitas por ejemplo, como es el caso del oro, de donde este

comportamiento obtuvo su nombre), o bien, debido a que la escala de trabajo impide ver la presencia de una estructura (variograma) de muy corto alcance. Además, errores de muestreo, de preparación de muestras, de análisis químico, etc. también se reflejan en este valor.



**Figura 9.** Comportamiento en el origen del variograma

**Fuente:** Elaboración propia

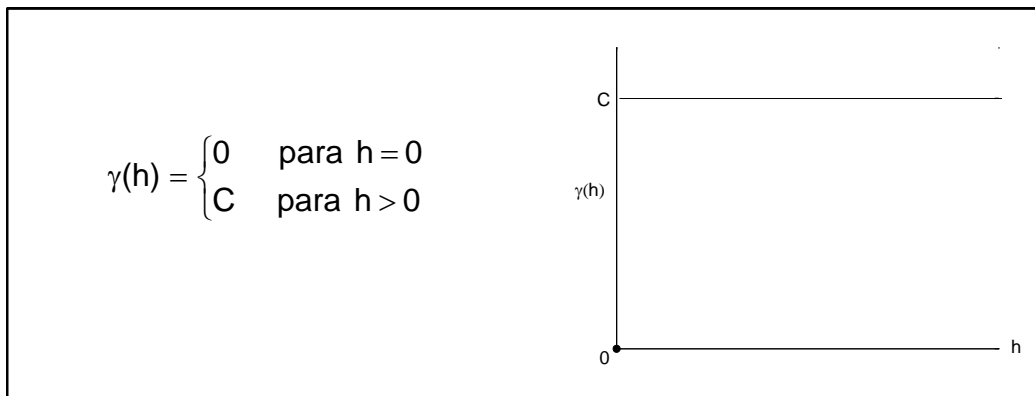
- **Efecto pepita puro** (discontinuo): es el caso límite del anterior y corresponde a la inexistencia de correlación de las muestras para toda distancia.

Se presentan a continuación los principales modelos autorizados de variogramas.

- **Modelos con meseta o modelos de transición:** a estos variogramas les corresponden modelos de covarianza, dados por la relación:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

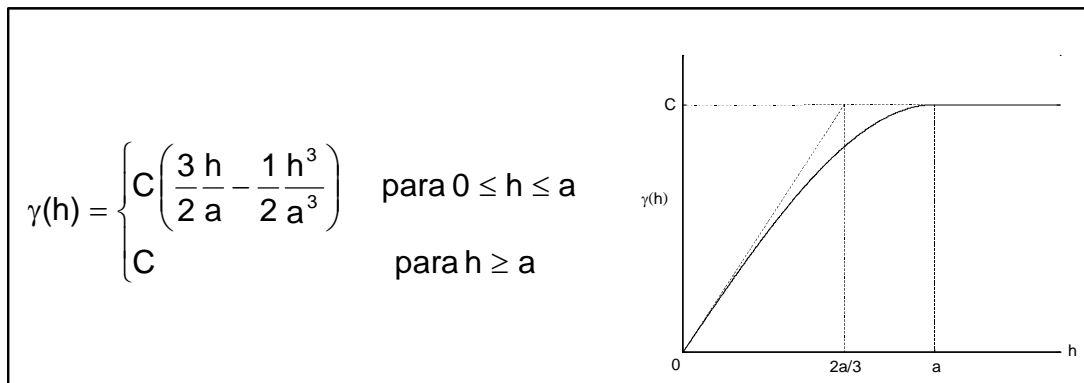
- **Efecto pepita de meseta C:**



**Figura 10.** Modelo de efecto pepita puro

**Fuente:** Elaboración propia

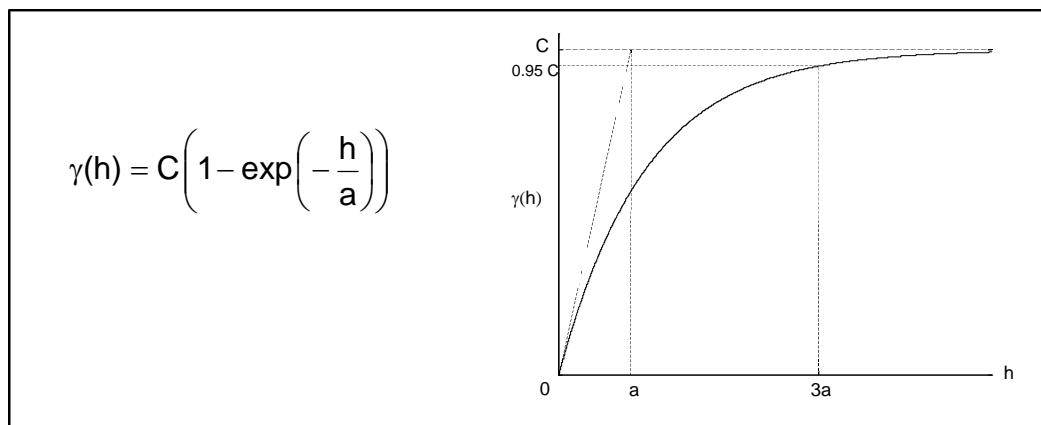
- **Esférico de alcance a y meseta C:**



**Figura 11.** Modelo esférico

Fuente: Elaboración propia

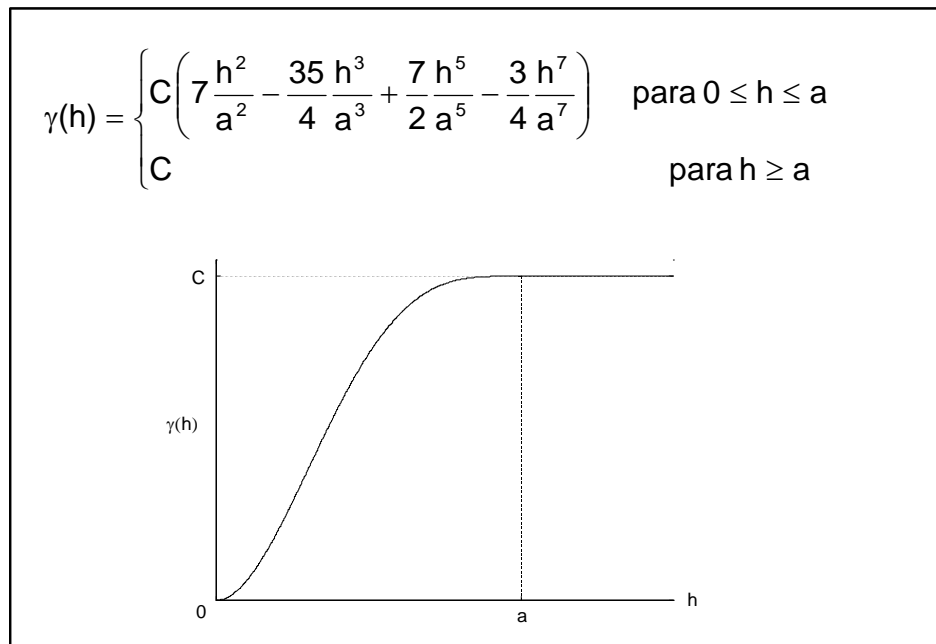
- **Exponencial de parámetro a (alcance 3a) y meseta C:**



**Figura 12.** Modelo exponencial

Fuente: Elaboración propia

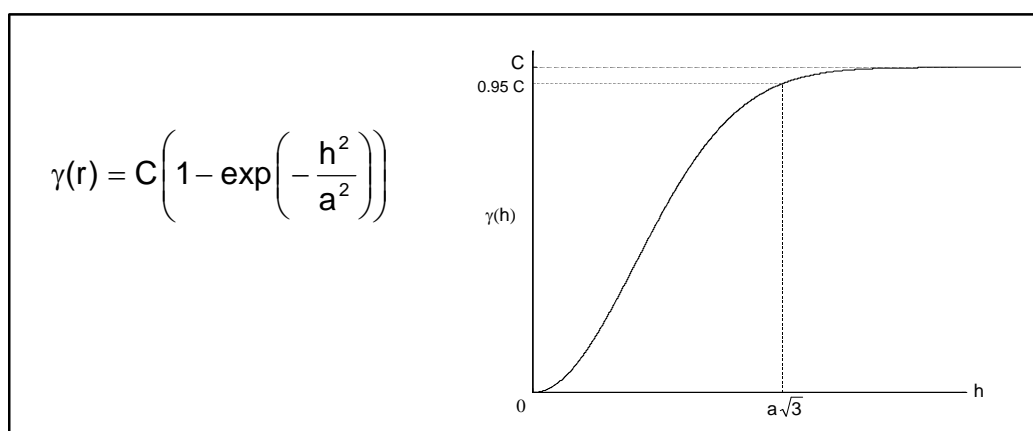
- **Cúbico de alcance a y meseta C:**



**Figura 13.** Modelo cúbico

Fuente: Elaboración propia

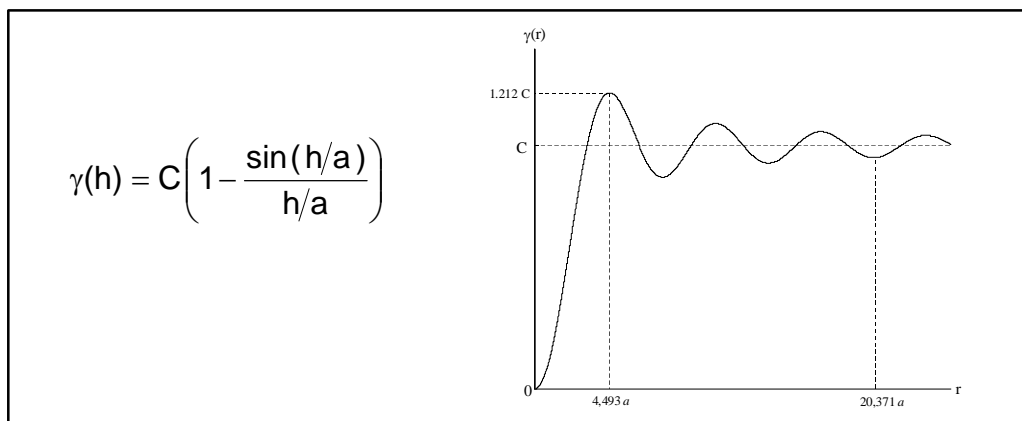
- **Gaussiano de parámetro a (alcance  $a \cdot \sqrt{3}$ ) y meseta C:**



**Figura 14.** Modelo Gaussiano

Fuente: Elaboración propia

- **Modelos de efecto hoyo:** Este efecto se manifiesta como una o varias oscilaciones del variograma. En general, la explicación es física y es necesario tratar de encontrarla, para poder tenerla en consideración en la etapa de estimación. Se debe en general a que el fenómeno es periódico, por ejemplo, la mineralización puede presentarse en estratos de continuidad diferente, por lo que en la dirección perpendicular a los planos de estratificación, posiblemente se apreciará en el variograma este efecto.
- **Seno cardinal de parámetro a y meseta C:**



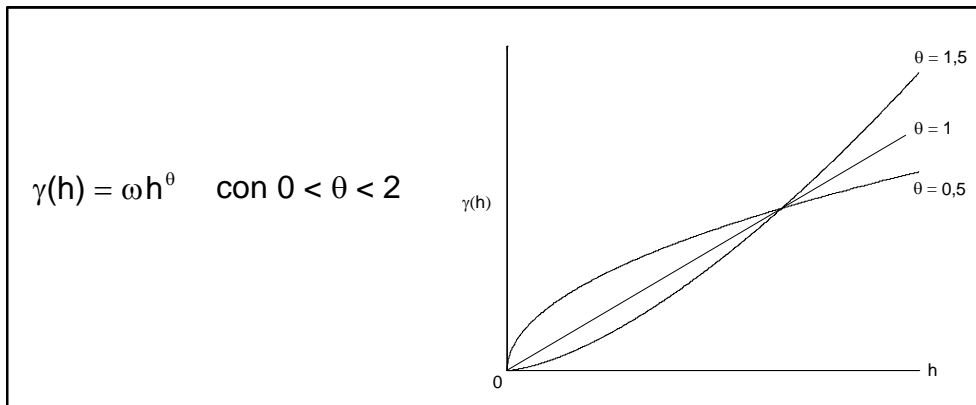
**Figura 15.** Modelo seno cardinal

**Fuente:** Elaboración propia

- **Modelos sin meseta:** Estos modelos salen del marco estacionario de segundo orden. Corresponden a funciones aleatorias intrínsecas

estrictas.

- **Potencia de parámetros  $\omega$  y  $\theta$ :**



**Figura 16.** Modelo potencia

**Fuente:** Elaboración propia

- **Lineal de parámetro  $\omega$ :** corresponde a un modelo potencia de parámetro  $\theta=1$ .

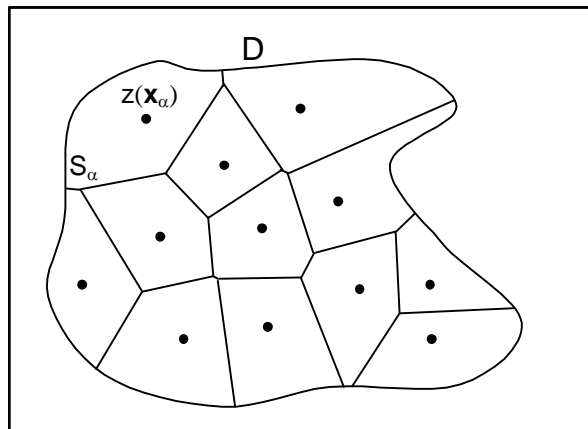
$$\gamma(h) = \omega h \quad (11)$$

### 3.4 Evaluación local

#### Métodos de estimación clásicos

**Polígonos:** (Matheron-1960) El método de los polígonos de influencia consiste simplemente en ponderar el valor de la variable en cada punto por el área o volumen de influencia. En tres

dimensiones, el procedimiento de cálculo consiste en crear una malla fina de nodos y asignar a cada uno, el valor de la muestra más cercana. De esta manera, se pueden realizar estimaciones tanto globales, como locales. Para realizar con este método una estimación global se requiere tener bien delimitado el campo de estudio.



**Figura 17.** Estimación por polígonos

**Fuente:** Elaboración propia

Estimación local: 
$$z(\mathbf{x}) = z(\mathbf{x}_\alpha) \quad (12)$$

Donde

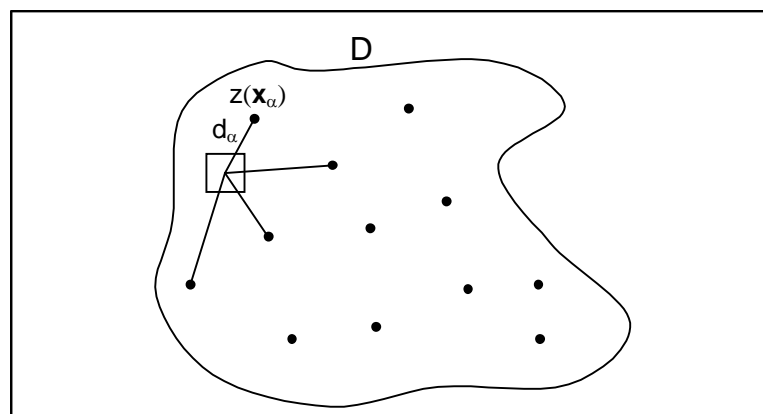
- $\mathbf{x}_\alpha$  es el punto más cercano a  $\mathbf{x}$
- $z(\mathbf{x}_\alpha)$  es el valor de la variable en el punto muestreado  $\mathbf{x}_\alpha$

Estimación global: 
$$m = \frac{1}{V} \sum_{\alpha=1}^n V_\alpha \cdot z(\mathbf{x}_\alpha) \quad (13)$$

Donde:

- $V = |D|$  corresponde al volumen total del dominio.
- $V_\alpha$  es el volumen de influencia de la muestra ubicada en el punto  $\mathbf{x}_\alpha$
- $z(\mathbf{x}_\alpha)$  es el valor de la variable en el punto muestreado  $\mathbf{x}_\alpha$

**Inverso de la distancia:** este método sirve para realizar estimaciones locales y consiste en ponderar las muestras cercanas al punto a estimar por el inverso de la distancia elevado a alguna potencia (en general, entre 1 y 2). La suma de todas las muestras ponderadas, dividida por la suma de los ponderadores entrega el valor estimado en el punto que se quería estimar.



**Figura 18.** Estimación por inverso de la distancia

**Fuente:** Elaboración propia

Estimación local: 
$$z(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{x})} \frac{z(\mathbf{x}_{\alpha})}{d_{\alpha}^p}}{\sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{x})} \frac{1}{d_{\alpha}^p}} \quad (14)$$

Donde:

- $n(\mathbf{x})$  corresponde al número de muestras utilizadas para estimar el punto  $\mathbf{x}$ , que puede estar definido por un radio de búsqueda, por ejemplo.
- $p$  es la potencia a la que se eleva el inverso de la distancia y que en general está entre 1 y 2.
- $z(\mathbf{x}_{\alpha})$  es el valor de la variable en el punto muestreado  $\mathbf{x}_{\alpha}$ .

### **Varianza-error de estimación (varianza de estimación)**

La principal desventaja de los métodos clásicos de estimación es que no consideran la estructura de la variable (continuidad, anisotropía, etc.), están simplemente condicionados por la geometría. Además, no consideran el cálculo de la varianza de estimación. A continuación se presentan las ecuaciones que permiten obtener esta varianza.

### Varianza de estimación:

Si a partir de un conjunto de muestras  $V'=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  (que pueden considerarse puntuales), se quiere estimar la media de un bloque  $V$ , mediante el promedio aritmético del conjunto de muestras (sin ponderar), y notando  $\sigma_E^2(V, V')$ , la varianza de la diferencia  $Z(V) - Z(V')$ , se puede hacer la siguiente deducción:

$$\sigma_E^2(V, V') = \text{Var}(Z(V) - Z(V'))$$

Es decir, se interpreta la diferencia  $Z(V) - Z(V')$  como el error de estimación, el cual si se considera una variable estacionaria (de orden dos), tiene esperanza nula y varianza igual a la varianza de estimación recién expuesta. En caso de estimar la ley de un bloque mediante una muestra central, por ejemplo, la varianza de estimación se denomina **varianza de extensión**.

Ahora bien, esta varianza puede desarrollarse como sigue:

$$\begin{aligned}\text{Var}(Z(V) - Z(V')) &= \text{Cov}(Z(V) - Z(V'), Z(V) - Z(V')) \\ &= \text{Cov}(Z(V), Z(V)) + \text{Cov}(Z(V'), Z(V')) - 2 \cdot \text{Cov}(Z(V), Z(V'))\end{aligned}$$

$$\text{Pero } \text{Cov}(Z(V), Z(V)) = \sigma_{Z(V)}^2 \text{ y } \text{Cov}(Z(V'), Z(V')) = \sigma_{Z(V')}^2$$

Es decir, cada una de las covarianzas anteriores representan la varianza de los bloques de tamaño V (o V') en el dominio D.

Luego, la varianza de estimación queda:

$$\sigma_E^2(V, V') = \sigma_{Z(V)}^2 + \sigma_{Z(V')}^2 - 2 \cdot \text{Cov}(Z(V), Z(V'))$$

Donde:

$$\sigma_{Z(V)}^2 = \sigma_{(V/D)}^2 = \sigma_{(o/D)}^2 - \sigma_{(o/V)} = \sigma_{(o/D)}^2 - \bar{\gamma}(V, V)$$

$$\sigma_{Z(V')}^2 = \sigma_{(V'/D)}^2 = \sigma_{(o/D)}^2 - \sigma_{(o/V')} = \sigma_{(o/D)}^2 - \bar{\gamma}(V', V')$$

y

$$\text{Cov}(Z(V), Z(V')) = \sigma_{(o/D)}^2 - \bar{\gamma}(V, V')$$

Por lo que la igualdad anterior queda:

$$\sigma_E^2(V, V') = 2 \cdot \bar{\gamma}(V, V') - \bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(V', V') \quad (15)$$

Es decir, la varianza del error de estimar V con V' es dos veces el variograma medio entre todos los pares de puntos en los que un punto pertenece a V y el otro a V', menos el variograma medio de los pares de puntos en V y menos el variograma medio de los pares en V'.

Si las muestras que constituyen el dominio V' son pequeñas relativas al dominio a estimar V y al dominio total D, éstas pueden considerarse para efectos prácticos como muestras puntuales.

A continuación se presentan tres cálculos de varianzas de estimación.

### **Kriging simple**

Se considera, para el kriging simple, que la media  $m$  del dominio (o al menos la media en una vecindad que se llamará **vecindad de kriging**) es conocida.

Además, se conoce el valor de la variable que se quiere estimar en  $n$  puntos de medición:  $z(x_\alpha)$ ,  $\alpha = 1, \dots, n$ .

Se asume inicialmente, que la **media es nula**.

Bajo estas condiciones, el valor estimado será una combinación lineal ponderada de los valores conocidos:

$$Z^*(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha \cdot Z(\mathbf{x}_\alpha) \quad (16)$$

### **Kriging ordinario**

En la mayoría de los casos la media no es conocida, por lo que el kriging simple no se puede aplicar. Es necesario entonces, replantear el

sistema de kriging recién revisado, de manera de obtener los ponderadores **sin considerar la media**.

Nuevamente, el estimador que se utiliza es una combinación lineal de los valores medidos de la variable en una vecindad:

$$Z^*(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \cdot Z(\mathbf{x}_{\alpha})$$

Sin embargo, en este caso debe imponerse la **condición de insesgo**, es decir, se debe imponer que la esperanza del error de estimación sea nula:

$$\begin{aligned} E[Z^*(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0)] &= \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \underbrace{E[Z(\mathbf{x}_{\alpha})]}_m - \underbrace{E[Z(\mathbf{x}_0)]}_m \\ &= m \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} - 1 \right) \end{aligned}$$

Esto lleva a la siguiente restricción (llamada también condición de universalidad):

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1$$

Ahora, nuevamente se debe minimizar la varianza de estimación, pero sujeta a la restricción recién presentada:

$$\min \text{Var}[Z^*(\mathbf{x}_0) - Z(\mathbf{x}_0)] = \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\alpha} \cdot \lambda_{\beta} \cdot \mathbf{C}(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_{\beta}) + \mathbf{C}(\mathbf{0}) - 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \cdot \mathbf{C}(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0)$$

s.a.  $\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1$

Este problema se resuelve utilizando la técnica de los multiplicadores de Lagrange. Para esto, se minimiza la siguiente función:

$$\sigma_E^2 - 2 \cdot \mu \cdot \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} - 1 \right)$$

igualando a cero sus derivadas parciales respecto a los ponderadores y al multiplicador de Lagrange, se obtiene el **sistema de kriging ordinario**:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \lambda_{\alpha}} = 0 : \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \mathbf{C}(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_{\beta}) - \mu = \mathbf{C}(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0) & \forall \alpha = 1 \dots n \\ \frac{\partial}{\partial \mu} = 0 : \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1 \end{cases}$$

o matricialmente,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_{\beta}) & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\beta} \\ -\mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0) \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1) & \dots & \mathbf{C}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_n) & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_1) & \dots & \mathbf{C}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ -\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ \mathbf{C}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Y la varianza de kriging vale:

$$\sigma_{\text{KO}}^2(\mathbf{x}_0) = \sigma^2 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \mathbf{C}(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0) + \mu \quad (17)$$

Se puede utilizar equivalentemente el variograma en lugar de la covarianza, obteniéndose el sistema siguiente:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \gamma(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_{\beta}) + \mu = \gamma(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0) & \forall \alpha = 1 \dots n \\ \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1 \end{cases}$$

o matricialmente,

$$\begin{bmatrix} \gamma(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_{\beta}) & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\beta} \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0) \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1) & \dots & \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_n) & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_1) & \dots & \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Y la varianza de kriging vale:

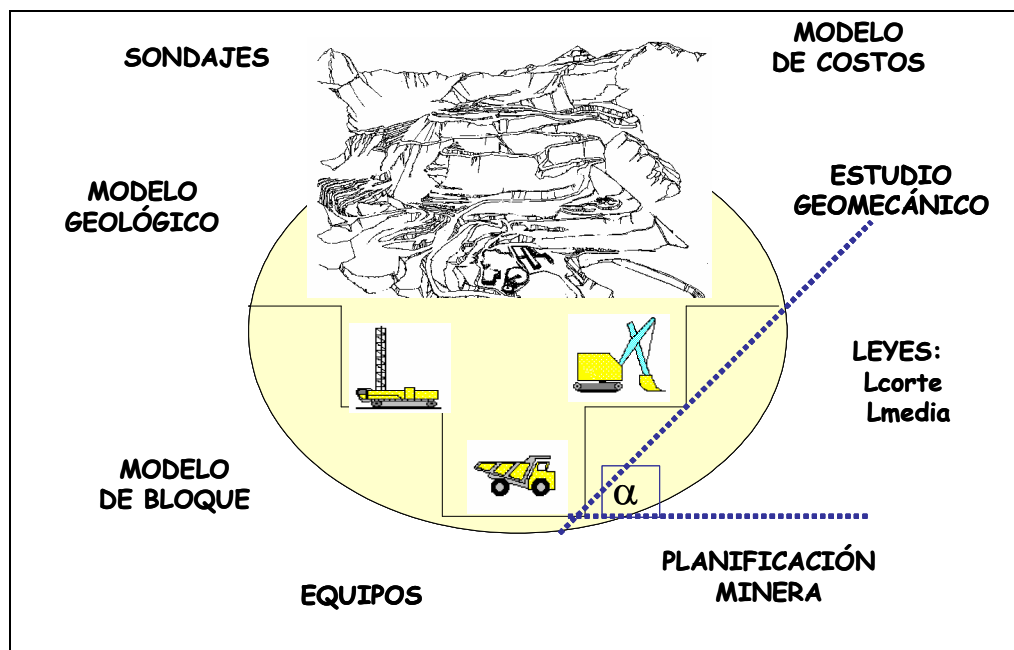
$$\sigma_{\text{KO}}^2(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \gamma(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0) + \mu \quad (18)$$

### **3.5 Diseño del límite final de una mina a cielo abierto**

El límite final de una operación a tajo abierto, que se conoce también simplemente como “Pit Final”, corresponde a la envolvente que encierra el material que es económicamente conveniente extraer. Tradicionalmente el criterio utilizado para obtener dicha pared, es extraer material hasta el punto en que los ingresos marginales de extraer mineral se equilibran con los costos marginales de remoción de desmonte. El criterio anterior ha sido utilizado tanto en la metodología manual, como en las técnicas computacionales que requieren de un modelo de bloques conjuntamente con rutinas optimizantes.

A pesar de que el criterio de igualar los ingresos marginales con los costos marginales es universalmente aceptado para problemas de esta naturaleza, en minería a tajo abierto el concepto de costo marginal tiene una connotación distinta. En efecto, el hecho que el recurso minero o yacimiento pueda ser explotado a futuro mediante un método subterráneo, necesariamente involucra introducir al cálculo, un costo alternativo por una eventual explotación subterránea. Así se asegura que la envolvente final

obtenida, efectivamente sea la frontera entre un open "pit" y un método subterráneo.



**Figura 19.** Proceso del diseño de minas a tajo abierto

**Fuente:** Curso planificación minera, U. Chile 2007

Por otra parte, el hecho que sea necesario remover primeramente desmonte para despejar mineral, significa considerar un costo de oportunidad adicional, que implica inmovilizar el dinero invertido en el desbroce. En algunos casos, también es necesario adicionar otro costo alternativo por concepto de activos que pueden tener un uso diferente.

### **3.5.1 Tipos de algoritmos de diseño de minas a cielo abierto**

Los diferentes algoritmos existentes para llevar a cabo la optimización se pueden agrupar en dos categorías (Annels, 1991):

#### **a) Algoritmos heurísticos:**

Son aquellos donde la solución no se determina en forma directa, sino mediante ensayos, pruebas y re-ensayos; la experiencia demuestra que funcionan satisfactoriamente, aunque no poseen demostraciones matemáticas que permitan asegurar su validez como los casos del método manual y del cono flotante.

#### **b) Algoritmos rigurosos:**

Aquellos cuya optimización tiene una completa demostración matemática; siendo el más característico y conocido el método de Lerchs y Grossmann.

### **3.5.2 Métodos para el diseño del tajo final de minas a cielo abierto**

#### **3.5.2.1 Métodos manuales**

El método manual de diseño de tajos demanda una

considerable cantidad de tiempo y juicio de parte del ingeniero. El método usual de diseño manual comienza con los tres tipos de secciones verticales:

1. Secciones transversales espaciadas a intervalos regulares, paralelas unas con otras, y normales al eje longitudinal del cuerpo mineralizado; estas permitirán definir la mayor parte del tajo y pueden enumerarse a partir de 10 hasta, quizás 30, dependiendo del tamaño y forma del depósito y de la información disponible.
2. Una sección longitudinal a lo largo del eje longitudinal del cuerpo mineralizado; con el propósito de ayudar a definir los límites de tajo en los extremos del cuerpo mineralizado.
3. Secciones radiales; para ayudar a definir los límites del tajo en los extremos del cuerpo mineralizado.

### **3.5.2.2 Métodos automatizados**

Todos los métodos han sido desarrollados dentro de las dos últimas décadas, debido a las facilidades que proporciona el computador.

Particularmente el método de Lerchs y Grossman, ha sido implementado y aplicado en el desaparecido Minero Perú.

Dentro de las actividades a desarrollar en el diseño de una explotación a tajo abierto, se encuentra la que dice relación con definir los límites físicos de dicha explotación, ya que ante la presencia de un yacimiento se puede pensar en extraer todo el mineral o extraer solamente lo que más convenga. Esta última proposición es la que finalmente tendrá que prevalecer, ya que es la razón por la cual se explota un recurso, y es esta conveniencia la que introduce el concepto de optimizar la explotación de nuestro yacimiento, optimización que se traduce en cuidadosos análisis económicos y operacionales que permanentemente van en busca de ese mejor aprovechamiento global de los recursos.

Es así como surgen variados métodos para definir cuáles serán los límites económicos de un tajo, que sin duda cada uno aporta un concepto útil y que en muchos casos se combinan para generar otro método.

### **3.6 Descripción conceptual del algoritmo del cono móvil optimizante**

La teoría de los conos flotantes para determinar los límites económicos del tajo, data de los años 60. La técnica consiste en una rutina que pregunta por la conveniencia de extraer un bloque y su respectiva sobrecarga. Para esto el algoritmo tradicional se posiciona sobre cada bloque de valor económico positivo del modelo de bloques y genera un cono invertido, donde la superficie lateral del cono representa el ángulo de talud. Si el beneficio neto del cono es mayor o igual que un beneficio deseado dicho cono se extrae, de lo contrario se deja en su lugar.

### **3.7 Método de diseño de S. Korobov**

Este método es particularmente aproximado al método del cono flotante y se muestra simple permitiendo flexibilidad en la elección de la pendiente (en direcciones principales X, Y).

La diferencia que se puede encontrar con el método anterior, es que no necesita del análisis combinatorio tedioso. La metodología es simple, pero no introduce criterios de optimalidad estricta, pues el resultado depende de la dirección en que se trabaja el método

### 3.8 Método de diseño de Lerchs y Grossman

Estos autores propusieron en 1965 un algoritmo matemático que permitía diseñar el contorno de una explotación a cielo abierto de tal forma que se maximice la diferencia entre el valor total de la mineralización explotada y el coste total de la extracción del mineral y estéril. Este trabajo fue el comienzo de las aplicaciones informáticas a la optimización de explotaciones a cielo abierto, siendo, con mucho, el artículo que mayor incidencia ha tenido en esta temática aplicada a la industria minera.

Con todo, su uso no está todavía universalmente aceptado, probablemente por las siguientes razones (Dowd y Onur, 1993):

1. **Complejidad del método en términos de comprensión y programación;** aunque la complejidad se suele utilizar como razón para evitar su uso, este argumento no siempre es válido, pues los técnicos que llevan a cabo el diseño de la explotación no tienen necesariamente que conocer el desarrollo matemático involucrado en la definición del algoritmo.
2. **Tiempo requerido;** en términos de ordenador, para la obtención

del diseño este hecho ha generado la creación de un gran número de algoritmos alternativos (por ejemplo el algoritmo de Korobov, 1974) que reducen el tiempo necesario para la optimización del diseño.

Este problema aumenta si existe la necesidad de realizar un análisis de sensibilidad que genera múltiples diseños en función de cambios en variables tales como costos, precios, leyes mínimas de explotación, etc. No obstante, la llegada en los últimos años de potentes máquinas a bajo coste ha minimizado notablemente esta problemática.

3. **Dificultad para incorporar cambios en las pendientes de la explotación;** este problema está aún en vías de solución.
  
4. **El criterio de optimización se basa en el beneficio total mientras que debería hacerlo en el valor actual neto;** esta dificultad es común a la mayor parte de los algoritmos existentes y tiene una difícil solución, como dice Whittle (1989): "el diseño de corte con el valor actual neto más alto no puede ser determinado hasta que no se conozcan los valores de los bloques; estos no se conocen hasta que no se establece una secuencia minera; esta no se puede determinar hasta que no se

conozca el diseño de la explotación", con lo que se cierra el círculo del problema y no es posible una rápida solución.

### **Lerchs y Grossman en 2-D**

Es un algoritmo preciso para determinar la ubicación del límite final óptimo del "pit", utilizando un procedimiento de programación dinámica de dos dimensiones, el cual fue desarrollado por Lerchs y Grossman. Esta es una técnica precisa para definir el límite del "pit" en una sección transversal de dos dimensiones, por medio de la cual es posible lograr el mayor beneficio posible. Se puede aplicar fácilmente en una planilla de cálculo.

### **Algoritmo de Lerchs y Grossman en 3-D**

#### **➤ Consideraciones previas**

Este algoritmo, propuesto también por Lerchs y Grossman en 1965 y basado en el método de la teoría de grafos, sí garantiza encontrar correctamente el diseño óptimo de la explotación en tres dimensiones, al margen de la

morfología de los bloques utilizados en la optimización. Está incluido en el programa Whittle-3D, que constituye, junto con la versión posterior, el método más utilizado, a nivel mundial, para llevar a cabo la optimización económica de una explotación a cielo abierto.

Dado que el número de operaciones que tiene que realizar el programa, para optimizar la corta, es muy grande, el tamaño de los bloques a estudiar constituye un punto crucial en el desarrollo del método.

1. **Diseño del cuerpo mineralizado:** el tamaño de los bloques está en función, lógicamente, de la forma y tamaño del cuerpo mineralizado, así como del soporte informático que se utilice. En cualquier caso, el tamaño suele ser pequeño, generándose, frecuentemente, modelos con millones de bloques.
2. **Asignación de valores a los bloques:** en esta etapa hay que buscar una solución de compromiso que afecta a dos factores:
  - a) La mínima SMU “selective mining unit”, de tal forma que no se puede establecer un tamaño de bloque tan pequeño que luego no se pueda extraer selectivamente.

- b) El suavizado, no eligiendo tamaños tan grandes que generen valores de leyes artificiales por el fuerte suavizado. En general, el tamaño de bloque suele ser mayor que en la etapa anterior.
3. **Diseño de la explotación:** de acuerdo con la abundante experiencia ya existente en diseño de explotaciones a partir de la técnica de optimización, un modelo que incluya entre 100 y 200 bloques puede ser más que suficiente para los objetivos perseguidos. Esto conduce a que el tamaño de bloque, de nuevo sea más grande que en la fase anterior.
4. **Análisis de sensibilidad:** si se quiere realizar una serie de optimizaciones considerando por ejemplo diferentes precios de la materia prima, un modelo de 20 000 a 50 000 bloques puede dar prácticamente, los mismos resultados que uno constituido por los 100 000 a 200 000 bloques de la etapa anterior. Esta nueva disminución del tamaño de los bloques ahorra una notable cantidad de tiempo y genera unos resultados totalmente satisfactorios.

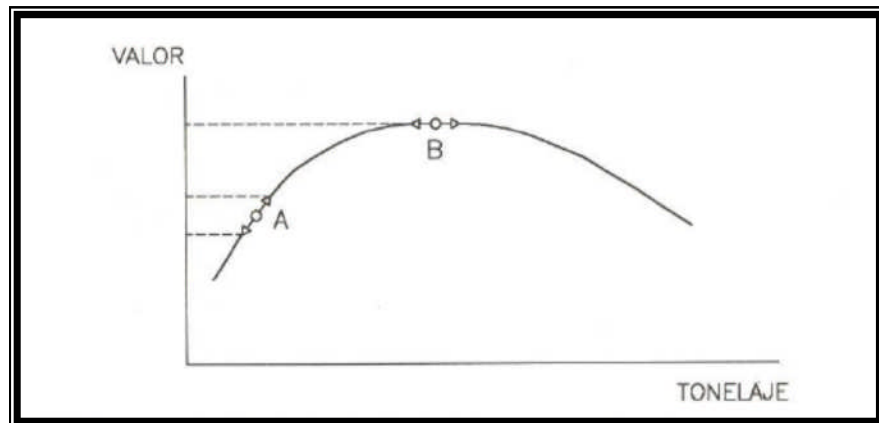
La principal razón para que el número de bloques a incluir en la optimización sea menor, con la disminución de

tiempo que eso produce, reside en que el diseño óptimo es bastante insensible al tamaño del bloque, de igual forma que el valor final de la corta es también bastante insensible a los posibles cambios en los tonelajes, siempre y cuando estos cambios se realicen en las proximidades del valor óptimo (máximo).

En la figura 20 se muestra el tipo de curva que se obtiene cuando se representa el valor total de la corta frente al tonelaje de la misma. Como se puede observar, el valor máximo se presenta en una zona de comportamiento suave, no existiendo un pico claramente definido. Este hecho tiene un efecto muy importante en el proceso de optimización. Así, si las pequeñas desviaciones se producen en zonas que corresponden a diseños no óptimos (figura 20, zona A), dichos cambios pueden tener consecuencias importantes en el valor final de la corta. Por el contrario, si las desviaciones tienen lugar a partir del diseño óptimo (figura 20, zona B), diseño que genera el algoritmo Lerchs y Grossmann 3-D, el efecto que se produce en el valor final de la explotación es mínimo. En concreto, disminuciones en el número de bloques de 200 000 a 25 000 generan, por término medio y

considerando un gran número de tipos de yacimientos diferentes, errores que no superan el 1 % (Whittle, 1992).

Para finalizar con el tema del tamaño de bloque que, como se ha demostrado, tiene una notable importancia en el proceso de optimización, hay que hacer constar que cuando se produce la disminución del número de bloques, ésta se realiza por adición de los valores económicos de cada bloque, y nunca por ponderación con las leyes medias (Whittle, 1990).



**Figura 20.** Representación del valor final del valor de corte en función de sus tonelajes correspondientes

**Fuente:** Manual de evaluación y diseño de explotaciones mineras

➤ **Desarrollo del método**

El método de trabajo del algoritmo de Lerchs y Grossman 3-D considera los valores económicos de los bloques y el concepto de arco estructural. Un arco estructural de un bloque A a un bloque B significa que, si se quiere extraer el bloque A, es necesario extraer previamente el B, para dejar al descubierto el A, aunque no necesariamente viceversa. Estos dos conceptos permiten obtener el valor más alto de la explotación económicamente hablando, con lo que se define el diseño óptimo de corte, no pudiendo existir otro diseño que produzca un valor mayor.

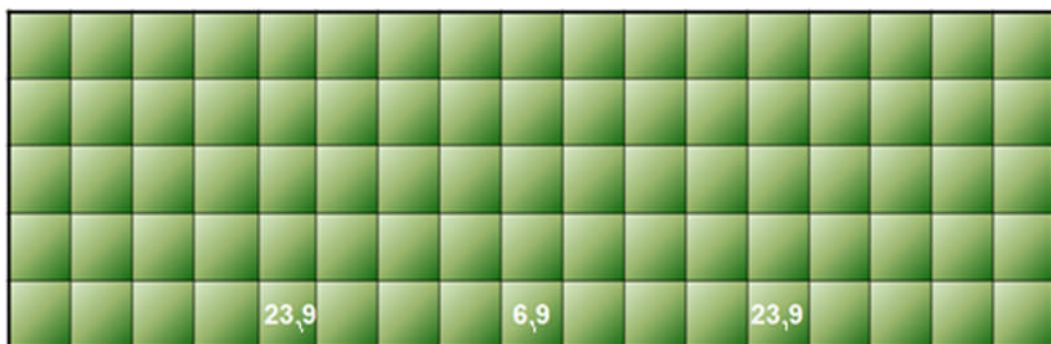
El método toma en cuenta dos tipos de información. La primera está relacionada con la pendiente de los taludes de explotación, dato imprescindible para poder establecer los correspondientes arcos estructurales, pues no es lo mismo un talud de  $45^\circ$ , que genera tres arcos estructurales para la extracción de cada bloque (si éste es de carácter cúbico), que un talud de 3D, que necesitaría para su extracción un número mayor de bloques y por lo tanto de arcos estructurales.

El segundo tipo de información consiste en el valor económico del bloque. Si es estéril, este valor será negativo (costo del arranque, carga y transporte a la escombrera), mientras que si es un bloque mineralizado tendrá un valor positivo, fruto del valor de la mineralización menos los costes del tratamiento. Por último, los bloques situados en el aire poseerán un valor cero. Es importante tener en cuenta este tipo de bloques puesto que puede suceder que entre bloques de mineral, el arco estructural tenga que pasar por bloques de aire.

Dados los valores de los bloques y los arcos estructurales, el algoritmo comienza a construir desde la base de la explotación una lista de bloques relacionados en forma de ramas de un árbol. Las ramas se denominan fuertes, si el total del valor de los bloques incluido en la rama es positivo o débil en caso contrario. Las ramas van creciendo desde el fondo de la explotación, uniéndose o separándose según las características de los arcos estructurales; hasta llegar a la superficie y definir el diseño óptimo del tajo.

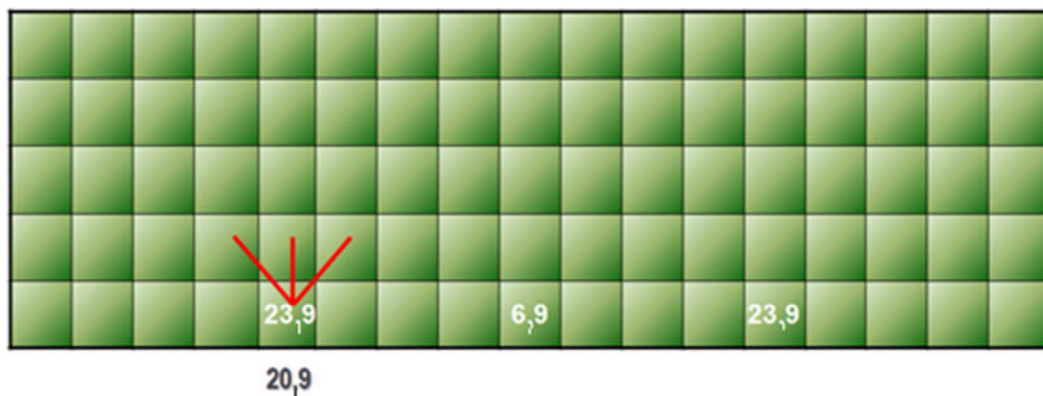
En las siguientes figuras de la 21 a la 25; se muestran en dos dimensiones algunas secuencias del progreso de las ramas

para optimizar el diseño de la explotación (figura 25) que se llevaría a cabo para extraer los bloques cuyo valor se representa en la figura 21 (Whittle, 1992).



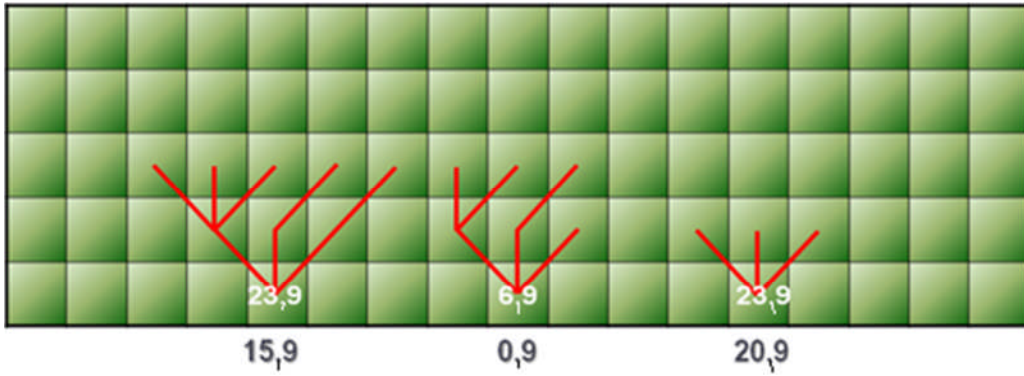
**Figura 21.** Matriz de bloques a optimizar con valores de los bloques positivos

**Fuente:** Manual de evaluación y diseño de explotaciones mineras



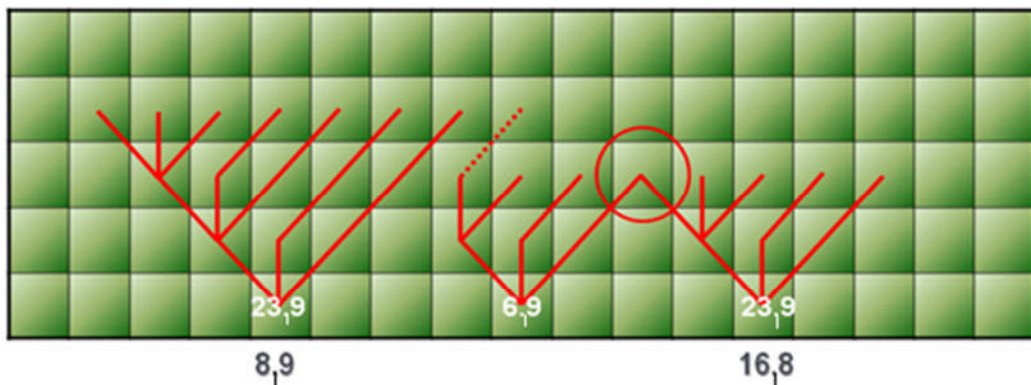
**Figura 22.** Secuencia (1) de arcos estructurales

**Fuente:** Manual de evaluación y diseño de explotaciones mineras



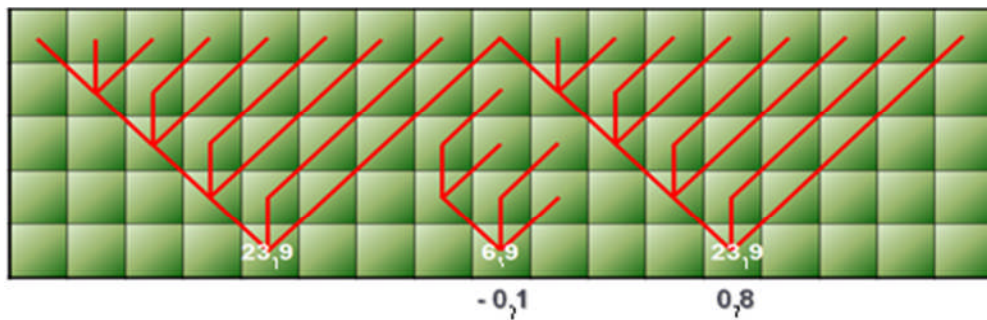
**Figura 23.** Secuencia (2) de arcos estructurales

**Fuente:** Manual de evaluación y diseño de explotaciones mineras



**Figura 24.** Secuencia (3) de arcos estructurales

**Fuente:** Manual de evaluación y diseño de explotaciones mineras



**Figura 25.** Resultado final de la optimización

**Fuente:** Manual de evaluación y diseño de explotaciones mineras

## **CAPÍTULO IV**

### **MARCO METODOLÓGICO**

#### **4.1 Tipo de investigación**

El presente trabajo considera una investigación:

- Aplicada, de acuerdo a las buenas prácticas en estimación de recursos y determinación de límites de explotación en minería superficial.
- El tipo de estimaciones y algoritmos que se realizará será de una estrategia experimental, de Causa-Efecto, la causa básica será la aplicación de Geoestadística y algoritmo Lerchs & Grossmann que busca como primer efecto una estimación de recursos representativa del yacimiento considerando las variables geológicas, comportamiento espacial de la mineralización de Cu, como segundo efecto determinar el pit óptimo en función de la estrategia de valor actual neto (VAN).

## 4.2 Diseño de la investigación

Para efectos de la contrastación de la hipótesis se utilizó el diseño:

- Correlacional-Causal.

## 4.3 Nivel de investigación

El presente trabajo de investigación ha considerado los niveles siguientes, es decir, el grado de profundidad con que se ha realizado el estudio: con el que se va a realizar el trabajo de investigación.

- Descriptiva.
- Correlacional.
- Explicativa.

## 4.4 Método de investigación

El método **experimental** manipulará variables de estudio, para obtener la representatividad de ley de Cu del yacimiento y determinar el límite de explotación en función del VAN de mina a través de iteraciones de las variables y su efecto en los resultados observables, se utilizará un diagrama de flujo (figura 4.1) donde se expresa desde el inicio al fin de la investigación para demostrar la

hipótesis.

#### 4.5 Tamaño de muestra

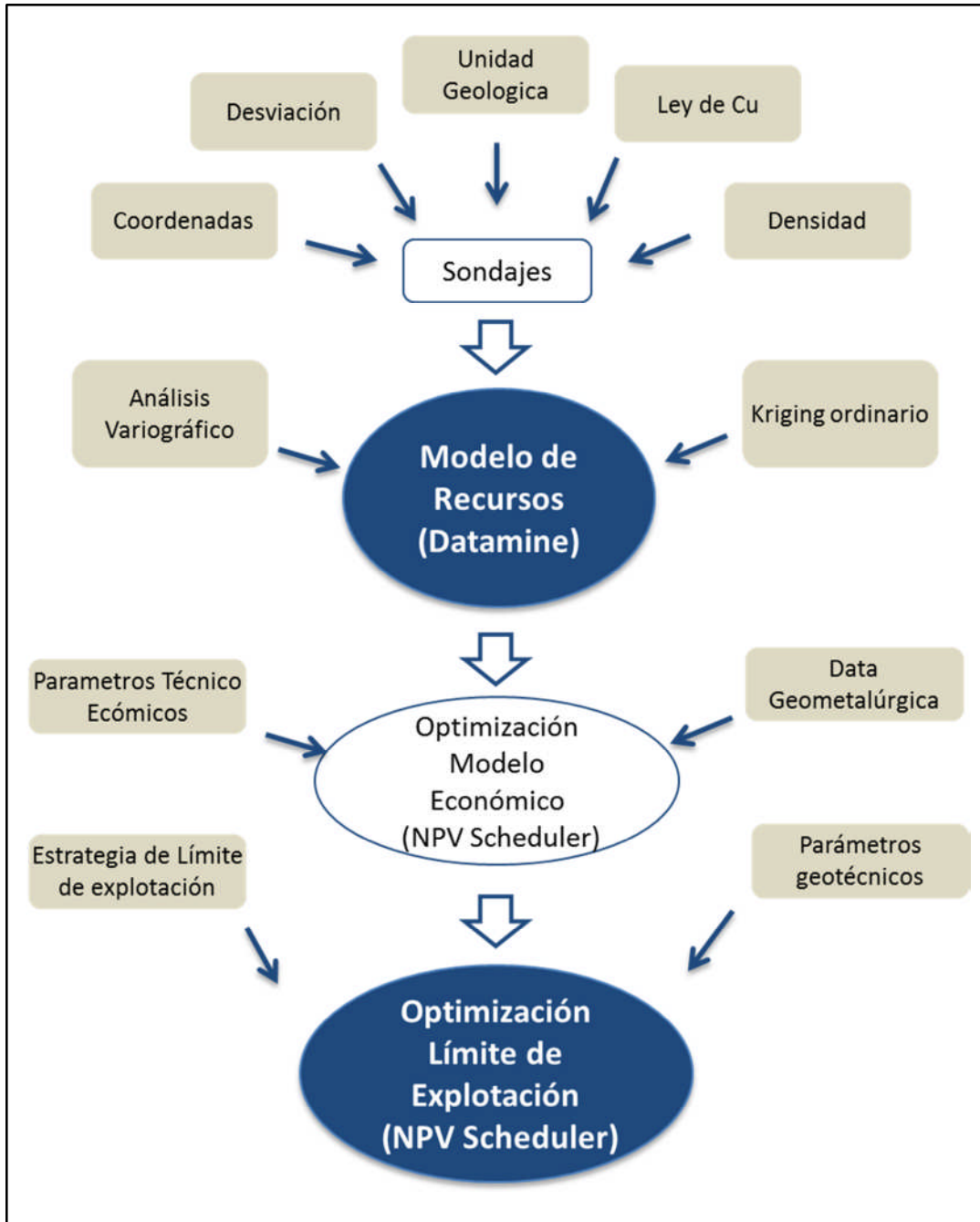
Para el desarrollo de la investigación se consideraron un total de 138 sondajes verticales, 17 sondajes horizontales y 2 labores subterráneas, de donde se obtienen los datos requeridos para estimar los recursos y determinar los límites de explotación como unidad geológica, leyes de cobre, densidad, entre otros.

#### 4.6. Instrumento para recolección de datos

**Tabla 2.** Hoja de colección de datos

<b><u>HOJA DE REGISTRO DE DATOS</u></b>								
Proyecto: _____								
Fecha: _____								
Sondaje	Este (m)	Norte (m)	Cota (m)	Desde	Hasta	Unidad Geológica	Ley de Cu %	Densidad

Fuente: Elaboración propia



**Figura 26.** Diagrama de flujo para optimización en la estimación de recursos y límite de explotación en el proyecto Michiquillay

**Fuente:** Elaboración propia

**Tabla 3.** Parámetros para determinación de límites de explotación

PARÁMETROS	VALOR	UNIDAD
Costo Mina		US\$/t
Costo Planta		US\$/t
Costo Venta Cu		US\$/lb
Precio Cu		US\$/lb
Recuperación		%
Ángulo de Talud		Grados

**Fuente:** Elaboración propia

## CAPÍTULO V

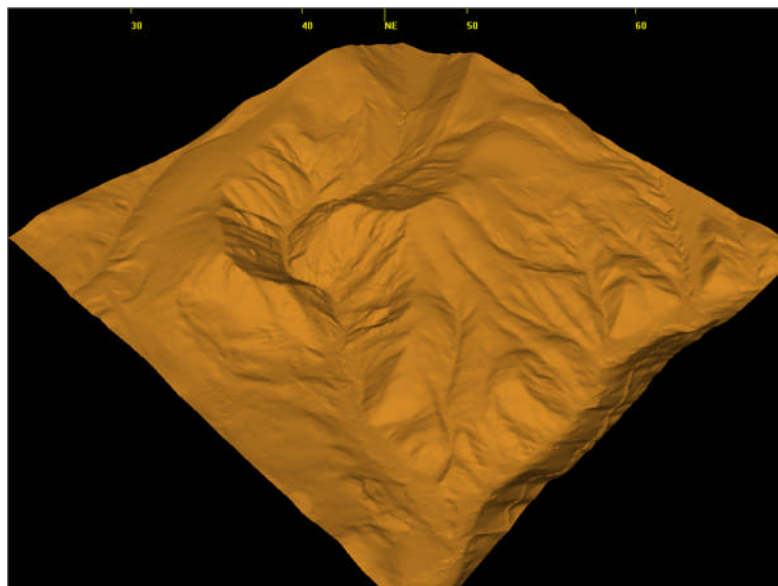
### ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### 5.1. Optimización aplicando métodos geoestadísticos para estimación de recursos proyecto Michiquillay

##### 5.1.1. Análisis exploratorio de datos

##### 5.1.1.1 Base de datos disponible:

Topografía de superficie



**Figura 27.** Vista 3D topografía Michiquillay

**Fuente:** Elaboración propia

### Base de datos del proyecto:

La base de datos del proyecto consta de 138 sondajes verticales, 17 sondajes horizontales y 2 labores subterráneas haciendo un total de 43 390 metros principales como se distingue en el cuadro siguiente.

**Tabla 4.** Base de datos

TIPO DE LABOR	# SONDAJES	METROS
VERTICAL	138	45 771
HORIZONTAL	17	1 902
GALERÍA	2	1 717

Fuente: Elaboración propia

Los datos de coordenadas, medición de desviación, unidad geológica (UG) y ensayos de cobre fueron compilados en formato Excel, posteriormente migrados a formato Datamine (.dm)

**Tabla 5.** Formato Datamine de sondajes

BHID	FROM	TO	LENGTH	A0	B0	X	Y	Z	CUT
H20	56,54	71,33	14,78	0	90	95 736,5	221 315	3 391,47	0,749
H20	71,33	86,11	14,78	180	90	95 736,5	221 315	3 376,68	0,816
H20	86,11	100,89	14,78	0	90	95 736,5	221 315	3 361,90	0,813
H20	100,89	115,68	14,78	180	90	95 736,5	221 315	3 347,11	0,824
H20	115,68	130,46	14,78	0	90	95 736,5	221 315	3 332,33	0,749
H20	130,46	145,25	14,78	0	90	95 736,5	221 315	3 317,55	0,835
H20	145,25	160,03	14,78	180	90	95 736,5	221 315	3 302,76	0,674

Fuente: Elaboración propia

El archivo inicial de sondajes, con largos de muestras variables, incluye una variable continua y una categórica. El listado de variables se presenta en la tabla 6:

**Tabla 6.** Listado de variables

VARIABLE	TIPO VARIABLE	DESCRIPCIÓN
CUT [%]	continua	Cobre total
UG	categórica	Unidad Geológica

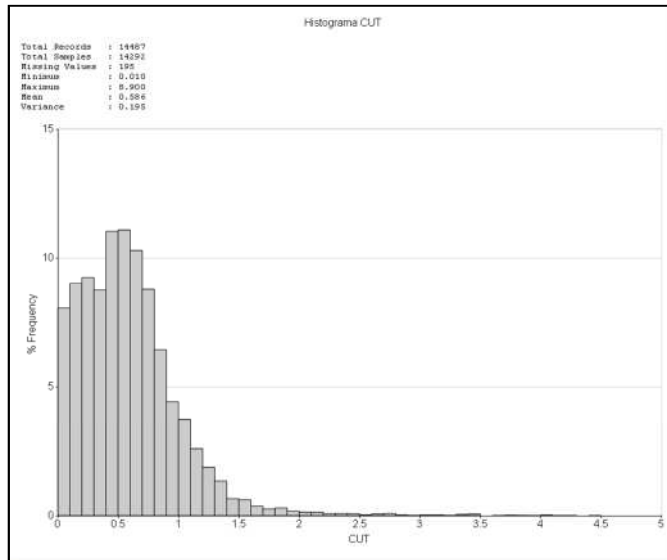
**Fuente:** Elaboración propia

Las estadísticas básicas de la variable contenidas en el archivo de sondajes, se presenta separadamente para variables continuas y categóricas en las tablas 7 y 8 respectivamente.

**Tabla 7.** Estadística básica de variables continuas CUT

FIELD	N° Records	N° Samples	Missing value	Min.	Max.	Range	Mean	Variance
CUT	14 487	14 292	195	0,01	8,90	8,89	0,58	0,19

**Fuente:** Elaboración propia



**Figura 28.** Histograma de CUT

Fuente: Elaboración propia

**Tabla 8.** Estadística básica de variables categóricas UG

FIELD	N° Records	N° Samples	Missingvalue	Validlength ≠ missing
UG	14 487	14 487	0	67 076,20

Fuente: Elaboración propia

### 5.1.1.2 Regularización de la muestra

Las muestras de largo variable se llevaron a tramos regularizados de 15 m a lo largo de los sondajes con la tolerancia de 50 %.

El archivo de datos incluyó una variable categórica representando las unidades geológicas.

- Unidad Geológica – con nombre del campo UG.

La variable de Unidad Geológica UG incluye 4 categorías que se muestran en la tabla 9:

**Tabla 9.** Estadística básica de variables categóricas UG

Categoría UG	Código
Cobertura	10
Enriquecimiento Secundario	50
Pórfidos Mineralizados	60
Sedimentos	100

**Fuente:** Elaboración propia

Posterior a la regularización de los datos se hizo la validación del proceso mediante la comparación por tipo de Unidad Geológica entre largos de muestras originales y compositadas.

**Tabla 10.** Análisis comparativo del largo de muestras y compósitos en función de la variable litología

TIPO	UG	CAMPO	N° RECORDS	N° MUESTRAS	MÍNIMO	MÁXIMO	TOTAL
COMP	10	LENGTH	3 313	492	3,05	21,34	7 349,71
COMP	50	LENGTH	3 313	238	3,72	22,05	3 490,66
COMP	60	LENGTH	3 313	2 089	3,65	18,47	31 196,88
COMP	100	LENGTH	3 313	494	5,18	17,68	7 312,02
SAMPL	10	LENGTH	14 487	497	0,01	181,00	7 349,71
SAMPL	50	LENGTH	14 487	1 621	0,07	15,24	3 490,66
SAMPL	60	LENGTH	14 487	9 872	0,01	15,00	31 196,88
SAMPL	100	LENGTH	14 487	2 497	0,01	92,11	7 324,44

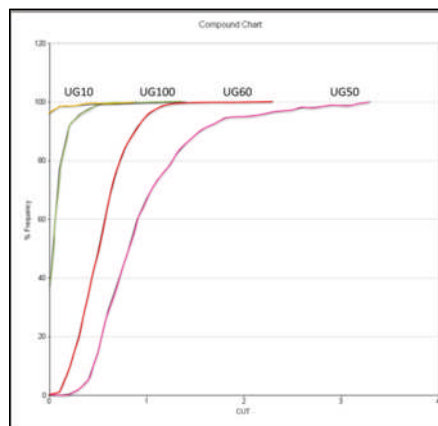
**Fuente:** Elaboración propia

### 5.1.1.3 Análisis estadístico global y local

El análisis de datos se comenzó a escala global para continuar después con el análisis local y terminar caracterizando los contactos entre las unidades estudiadas, en todas las etapas se respetó el condicionamiento geológico.

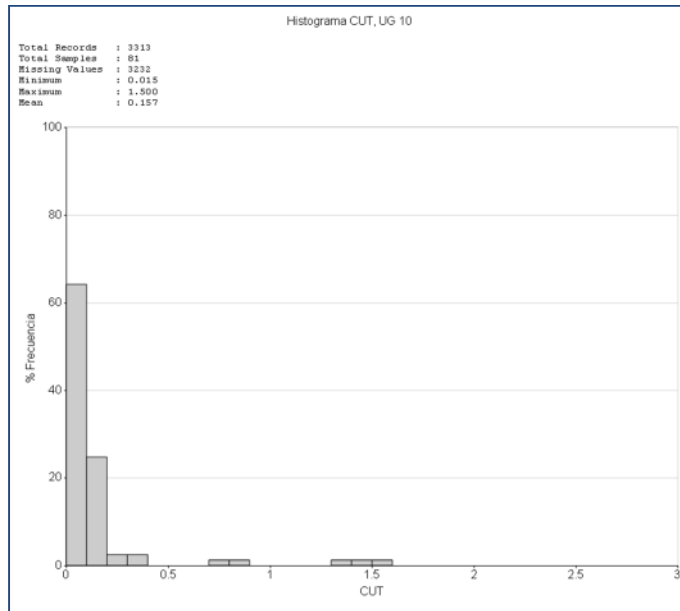
### 5.1.1.4 Análisis de distribución acumulada

Este análisis muestra el porcentaje de la población de datos que cumple la expectativa de estar sobre una ley de corte dada. El análisis muestra también diferencias o similitudes en términos porcentuales de las poblaciones de leyes pertenecientes a los diferentes dominios desde el punto de vista geológico



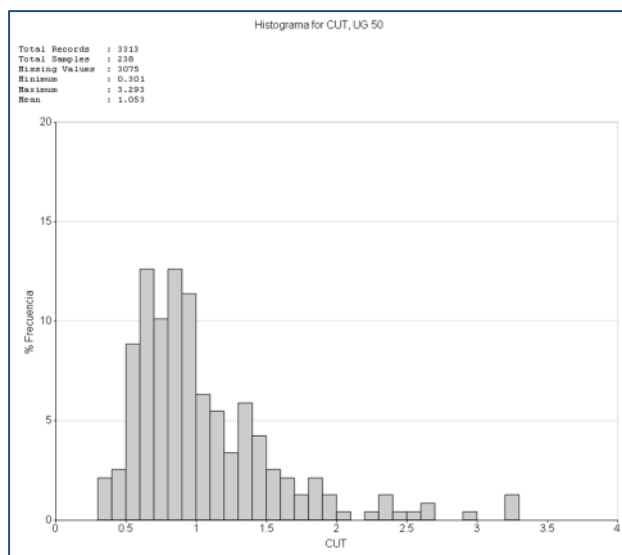
**Figura 29.** Distribución acumulada

**Fuente:** Elaboración propia



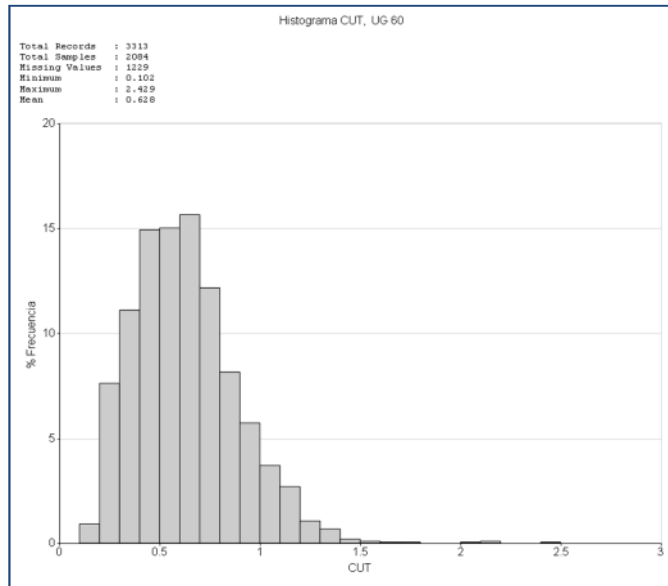
**Figura 30.** Histograma CUT, unidad geológica cobertura (UG10)

**Fuente:** Elaboración propia.



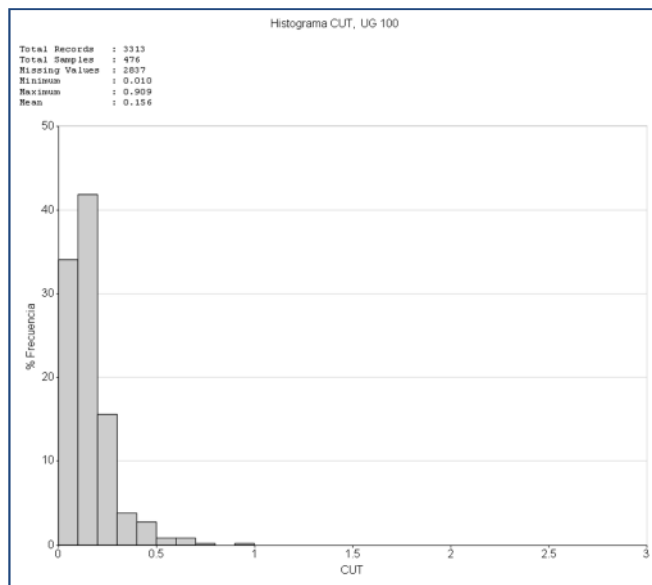
**Figura 31.** Histograma CUT, unidad geológica enriquecimiento secundario (uG50)

**Fuente:** Elaboración propia



**Figura 32.** Histograma CUT, unidad pórfidos mineralizados secundario (UG60)

**Fuente:** Elaboración propia

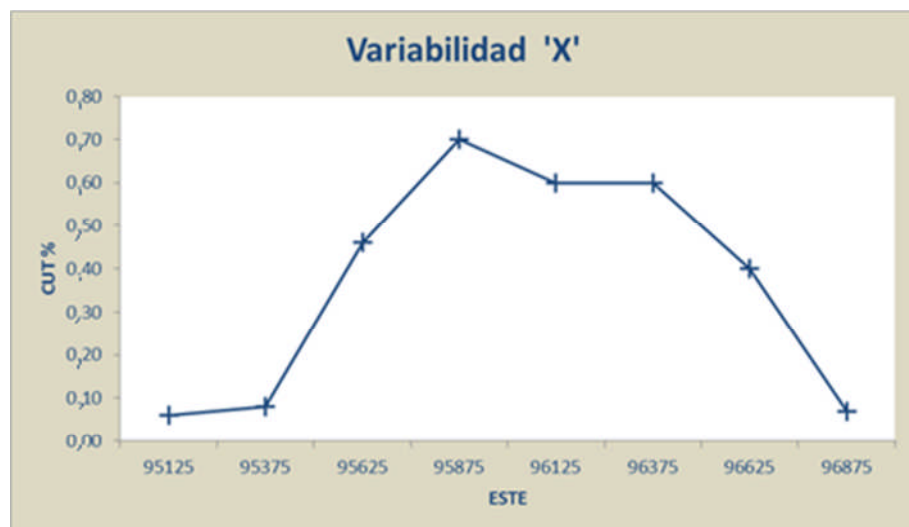


**Figura 33.** Histograma CUT, unidad sedimentos (UG100)

**Fuente:** Elaboración propia

### 5.1.1.5 Análisis de variabilidad

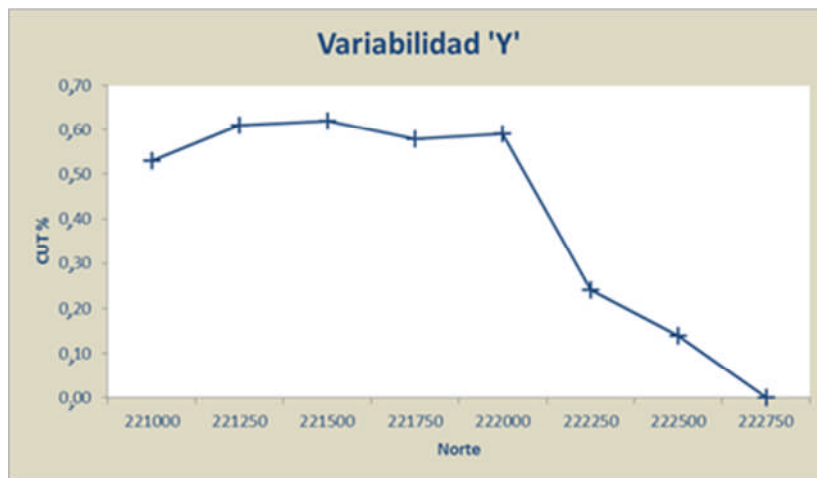
Las figuras permiten ver el comportamiento de las variables analizadas. En varios de los gráficos se visualiza claramente la variabilidad de la ley de Cu a través del yacimiento en dirección X, Y y Z, dicho comportamiento se puede ver en las figuras 34, 35 y 36, los valores mostrados representan la totalidad de datos sin aplicar una ley de corte dada. En dirección X y Y la ley de Cu disminuye al acercarnos a los bordes del yacimiento, en dirección Z se aprecia consistencia en los valores de ley de Cu en profundidad a partir del banco 3 525.



**Figura 34.** Análisis de leyes a través del yacimiento Oeste - Este

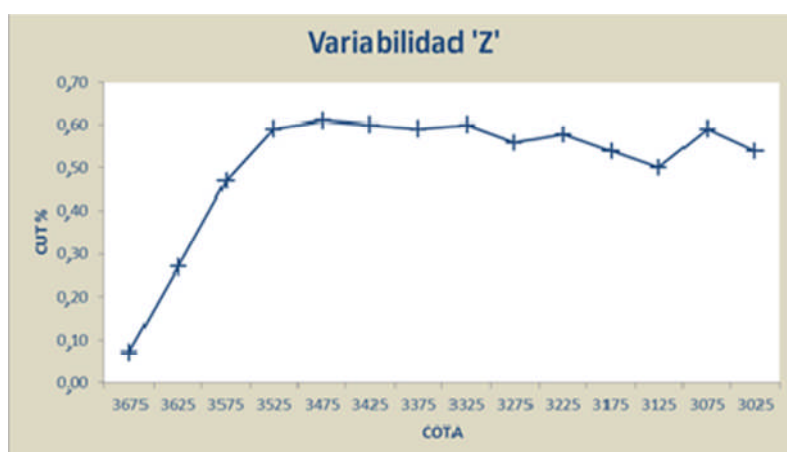
**Fuente:** Elaboración propia

A esta escala es posible ver la naturaleza de la mineralización del yacimiento Michiquillay.



**Figura 35.** Análisis de leyes a través del yacimiento Sur - Norte

Fuente: Elaboración propia



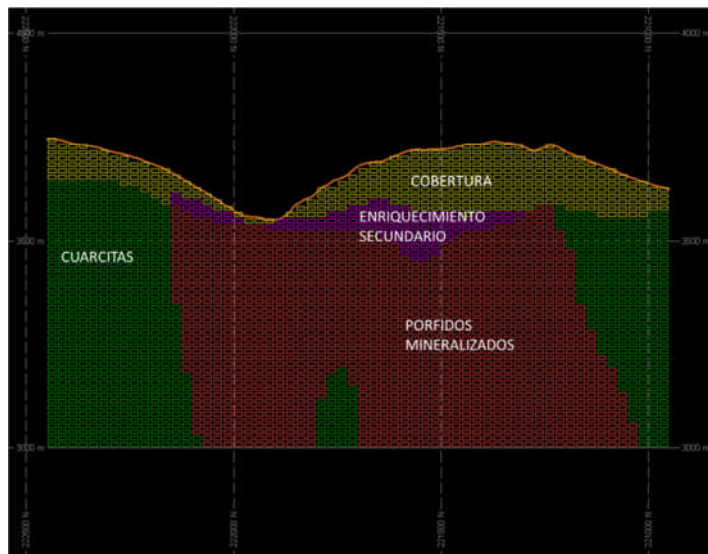
**Figura 36.** Análisis de leyes a través del yacimiento en profundidad

Fuente: Elaboración propia

### 5.1.2. Modelamiento geológico

En la preparación del modelo geológico del yacimiento cuprífero, se utilizaron los datos de leyes, geología de superficie y logueo de sondajes, puestos en secciones, donde se han identificado cuatro unidades geológicas principales.

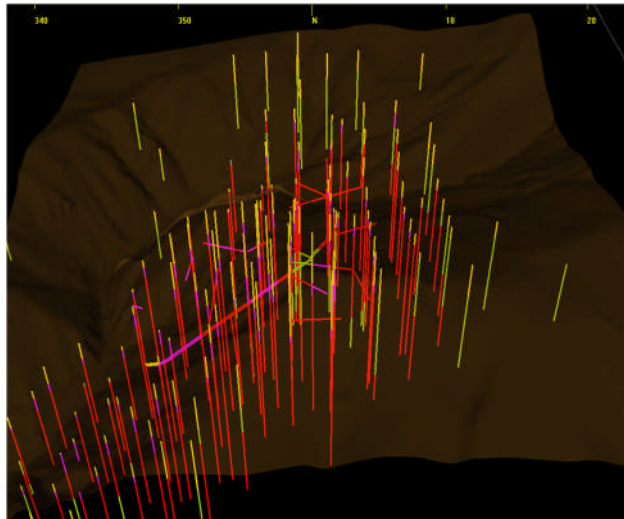
- Unidad de cobertura.
- Unidad de enriquecimiento secundario.
- Unidad de pórfidos mineralizados.
- Unidad de sedimentos.



**Figura 37.** Sección tipo de unidades geológicas

**Fuente:** Elaboración propia

La construcción del modelo geológico se realizó en el software Studio 3 de Datamine siguiendo la siguiente metodología: El archivo de sondajes con información de las cuatro unidades geológicas fue desplegado en el software en modo visualizador en tres dimensiones (Norte, Este, Cota).



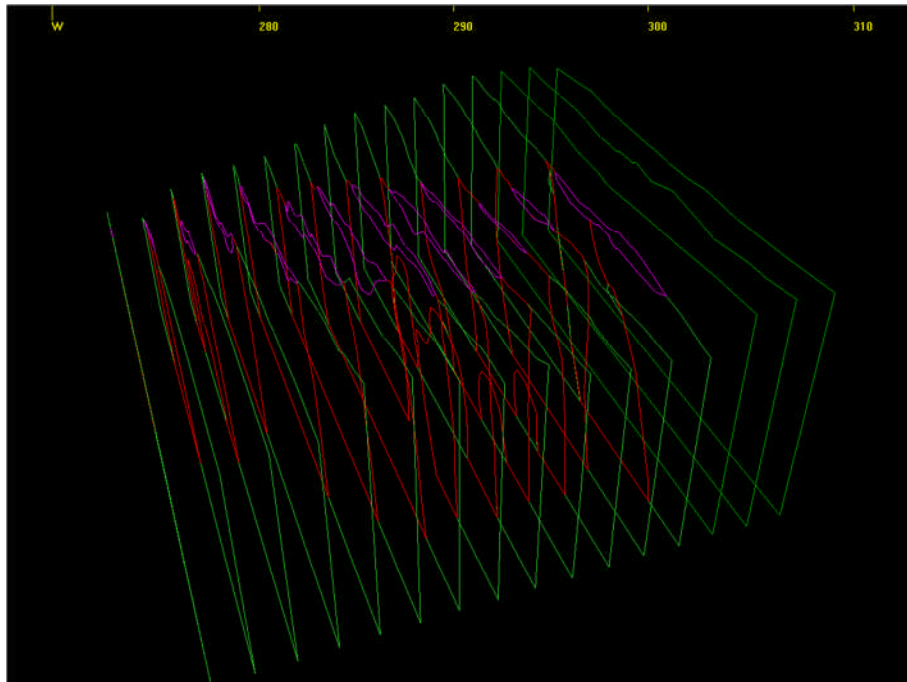
**Figura 38.** Visualizador de sondajes

**Fuente:** Elaboración propia

Se trabajaron secciones Este – Oeste cada 100 metros con una influencia de 50 metros para dimensionar el volumen del cuerpo mineral y realizar el análisis estadístico de datos para establecer los dominios de estimación del yacimiento.

El resultado de la digitalización de secciones se aprecia en la

figura 39 en el ambiente Studio 3 de Datamine.

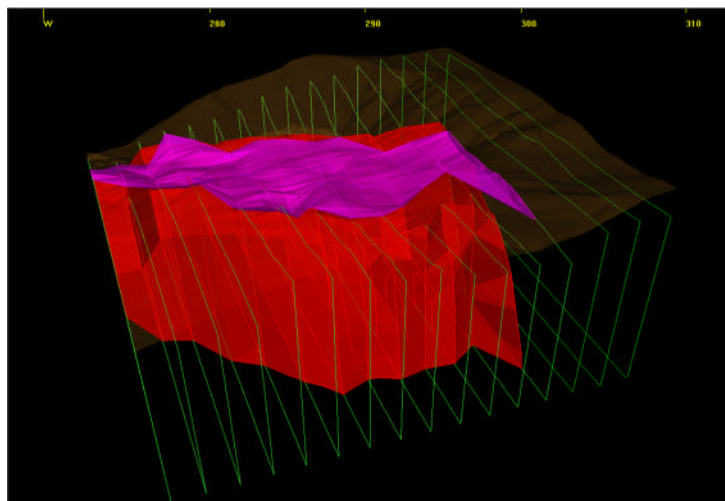


**Figura 39.** Secciones generadas a partir de contactos geológicos

**Fuente:** Elaboración propia

En el ambiente de trabajo de Studio 3 de Datamine se procedió a generar los sólidos de las diferentes unidades geológicas (UG), tomando como punto de control los límites y contactos identificados mediante logeo Geológico de sondajes que se encuentran en la base de datos. Los sólidos fueron generados acorde a la naturaleza geológica del yacimiento, estableciendo los límites de la roca caja (sedimentos), seguido de

la intrusión de los pórfidos mineralizados para finalmente generar la unidad geológica de enriquecimiento secundario y cobertura, ver figura 40:



**Figura 40.** Sólidos 3D generados a partir de secciones

**Fuente:** Elaboración propia

Las unidades geológicas modeladas son representadas en el modelo de bloques generado anteriormente, es utilizado como base para la estimación de recursos y posterior determinación de límites de explotación.

### **Modelo geológico de bloques**

Modelo de Bloques.

El tamaño de los bloques es de 25 x 25 x 15 m .

Origen

- Este: 94 500
- Norte: 220 000
- Cota: 3 000

Dimensiones

Las dimensiones del modelo de bloques son:

- Eje X: 1 500 m
- Eje Y: 1 500 m
- Eje Z: 1 000 m

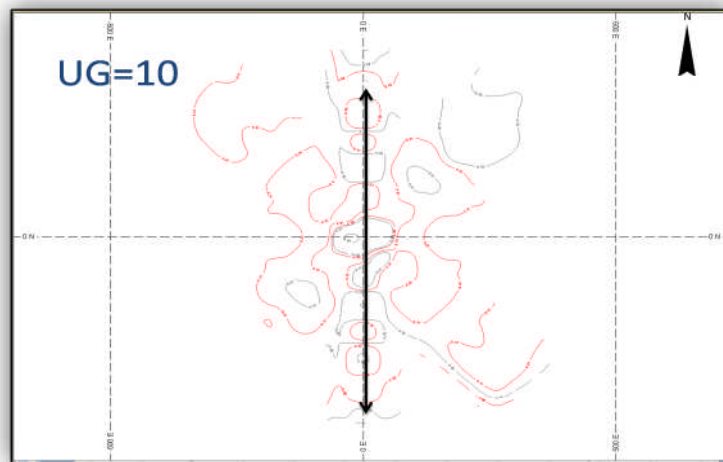
### **5.1.3. Análisis variográfico**

En la determinación de la variografía del depósito se utilizaron los compósitos de 15 metros de sondajes diamantinos.

Se probaron variogramas en la unidad de cobertura, enriquecimiento secundario, pórfidos mineralizados y sedimentos en direcciones preferenciales de la mineralización. Las aplicaciones que se obtienen a través de los diferentes mapas se van a complementar cuantitativamente con el uso del variograma. Esto permitirá obtener resultados numéricos para la toma de decisiones

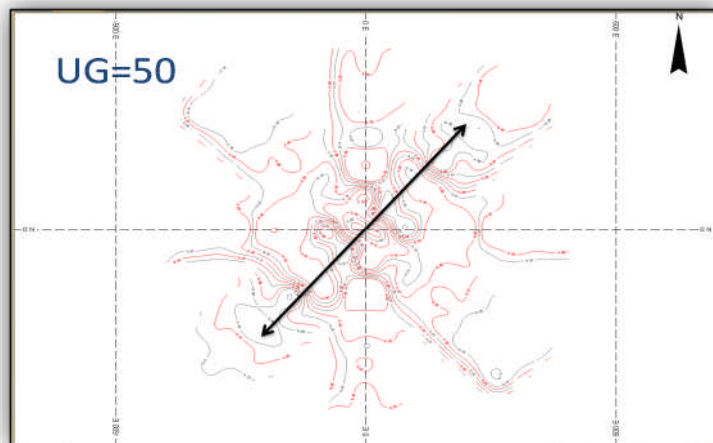
acerca del modelo a ser empleado en estimación de leyes.

### Mapas de anisotropía



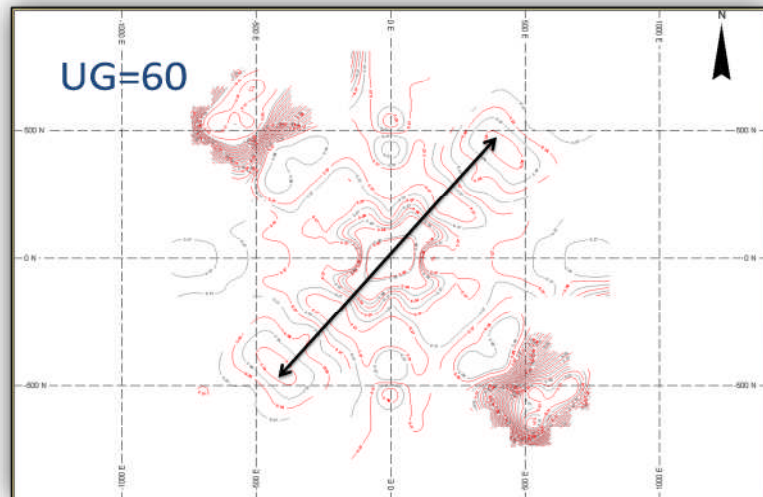
**Figura 41.** Mapa de anisotropía de cobertura UG10

**Fuente:** Elaboración propia



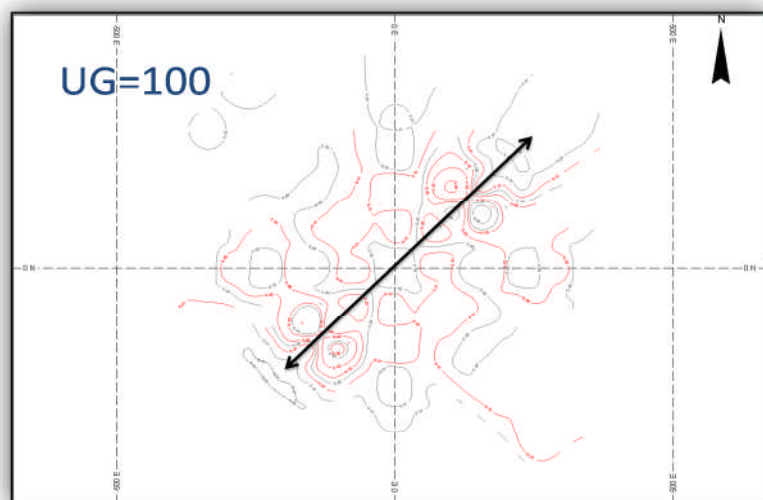
**Figura 42.** Mapa de anisotropía de enriquecimiento secundario UG50

**Fuente:** Elaboración propia



**Figura 43.** Mapa de anisotropía de pórfidos mineralizados UG60

**Fuente:** Elaboración propia



**Figura 44.** Mapa de anisotropía de sedimentos UG100

**Fuente:** Elaboración propia

Los parámetros de cálculo de los variogramas con los cuales se obtuvo la posición consistente y espacialmente estructurada:

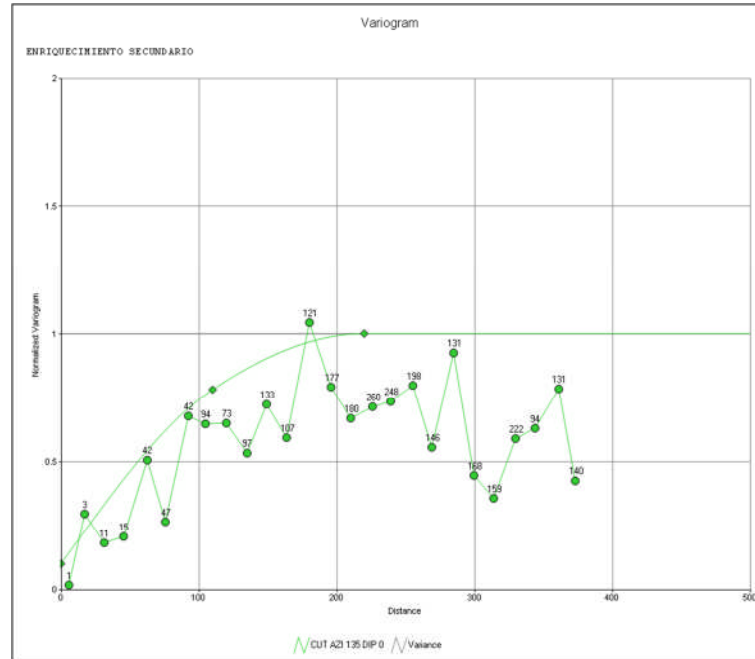
**Tabla 11.** Parámetros de cálculo de Variogramas

<u>Parámetro</u>	<u>Valor</u>
Fórmula de cálculo usada	Variograma general
Ancho de corredor de búsqueda [m]	100
Intervalo de cada paso [m]	30
Tolerancia de Paso	15
Azimut	0
Angulo horizontal [°]	22,5
Incremento Angulo Horizontal [°]	45
Angulo Vertical [°]	15
Incremento Angulo Vertical [°]	30

Fuente: Elaboración propia

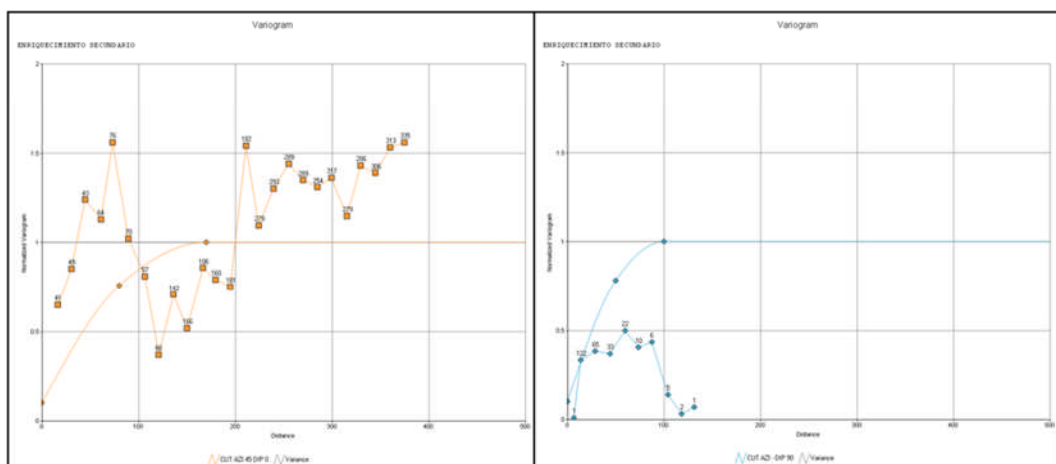
Algunos variogramas experimentales y los respectivos modelos ajustados se presentan a continuación a modo de ejemplo. El juego completo de los gráficos de variogramas y sus parámetros numéricos se encuentran en el Anexo 1.

UG50



**Figura 45.** Variograma UG50 dirección1

Fuente: Elaboración propia



**Figura 46.** Variograma UG50 dirección2 (izquierda), dirección3 (derecha)

Fuente: Elaboración propia

UG60

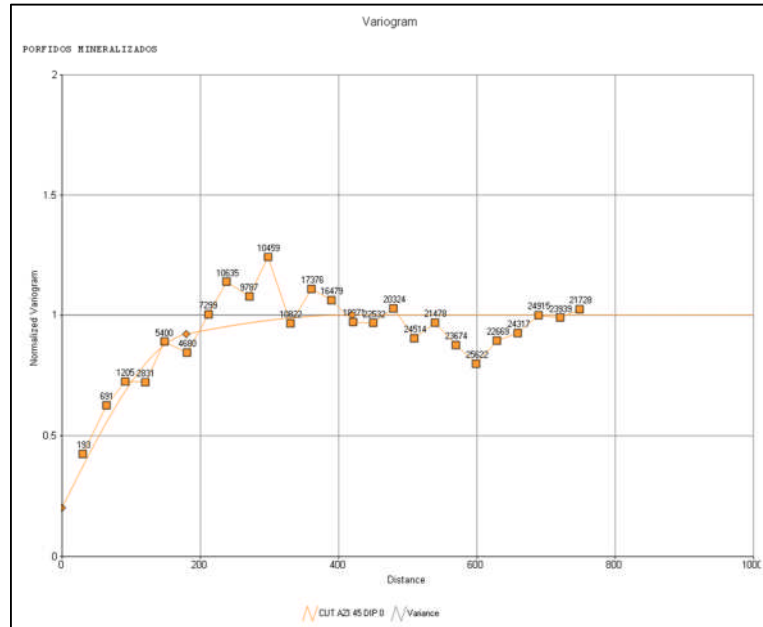


Figura 47. Variograma UG60 dirección1

Fuente: Elaboración propia

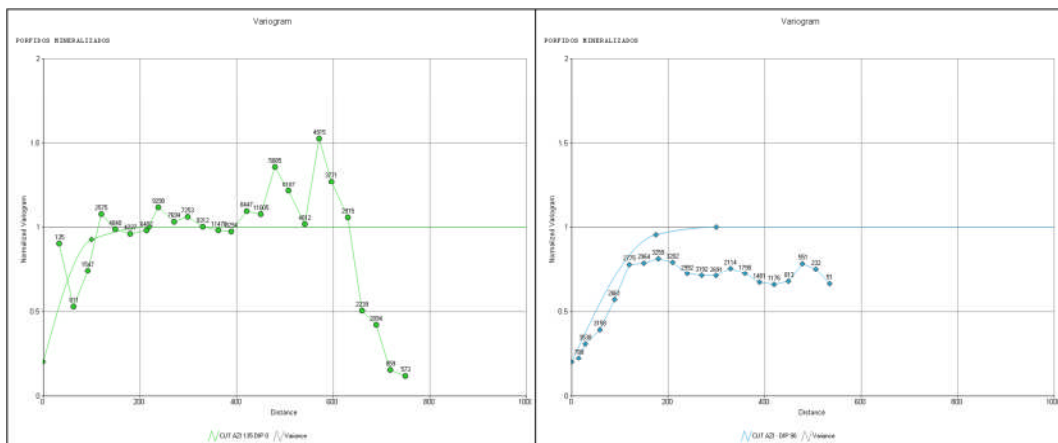


Figura 48. Variograma UG60 dirección2 (izquierda), dirección3 (derecha)

Fuente: Elaboración propia

#### 5.1.4. Validación cruzada

Para validar los modelos de variogramas y parámetros de estimación de recursos minerales usados se llevó a cabo el ejercicio de validación cruzada.

Las variables tomadas en cuenta, a nivel de compósitos, se estimaron usando los parámetros de variabilidad espacial de leyes y los radios de búsqueda desplegados en las tablas 15 (UG50), 16 (UG60).

Los parámetros de Kriging propuestos para ser usados en la interpolación lineal son los siguientes:

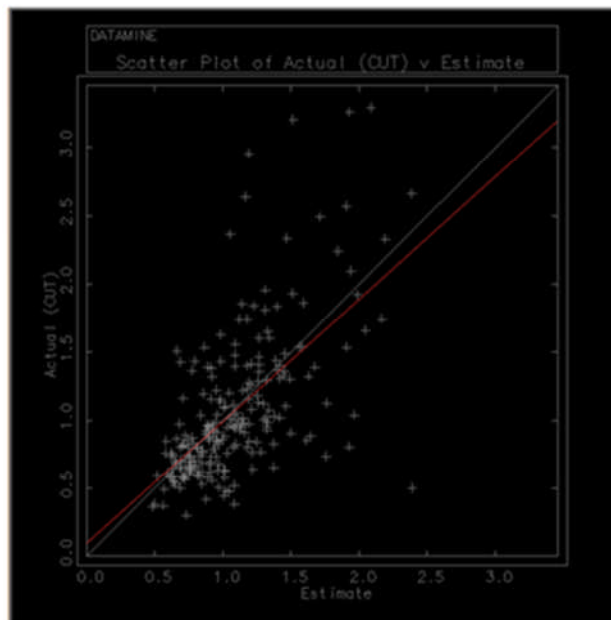
- Número mínimo de muestras: 6
- Número máximo de muestras: 16
- Número máximo de muestras provenientes de un sondaje: 2
- Malla de discretización. 4 x 4 x 3 m
- Número de octantes: n/a

Para el ejercicio de la validación cruzada se usó la opción de

eliminar el sondaje completo cuyo compósito estaba sujeto a la estimación. Los resultados para las unidades geológicas de enriquecimiento secundario y pórfidos mineralizados se ven a continuación, tabla 12 y 13 y figuras 49 y 50 respectivamente.

### Unidad de enriquecimiento secundario UG50

El análisis demuestra que los variogramas propuestos para la UG50 y los parámetros de kriging usados permiten estimar variables sin introducir un sesgo condicional significativo.



**Figura 49.** Validación cruzada CUT UG50

**Fuente:** Elaboración propia

Este análisis se realizó con la ayuda de la herramienta de validación cruzada “XVALID” del software Studio 3 de Datamine, de donde se obtiene el gráfico llamado “Scatter Plot”, donde muestra la nube de puntos, donde se eliminó sondajes para estimar las leyes, esta unidad se estimó con 238 muestras.

**Tabla 12.** Validación cruzada CUT UG50

CROSS-VALIDATION STATISTICS FOR CUT		
Number of samples estimated =		238
Number of samples not estimated =		0
Mean of actual values =		1,05
Mean of estimated values =		1,06
Mean difference (act - est) =		-0,014
Mean difference (as % of actual) =		-1,39
Mean absolute difference =		0,27
Variance of actual values =		0,28
Variance of estimated values =		0,13
Correlation coefficient =		0,62
<u>Kriging Variance:</u>		
Mean of KV estimated from model =		0,47
Mean of squared differences =		0,17
Ratio =		2,76
<u>Regression Equation:</u>		
Actual =	$0,097 + 0,896 * Estimate$	
Standard Error =	0,413	

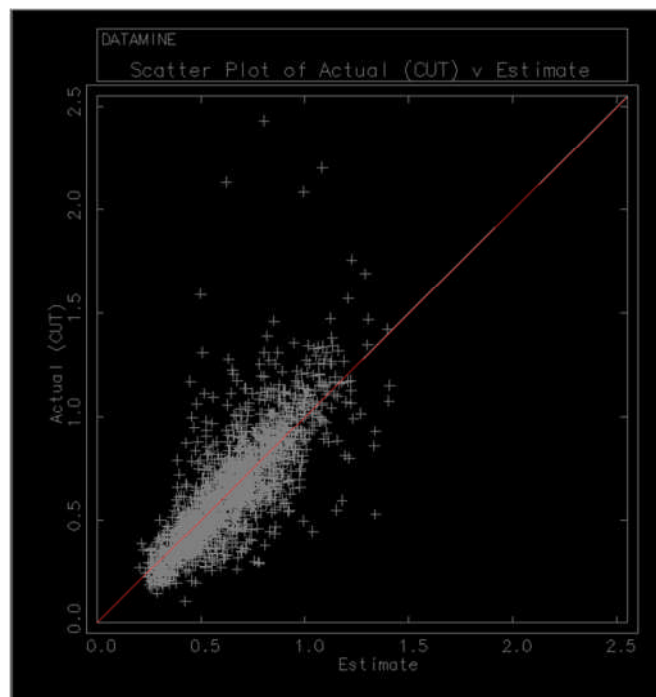
**Fuente:** Elaboración propia

Para el caso de la unidad geológica de enriquecimiento

secundario se tiene que el promedio de leyes de sondajes igual a 1,05 % Cu y el promedio de leyes estimadas 1,06 % Cu con una diferencia relativa de 0,95 %, siendo este un valor aceptado para los parámetros de estimación.

### Unidad de pórfidos mineralizados UG60

El análisis demuestra que los variogramas propuestos para la UG50 y los parámetros de kriging usados permiten estimar variables sin introducir un sesgo condicional significativo.



**Figura 50.** Validación cruzada CUT UG60

**Fuente:** Elaboración propia

Este análisis se realizó con la ayuda de la herramienta de validación cruzada “XVALID” del software Studio 3 de Datamine, de donde se obtiene el gráfico llamado “Scatter Plot”, donde muestra la nube de puntos, donde se eliminó sondajes para estimar las leyes, esta unidad se estimó con 2 084 muestras.

**Tabla 13.** Validación cruzada CUT UG60

CROSS-VALIDATION STATISTICS FOR CUT	
Number of samples estimated =	2084
Number of samples not estimated =	0
Mean of actual values =	0,628
Mean of estimated values =	0,629
Mean difference (act - est) =	-0,001
Mean difference (as % of actual) =	-0,185
Mean absolute difference =	0,1
Variance of actual values =	0,067
Variance of estimated values =	0,045
Correlation coefficient =	0,81
<u>Kriging Variance:</u>	
Mean of KV estimated from model =	0,365
Mean of squared differences =	0,023
Ratio =	15,77
<u>Regression Equation:</u>	
Actual = 0,0002 + 0,998 * Estimate	
Standard Error = 0,152	

Fuente: Elaboración propia

Para el caso de la unidad geológica de pórfidos mineralizados

se tiene que el promedio de leyes de sondajes igual a 0,628 % Cu y el promedio de leyes estimadas 0,629 % Cu con una diferencia relativa de 0,16 %, siendo este un valor aceptado para los parámetros de estimación.

Como se observa en el “Scatter Plot” figura 50 y la tabla de estadísticas de validación cruzada, se ha obtenido un coeficiente de correlación de 0,81 para la UG60.

### 5.1.5. Interpolación kriging ordinario

Las leyes de cobre (CuT) del modelo se estimaron mediante kriging ordinario. Los parámetros de interpolación tienen como base los modelos de variogramas y los radios de búsqueda se encuentran en las tablas y gráficos siguientes.

**Tabla 14.** Unidad de cobertura

Variable: CUT		UG10					
Componente de Varianza	Valor de Varianza	Rangos			Radio de Búsqueda		
		X	Y	Z	X	Y	Z
<i>Angulo de Rotación (Z,X,Z)</i>		-	-	-	-	-	-
C0	0,10				105	105	105
C1	Esférico 0,35	15	15	15			
C2	Esférico 0,55	105	105	105			

**Fuente:** Elaboración propia

**Tabla 15.** Unidad de enriquecimiento secundario

Variable: CUT		UG50					
Componente de Varianza	Valor de Varianza	Rangos			Radio de Búsqueda		
		X	Y	Z	X	Y	Z
<i>Rotation angles (Z,X,Z)</i>		<u>135</u>	<u>45</u>	<u>0</u>	<u>135</u>	<u>45</u>	<u>0</u>
C0	0,10				220	170	100
C1	Esférico 0,20	110	80	50			
C2	Esférico 0,70	220	170	100			

**Fuente:** Elaboración propia

**Tabla 16.** Unidad de pórfidos mineralizados

Variable: CUT		UG60					
Componente de Varianza	Valor de Varianza	Rangos			Radio de Búsqueda		
		X	Y	Z	X	Y	Z
<i>Rotation angles (Z,X,Z)</i>		<u>45</u>	<u>135</u>	<u>0</u>	<u>45</u>	<u>135</u>	<u>0</u>
C0	0,20				400	220	300
C1	Esférico 0,60	180	100	175			
C2	Esférico 0,20	400	220	300			

**Fuente:** Elaboración propia

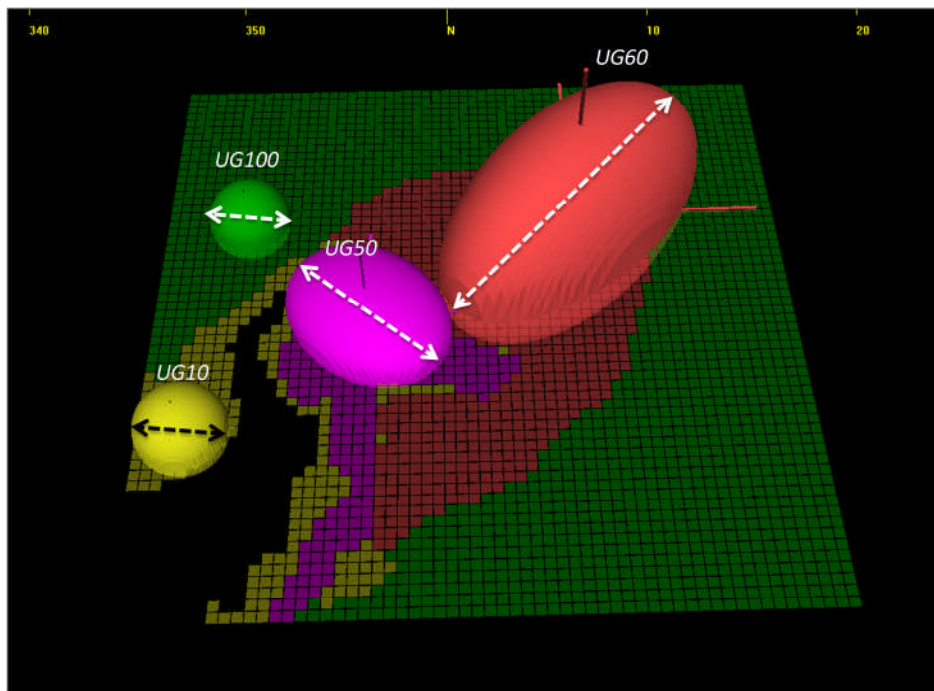
**Tabla 17.** Unidad de sedimentos

Variable: CUT		UG100					
Componente de Varianza	Valor de Varianza	Rangos			Radio de Búsqueda		
		X	Y	Z	X	Y	Z
<i>Rotation angles (Z,X,Z)</i>		-	-	-	-	-	-
C0	0,15				100	100	100
C1	Esférico 0,85	100	100	100			

**Fuente:** Elaboración propia

Las direcciones de anisotropía de las diferentes unidades geológicas del yacimiento Michiquillay se representan en la figura 51, las unidades geológicas de enriquecimiento secundario (UG50) y pórfidos mineralizados (UG60) muestran anisotropía, para el caso

de cobertura y sedimentos se observa un comportamiento isotrópico.



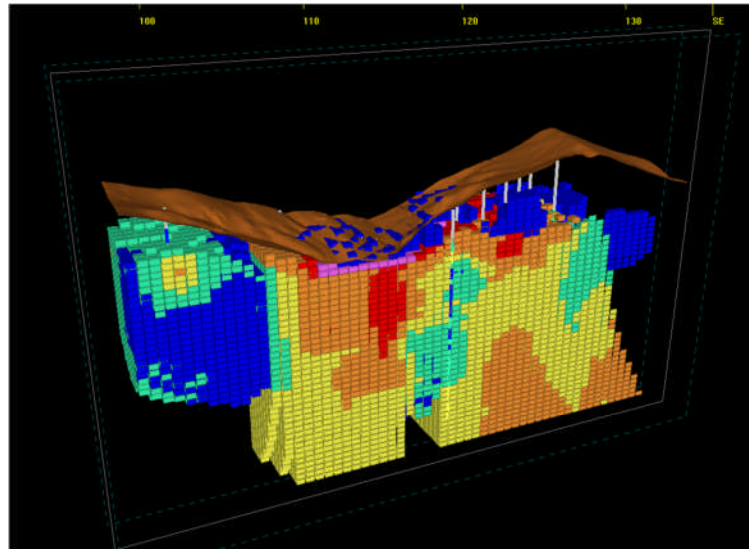
**Figura 51.** Dirección de anisotropía por unidad geológica

**Fuente:** Elaboración propia

La estimación de recursos se realizó en el ambiente Studio 3 de Datamine mediante la herramienta de estimación “Estimate”, los parámetros de kriging ordinario, además de, los parámetros de variogramas son los siguientes:

- Tamaño de bloques: 25 m x 25 m x 15 m

- Número mínimo de muestras: 4
- Número máximo de muestras:16
- Número máximo de muestras provenientes de un sondaje: 2
- Malla de discretización: 4 x 4 x 3 m



**Figura 52.** Dirección de anisotropía por unidad geológica

Fuente: Elaboración propia

#### 5.1.6. Curva tonelaje ley

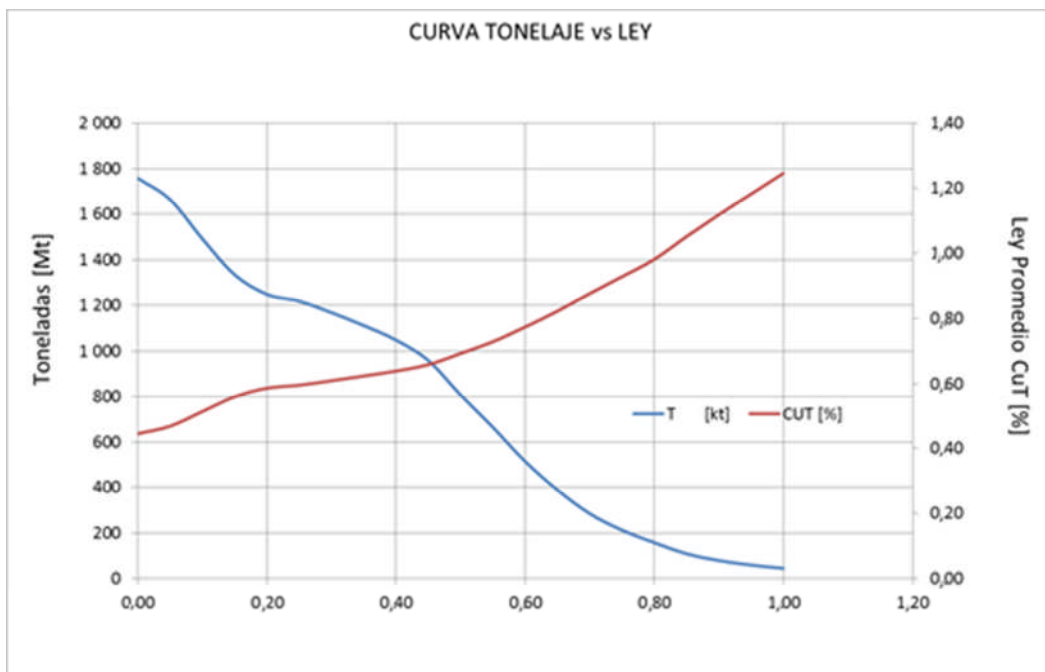
Resultado de la estimación de recursos minerales del proyecto se llevó a cabo la preparación del inventario de recursos, esto es el resumen de los tonelajes de mineral y ley media de Cu de los recursos a una determinada ley de Cu.

El inventario se completa con la elaboración de curvas tonelaje-ley, ver figura 53.

**Tabla 18.** Tabulación de recursos

Ley de Corte	TABULACIÓN RECURSOS	
	t	CUT [%]
0,00	1 757 308 875	0,45
0,05	1 663 273 313	0,47
0,10	1 491 579 938	0,51
0,15	1 334 731 313	0,56
0,20	1 248 487 688	0,59
0,25	1 217 939 625	0,60
0,30	1 167 931 500	0,61
0,35	1 111 621 125	0,62
0,40	1 047 938 719	0,64
0,45	958 974 188	0,66
0,50	808 016 156	0,69
0,55	665 278 219	0,73
0,60	514 422 656	0,77
0,65	388 407 656	0,82
0,70	284 592 469	0,88
0,75	212 449 125	0,93
0,80	157 788 281	0,98
0,85	109 297 219	1,05
0,90	79 508 813	1,12
0,95	59 790 938	1,18
1,00	45 658 969	1,25

**Fuente:** Elaboración propia



**Figura 53.** Curva tonelaje ley del yacimiento

**Fuente:** Elaboración propia

La curva tonelaje ley muestra que se estimó un recurso mineral para una ley de corte de 0,40 %, de 1 048 Mt con una ley promedio de 0,64 % Cu.

### 5.1.7. Clasificación de recursos

Para la presente tesis se definirá el siguiente criterio de categorización:

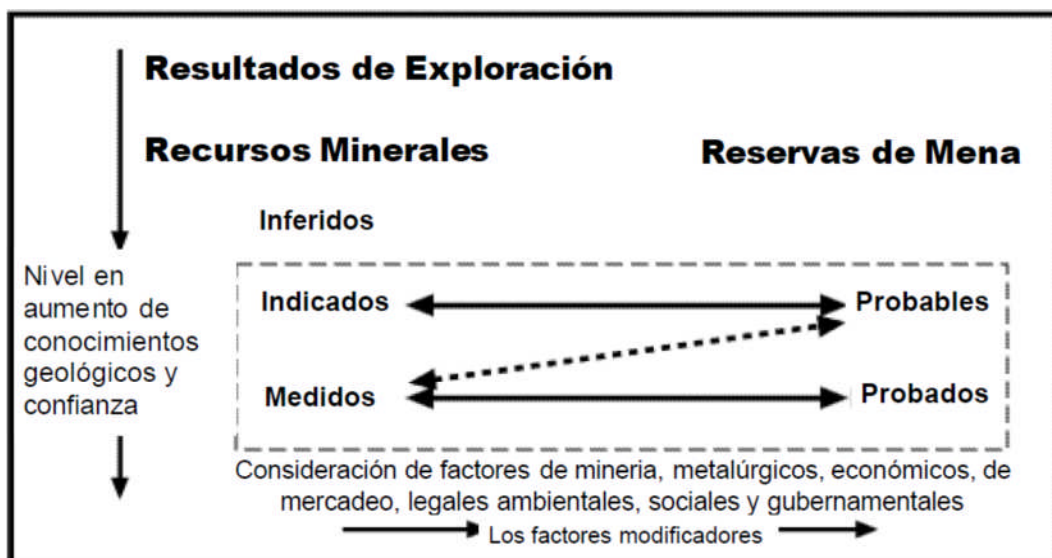
**Recursos medidos:** aquellos cuya varianza de estimación

sea menor o igual a la máxima encontrada en una malla casi regular de 50 x 50 m .

**Recursos indicados:** aquellos cuya varianza de estimación sea mayor a la máxima encontrada en una malla casi regular de 50 x 50 m y menor o igual a la máxima encontrada en una malla casi regular de 70 x 50 m .

**Recursos inferidos:** aquellos que no pertenezcan a ninguna de las categorías anteriores y que hayan sido estimados de manera razonable.

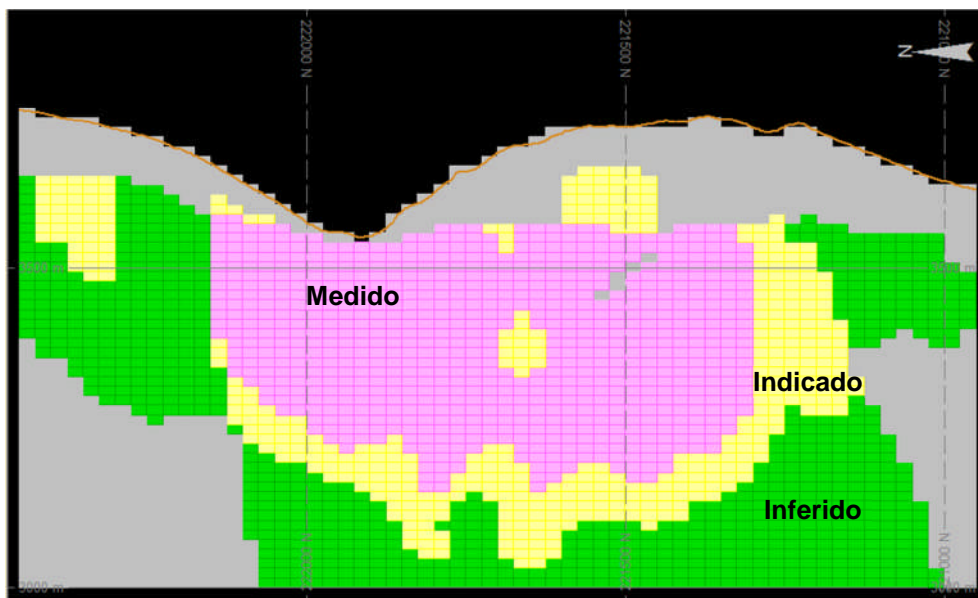
Para la aplicación al presente trabajo se utilizó las siguientes varianzas de corte, recurso medido hasta 0,4, para recurso Indicado hasta 0,7, y mayor a 0,7 para recurso inferido. Para determinar las varianzas de corte, fue necesario considerar algún sector del depósito donde la malla de sondajes sea aproximadamente la deseada para la categoría. Se comprobó utilizando el modelo variográfico de la unidad geológica correspondiente.



**Figura 54.** Relación general entre resultados de exploración

**Fuente:** Código JORC

Los resultados de clasificar los recursos en el proyecto Michiquillay se aprecian en la figura 55, sección tipo de clasificación de recursos, se distingue en color magenta el recurso medido que se encuentra en la parte central del yacimiento es donde la malla de perforación se ajusta, los bloques en color amarillo muestran el mineral con clasificación de indicado, donde se requiere incrementar la cantidad de información para llevar este recurso a medido, los bloques en color verde muestran zonas donde la cantidad de información es deficiente zonificado a los bordes del yacimiento donde los sondajes de perforación dan información limitada.



**Figura 55.** Sección tipo de clasificación de recursos

**Fuente:** Elaboración propia

**Tabla 19.** Clasificación de recursos por categoría

LEY DE CORTE	MEDIDO		INDICADO		INFERIDO	
	TONELADAS	LEY CUT%	TONELADAS	LEY CUT%	TONELADAS	LEY CUT%
0,01	644 202 094	0,627	342 467 344	0,453	770 639 438	0,291
0,10	631 117 406	0,639	308 243 344	0,497	552 219 188	0,382
0,20	616 626 750	0,651	272 503 781	0,543	359 357 156	0,510
0,30	600 709 875	0,661	253 612 406	0,564	313 609 219	0,548
0,40	544 695 094	0,692	219 979 688	0,596	283 263 938	0,569
0,50	451 121 344	0,742	155 046 188	0,654	201 848 625	0,613

**Fuente:** Elaboración propia

## 5.2. Determinación de límites de explotación

El principal propósito del planeamiento de minado, desde una perspectiva financiera, es diseñar el límite de explotación que maximice el beneficio. Este objetivo considera variables como ley de Cu, costo mina, costo planta, costos administrativos, parámetros geotécnicos y otros que se detallan en la tabla 20. El resultado del proceso de estimación es el modelo de recursos representado en el modelo de bloques del yacimiento en el caso del proyecto Michiquillay se tiene como variable la ley de Cu, densidad y unidad geológica. Basados en el procesamiento geometalúrgico de muestras representativas del yacimiento y nuestra experiencia en pórfidos de Cu se ha identificado que los minerales contenidos exhiben características de flotación cuyos parámetros se detallan en la tabla 20:

**Tabla 20.** Parámetros para determinación del límite de explotación

PARÁMETROS	VALOR	UNIDAD
Costo Mina	1,55	US\$/t
Costo Planta	6,24	US\$/t
Costo Venta Cu	0,08	US\$/lb
Precio Cu	3	US\$/lb
Recuperación	87	%
Angulo de Talud	38	Grados

Fuente: Elaboración propia

Para determinar los límites de explotación se aplicó el algoritmo Lerch & Grossman en la herramienta NPV Scheduler en la siguiente secuencia.

- Modelo económico.
- Envolvente económica L&G.
- Fases de minado.

#### **5.2.1. Modelo económico**

Conocidas las leyes para los diferentes bloques, se calcula el valor económico para cada uno de ellos, con lo que a cada bloque se le asigna un valor que en el caso de la presente tesis se expresa en dólares americanos (US\$) a partir del cual se establece la optimización de la explotación. Así pues, el problema del diseño de corte se convierte en encontrar aquel conjunto de bloques que den el máximo valor posible, sujeto a las restricciones mineras que puntualmente puedan aparecer.

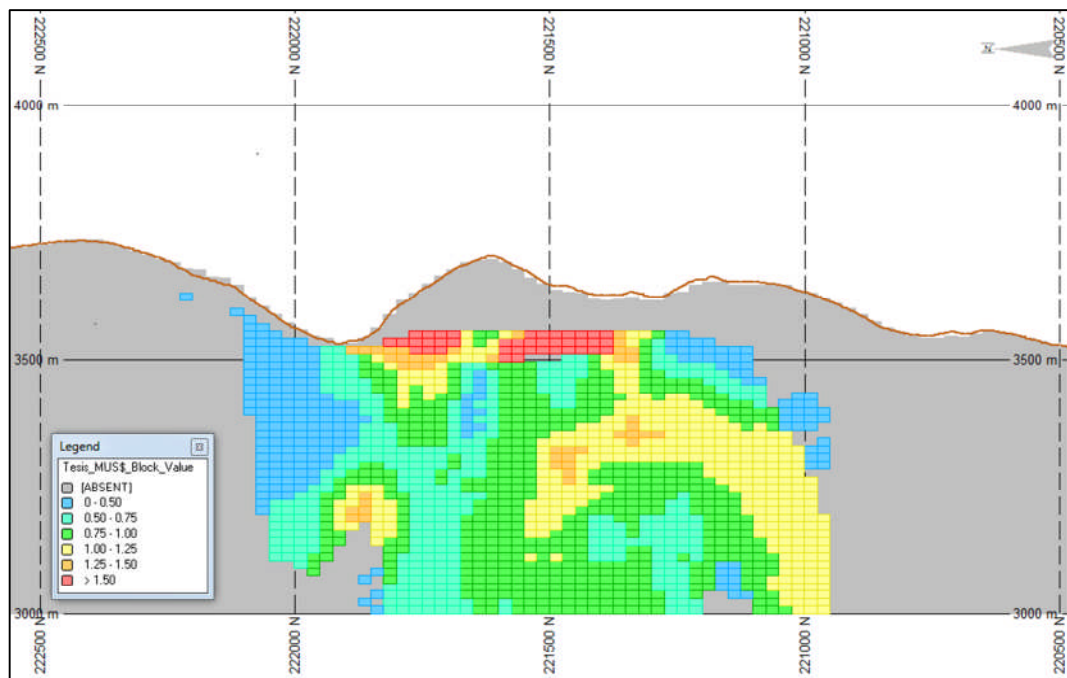
El objetivo de la optimización del diseño de la explotación será maximizar el valor del bloque, sin embargo existen numerosos criterios a la hora de optimizar, el criterio que se ha utilizado para la presente tesis es:

- Maximizar el valor total de la explotación.

En Líneas Generales el valor del bloque es igual a:

$$\text{Beneficio} = \text{Ingreso} - \text{Costo}$$

Valoración Económica del Modelo de Bloques



**Figura 56.** Sección tipo de valorización económica de bloques

**Fuente:** Elaboración propia

### 5.2.2. Pit Final

La base de la optimización se fundamenta en el algoritmo optimizante Lerch & Grossman 3D (L & G), que evalúa la

oportunidad de extraer un bloque tomando en cuenta un espacio tridimensional, y considerando los bloques que contienen una misma estructura de arco dentro del modelo. El concepto de optimización sobre la base L & G, asume la “no temporalidad” de cada generación de envolvente de pit, según sea el precio al cual se evaluó el beneficio presente.

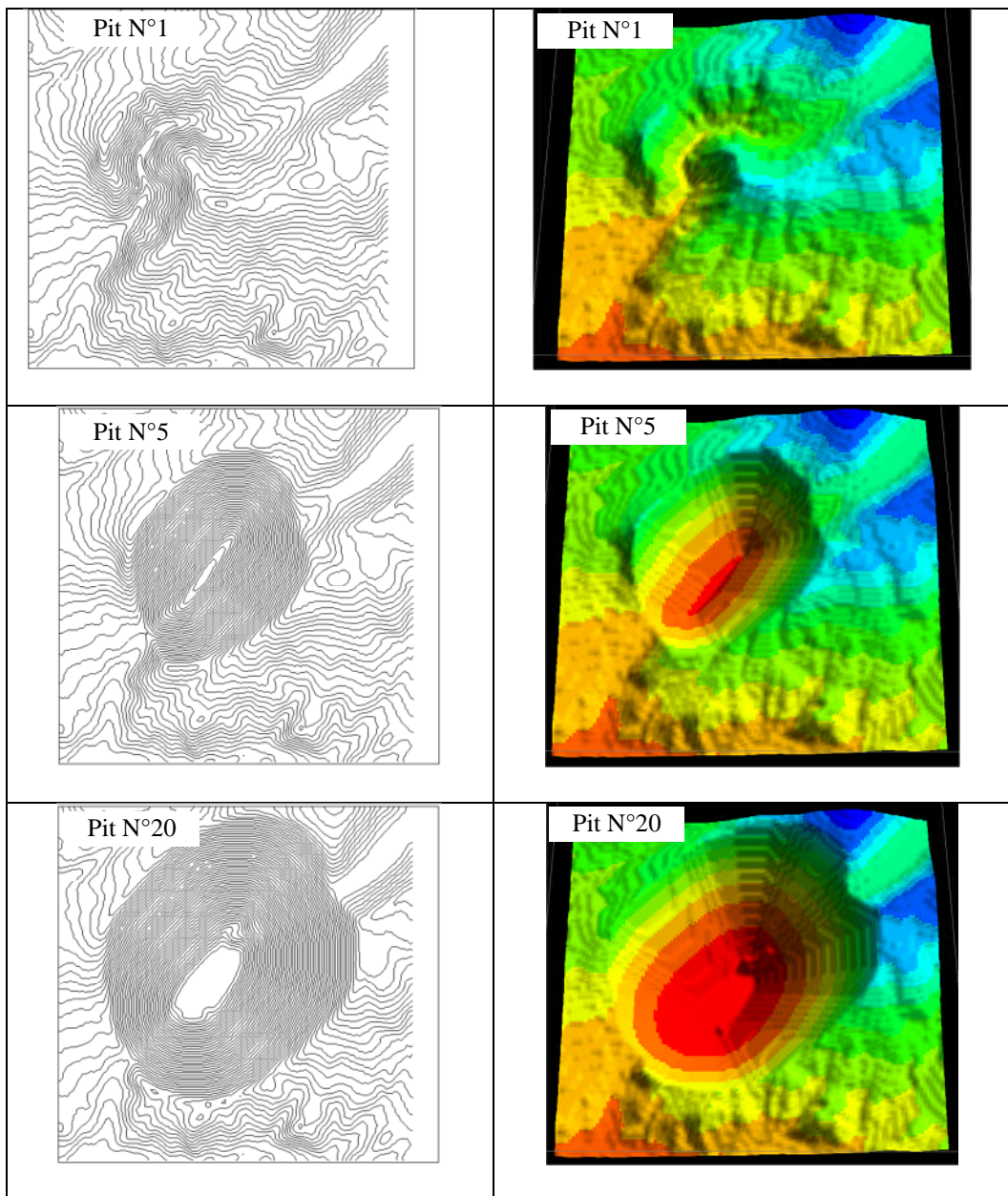
Cada envolvente generada por la iteración del precio recibe el nombre de pit, que resulta de la parametrización de alguna de las variables, como puede ser el costo o el precio, generando un escenario de pit incrementales anidados que asumen la renovación de tonelaje por iteración, lo que asegura una valorización positiva incremental para cada envolvente anidada, para esto se adicionan parámetros de secuenciamiento que se muestra en la tabla 21, se utiliza una tasa de descuento de 10 %.

**Tabla 21.** Parámetros para estimación de VAN mina

PARÁMETROS	VALOR	UNIDAD
Tasa de descuento	10	%
Alimentación a Planta	100 000	ktpd
Calendario de Trabajo	365	días

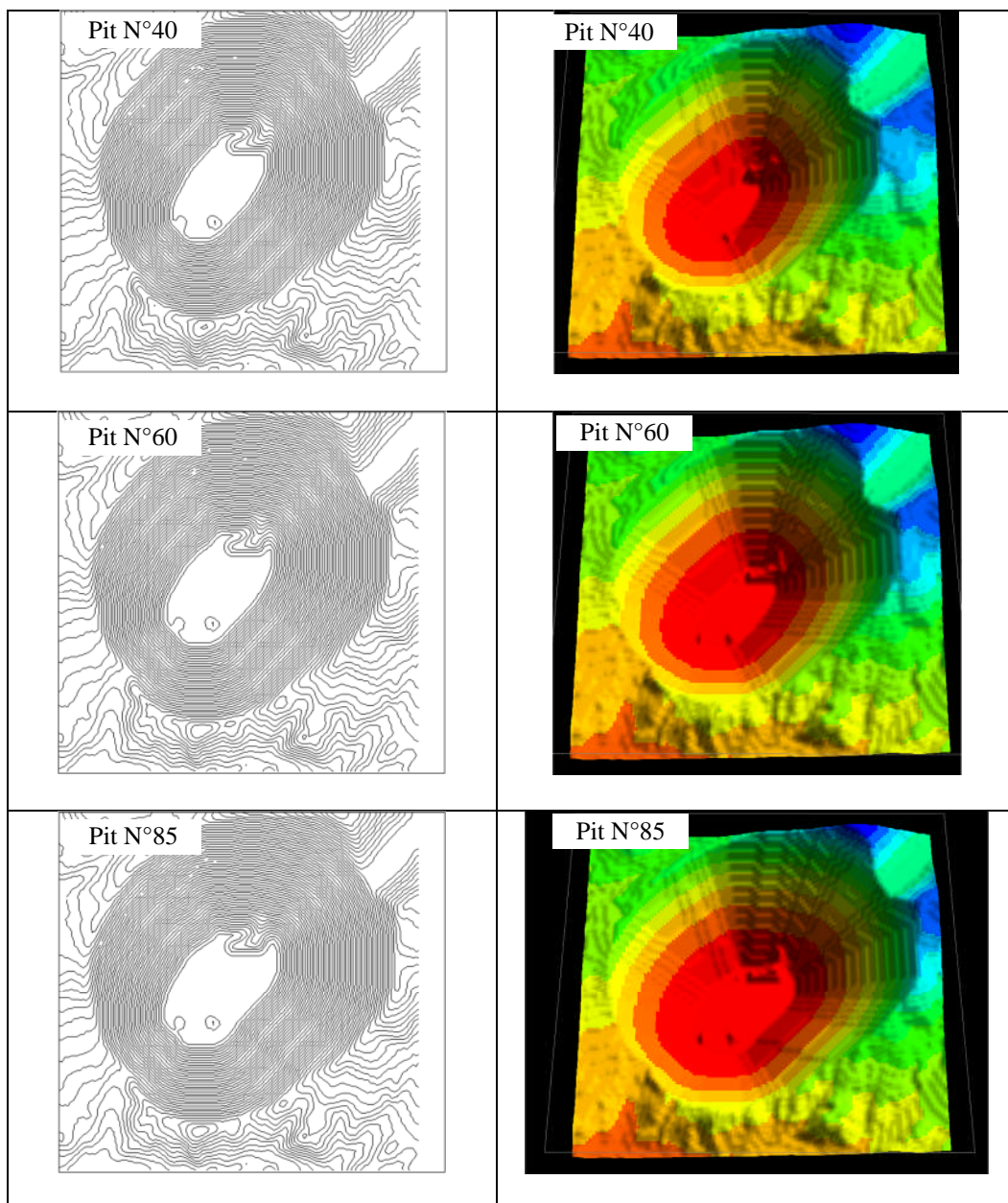
**Fuente:** Elaboración propia

A continuación se muestran algunos pits que son resultado de la optimización L & G, ver figura 57 y 58:



**Figura 57.** Secuencia de pit (resultados NPV Scheduler) parte I

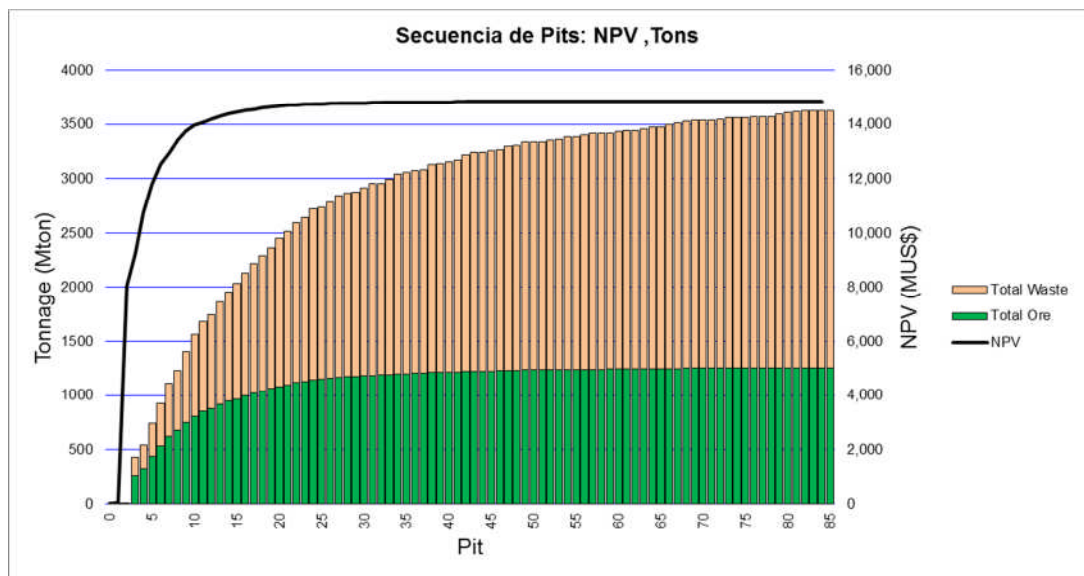
Fuente: Elaboración propia



**Figura 58.** Secuencia de pit (resultados NPV Scheduler) parte II

Fuente: Elaboración propia

Como resultado se genera el gráfico que corresponde a los tonelajes para cada pit generado mediante L & G, resaltando la cantidad de material definido como mineral (Ore) y como estéril (waste), el gráfico se complementa agregando el VAN de mina para cada pit, obteniendo la figura 59:

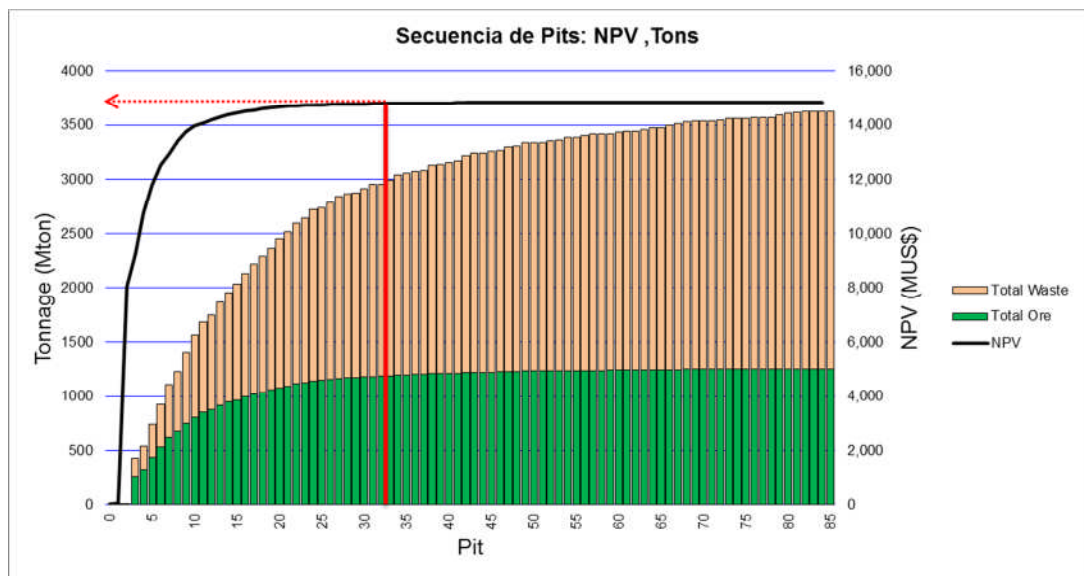


**Figura 59.** Total waste y total ore vs curva de NPV

**Fuente:** Elaboración propia

Tal como se observa en la figura 60, el pit final se optimiza en un punto tal que el VAN de mina ya se ha estabilizado, y donde, por lo tanto, grandes variaciones en el tonelaje del pit final no conducen a aumentos importantes de valor que justifiquen el riesgo

asociado a tal incremento en la envolvente económica, en particular se selecciona el pit 33 debido a que en el pit 34 se produce un incremento importante en el tonelaje total que es posible evitar.



**Figura 60.** Selección de secuencia de pits

Fuente: Elaboración propia

### 5.2.3. Fases de minado

Dado el pit final seleccionado se procede a realizar una serie de corridas con el software para distinto número de fases hasta acercarse al mejor resultado para un escenario dado, en el

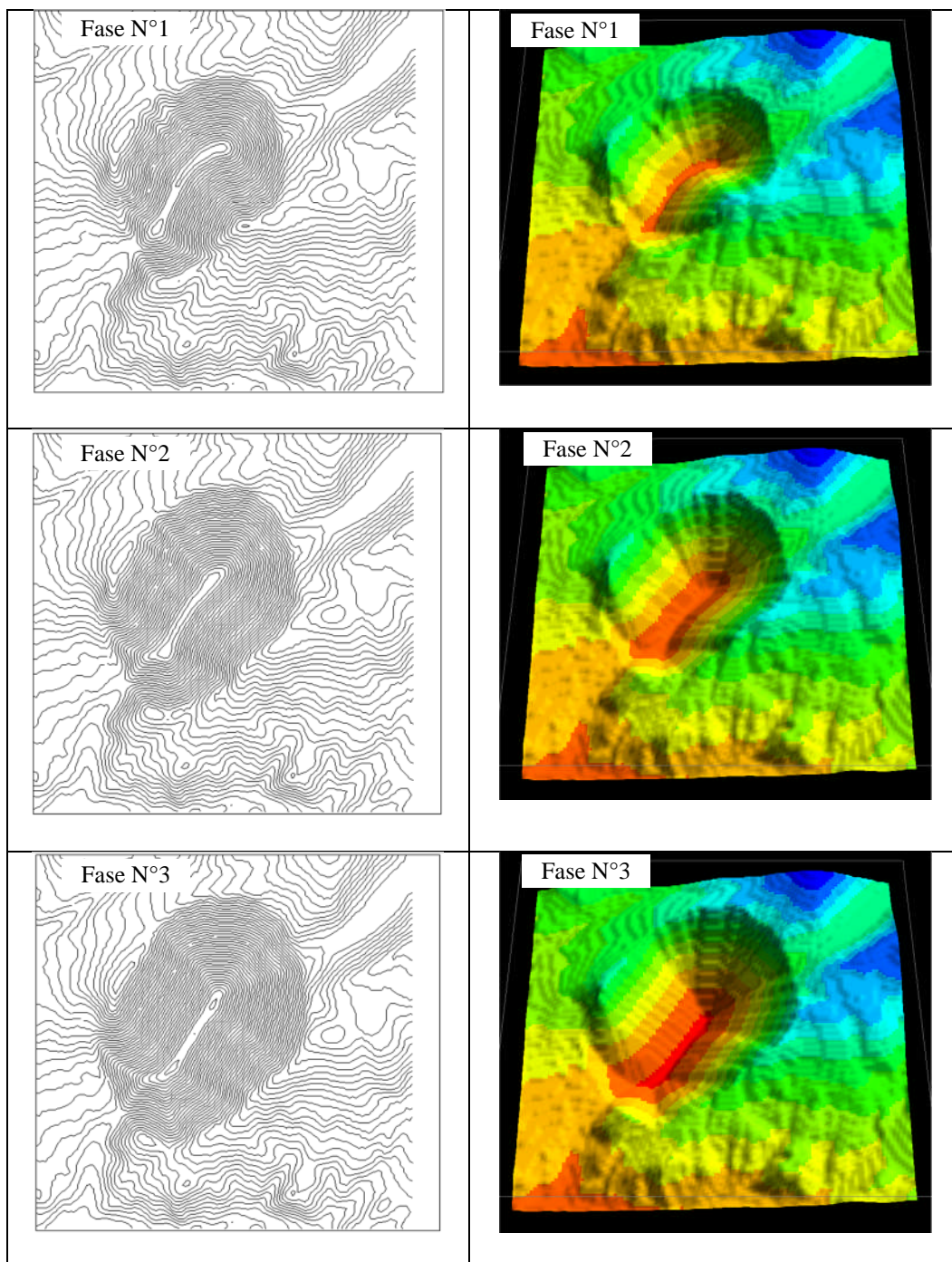
presente trabajo se ha elegido el pit 33 como límite de explotación minera.

Los pits de fases fueron elegidos en aquellos sectores del gráfico de pit anidados donde fue posible observar saltos importantes en el tonelaje, esto dado que luego de probar con distintos espaciamientos entre estos, se observaron buenos resultados asociados a este mecanismo de selección, lo anteriormente enunciado se expone los gráficos contenidos en las figuras 61 y 62.

**Tabla 22.** Parámetros para determinación de fases de minado

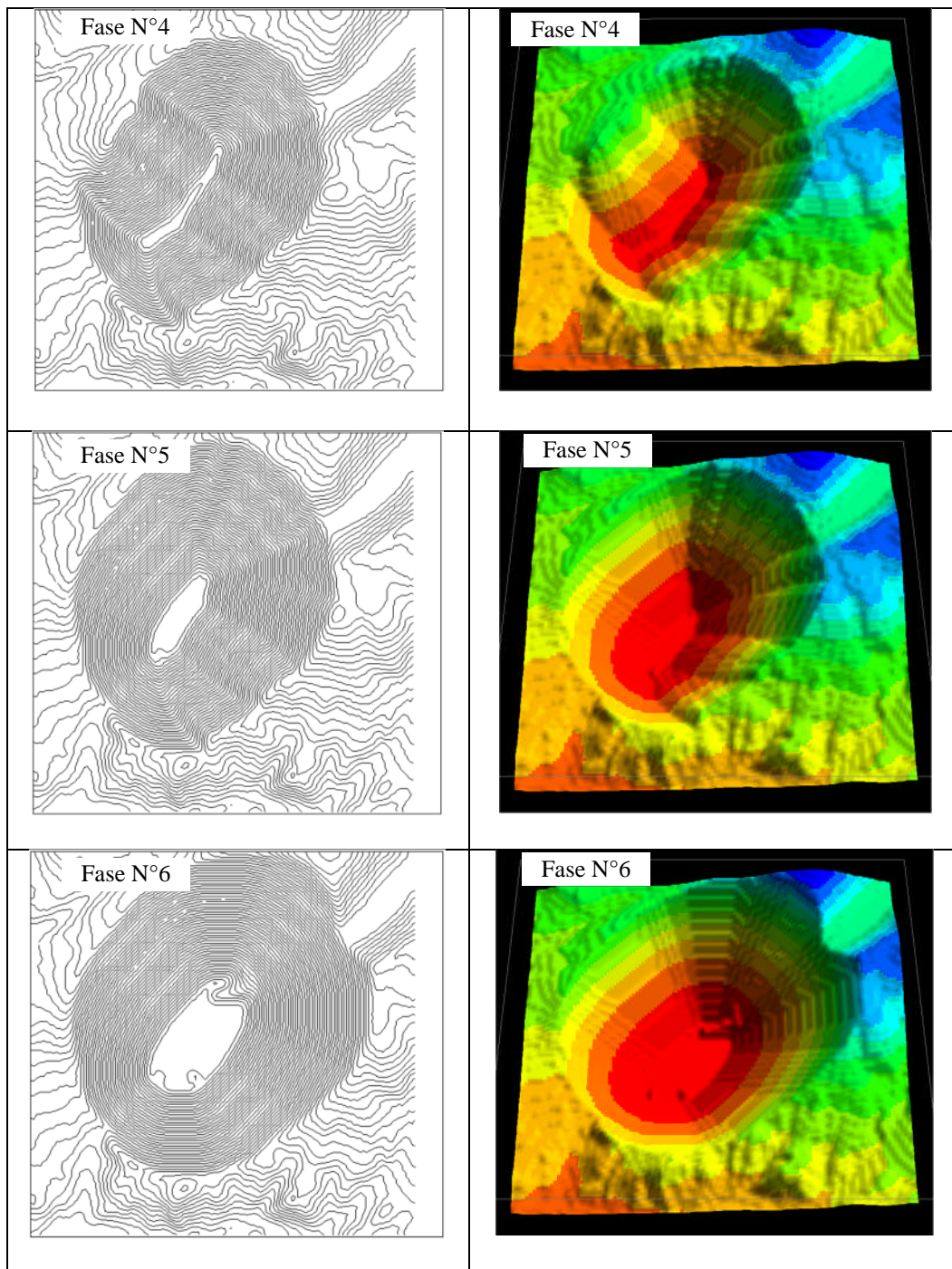
PARÁMETROS	VALOR	UNIDAD
Mínimo Ancho de Fase	100	metros
Mínimo tiempo de producción	4	años

**Fuente:** Elaboración propia



**Figura 61.** Secuencia de fases (resultados NPV Scheduler) parte I

Fuente: Elaboración propia

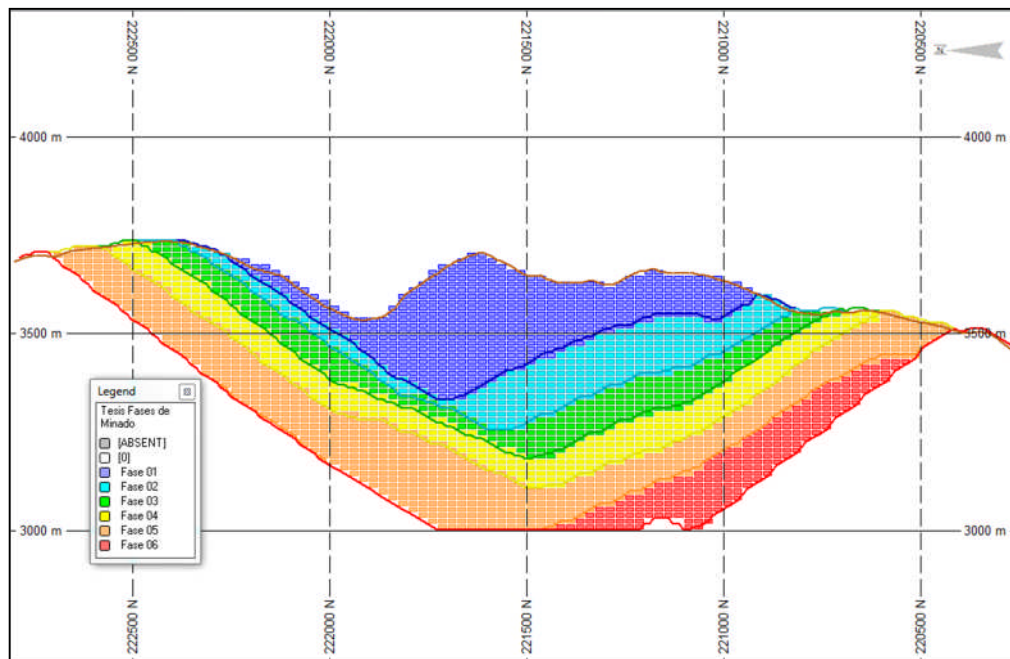


**Figura 62.** Secuencia de fases (resultados NPV Scheduler) parte II

Fuente: Elaboración propia

Las fases de minado establecidas en el software NPV Scheduler han sido exportadas al ambiente de diseño de Studio3 de Datamine donde se ha proyectado secciones para evaluar los tonelajes y leyes por fase, el resultado de la evaluación por fase se detalla en el Anexo 6 Optimización de Fases.

El periodo de explotación de la mina es de 32,63 años de acuerdo al resultado acumulado para la fase 06. El VAN mina del Proyecto está estimado en 12 490 MUS\$. La relación estéril/mineral se ha calculado en 1,51.



**Figura 63.** Secuencia de fases Studio3 Datamine

**Fuente:** Elaboración propia

#### **5.2.4. Reservas de mineral**

Basándonos en las buenas prácticas del código JORC se denomina reservas a la parte económicamente explotable de un recurso mineral medido o indicado. Incluye dilución de materiales y tolerancias por pérdidas que se puedan producir cuando se extraiga el material. Se han realizado las evaluaciones apropiadas, que pueden incluir estudios de factibilidad e incluyen la consideración de y modificación por factores razonablemente asumidos de extracción, metalúrgicos, económicos, de mercados, legales, ambientales, sociales y gubernamentales. Estas evaluaciones demuestran en la fecha en que se reporta que podría justificarse razonablemente la extracción. Las reservas de mena se subdividen en orden creciente de confianza en reservas probables minerales y reservas probadas minerales.

Por lo que se ha tabulado y clasificado las reservas minerales en probadas y probables, obteniendo como resultado para una ley de corte de 0,4 % Cu un total de 750 Mt con una ley promedio de 0,668 % Cu como se puede ver en la tabla 23:

**Tabla 23.** Reservas clasificación JORC

Ley de Corte	PROBADAS		PROBABLES		TOTAL	
	TONELADAS	LEY CUT%	TONELADAS	LEY CUT%	TONELADAS	LEY CUT%
0,01	641 958 656	0,628	330 616 406	0,452	972 575 063	0,568
0,1	628 898 813	0,640	296 442 094	0,497	925 340 906	0,594
0,2	614 408 156	0,651	260 752 219	0,546	875 160 375	0,620
0,3	598 516 125	0,661	242 009 906	0,568	840 526 031	0,634
0,4	542 501 344	0,693	208 377 188	0,602	750 878 531	0,668
0,5	450 390 094	0,742	151 292 438	0,657	601 682 531	0,721

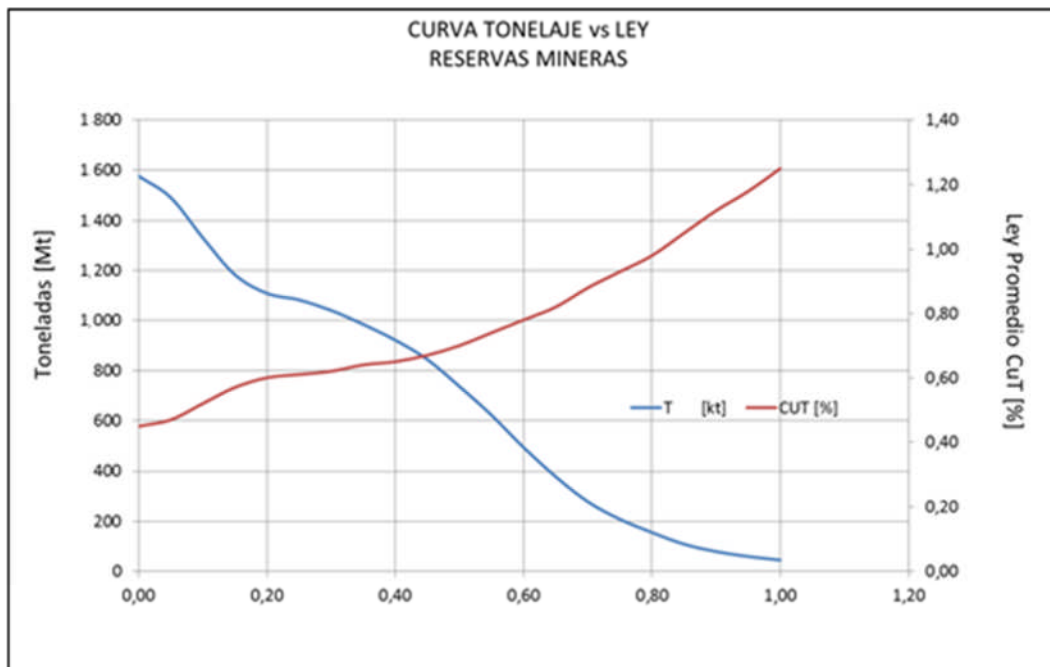
Fuente: Elaboración propia

**Tabla 24.** Tabulación material dentro de límite de explotación

Ley de Corte	TABULACIÓN RECURSOS	
	t [kt]	CUT [%]
0,00	1 576 825 594	0,45
0,05	1 491 634 406	0,47
0,10	1 330 673 531	0,52
0,15	1 183 191 000	0,57
0,20	1 108 847 531	0,60
0,25	1 082 572 594	0,61
0,30	1 040 415 094	0,62
0,35	984 724 406	0,64
0,40	921 407 625	0,65
0,45	843 948 563	0,67
0,50	735 939 281	0,70
0,55	622 012 594	0,74
0,60	494 264 531	0,78
0,65	378 608 906	0,82
0,70	278 864 344	0,88
0,75	208 817 250	0,93
0,80	155 838 281	0,98
0,85	109 150 969	1,05
0,90	79 508 813	1,12
0,95	59 790 938	1,18
1,00	45 658 969	1,25

Fuente: Elaboración propia

Para tener un mayor entendimiento de los materiales contenidos dentro del límite de explotación, sin discriminar por clasificación, se ha elaborado la curva tonelaje ley del material contenido dentro del límite explotación.



**Figura 64.** Curva tonelaje ley dentro de límite de explotación

Fuente: Elaboración propia

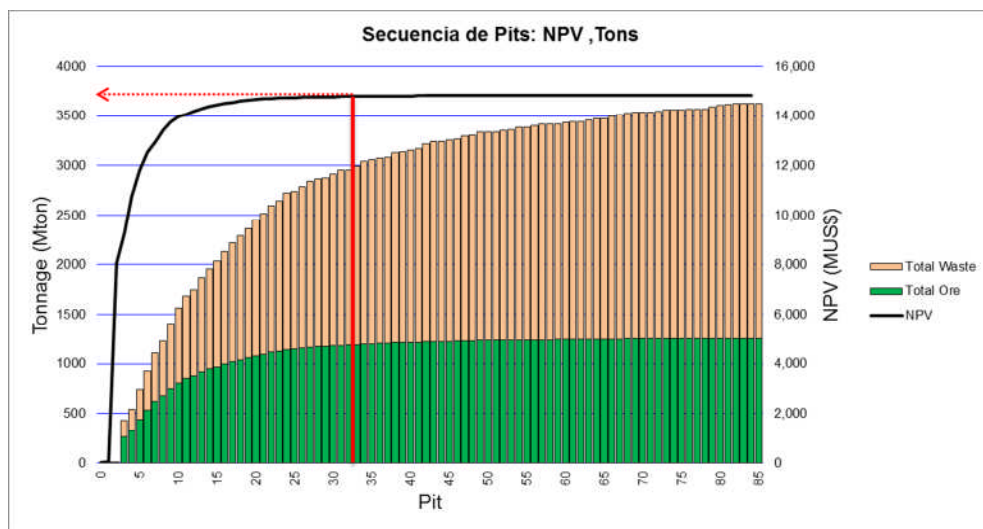
### 5.2.5. Cuadro de optimización de estimación de recursos y determinación de límites de explotación.

Se ha construido una tabla resumen que muestra los datos y resultados optimizados de la presente Tesis.

**Tabla 25.** Optimización optimización en la estimación de recursos y límite de explotación en el proyecto Michiquillay

Proyecto Mina Michiquillay	Optimización Tesis (Studio3 y NPV Scheduler de Datamine)
No se encontró referencia	Análisis Exploratorio de Datos
No se realizó	Análisis Variográfico
Inverso a la distancia	Kriging Ordinario
Método Manual	Algoritmo Lerch & Grossman
Reservas (Cut-off 0.40%, 500 Mt)	Reservas (Cut-off 0,40%, 751 Mt)
Ley promedio 0,72% Cu	0,69% Cu
No se encontró referencia	NPV (12 490 MUS\$)

Fuente: Elaboración propia



**Figura 65.** Selección de secuencia de pits

Fuente: Elaboración propia

**Comentario:** Se ha optimizado el tonelaje de reservas del proyecto en más de 200 Mt, por consecuencia la ley promedio de las reservas ha disminuido de 0,72 % Cu a 0,69 % Cu.

## CONCLUSIONES

1. Con el presente trabajo de tesis se logra optimizar las etapas de estimación de recursos y límite de explotación en el Yacimiento Michiquillay. El VAN mina del yacimiento alcanza un valor de 12 490 MUS\$ en la meseta de VAN acumulado, lo que hace atractivo al proyecto para un futura puesta en operación, se debe mencionar que este valor no considera costos de inversión del proyecto.
2. El yacimiento Michiquillay se encuentra ubicado en un distrito geológico de grandes proyectos mineros tipo pórfido de Cu en la zona norte del Perú, el modelo geológico se encuentra limitado a la cantidad de información disponible.
3. Los métodos geoestadísticos reproducen de manera satisfactoria la variabilidad del yacimiento por unidad geológica, encontrándose la mayor cantidad del recurso en la zona de enriquecimiento secundario (UG50) y pórfidos mineralizados (UG60).
4. Los costos directos e indirectos del proyecto y operación son conocidos y medibles, es la fluctuación en el precio de cobre, los

conflictos sociales, expectativas locales y convenios marco, lo que coloca en una difícil situación la puesta en operación del proyecto

5. Se demuestra que estableciendo una correcta selección de herramientas de estimación y determinación de límites de explotación, se establece una metodología que asegura al planificador la correcta evaluación de los yacimientos.
  
6. Acorde a los requerimientos del código JORC para declaración de recursos y reservas se ha calculado para una ley de corte de 0,4 % Cu un total de 750 Mt con una ley promedio de 0,668 % entre mineral probado y probable.

## **RECOMENDACIONES**

1. Para evaluar de una manera global el potencial del yacimiento se recomienda mayor cantidad de información a través de campañas de perforación orientadas a la profundidad del yacimiento y la exploración lateral del mismo.
2. Para tener el VAN real del yacimiento se sugiere realizar una evaluación de los costos de capital del proyecto en infraestructura, planta, mina, abastecimiento de agua, movimiento de tierras y costos por gestión social.

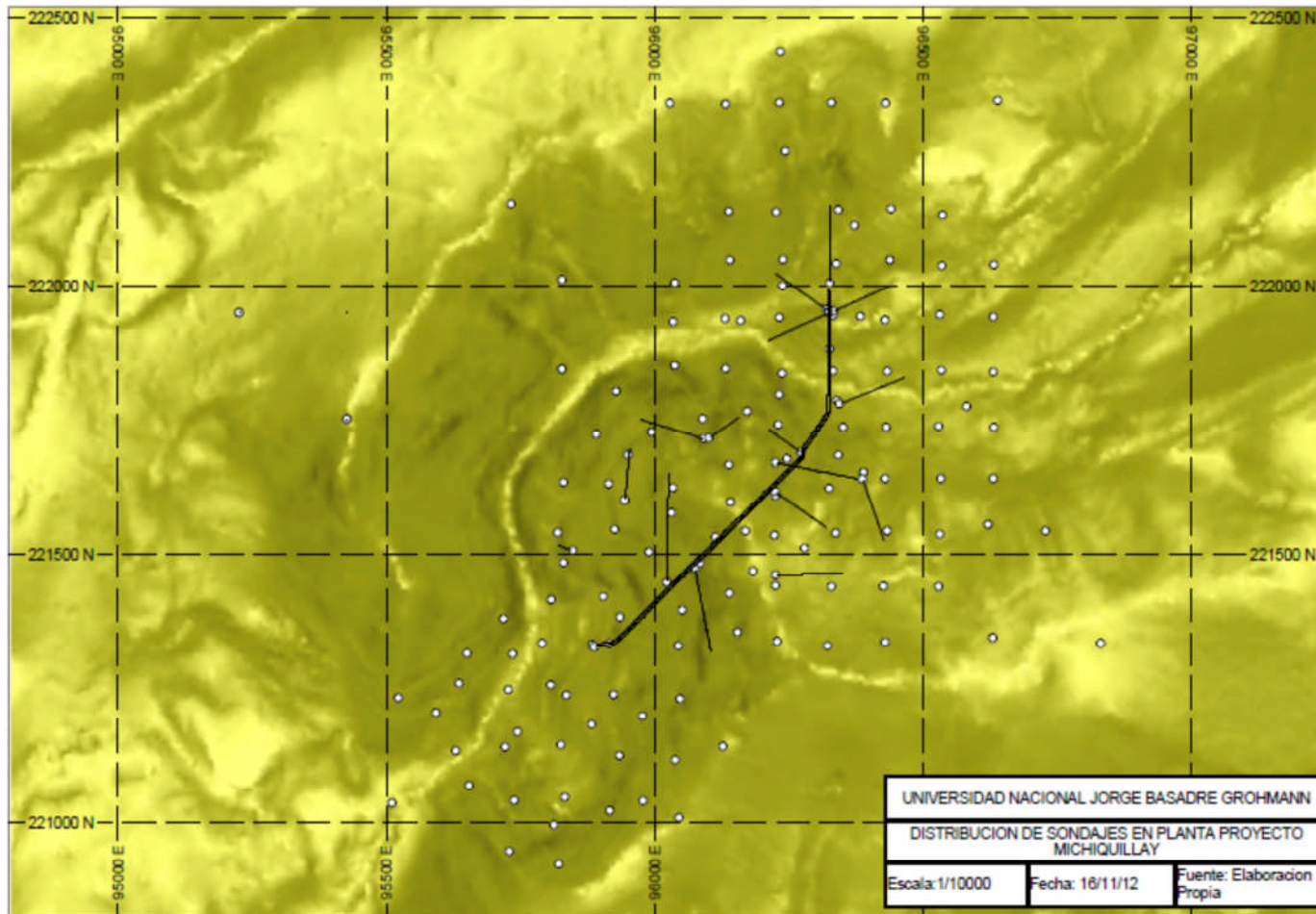
## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Alfaro S., Marco A. (2007). "Estimación de Recursos Mineros", Biblioteca en línea del Centro de Geoestadística de la Escuela de Minas de París, 119 p.
2. Armstrong, D. (1990). "Surface Mining". Colorado. Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc. (Ultimate Pit Definition), pp. 465-469.
3. Dagdelen, Kadri Ph. D. (2007). "Planificación Minera Estratégica" Colorado School of Mines, 1009 p.
4. Emery, Xavier, (2007). "Apunte de Geoestadística", Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas U. Chile, 144 p.
5. G. Matheron, (1970). "La Theorie des Variables Regionalisees et ses applications" E.N.S.M. París 1970
6. Journel A.G. and Huijbregts C.J. (1978). "Mining Geoestatistic", Academic Press, London, 600 p.

7. Kuchta, Mark; Hustrulid, William, (2003). "Open Pit Mine Planning and Design", A.A. Balkema, Rotterdam, Holanda. 631 p.
8. Lerchs, H. y Grossmann, I.F. (1965). "Optimum design of open-pit mines". CIM. bulletin 58. N° 633. pp. 47-54.
9. Lane, Kenneth, (1997). "The Economic Definition of Ore" Second Edition, Mining Journal books Ltd, London. 250 p.
10. Whittle, J. (1990). "Surface Mining". Colorado. Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc. (Open Pit Optimization), pp. 470-475.

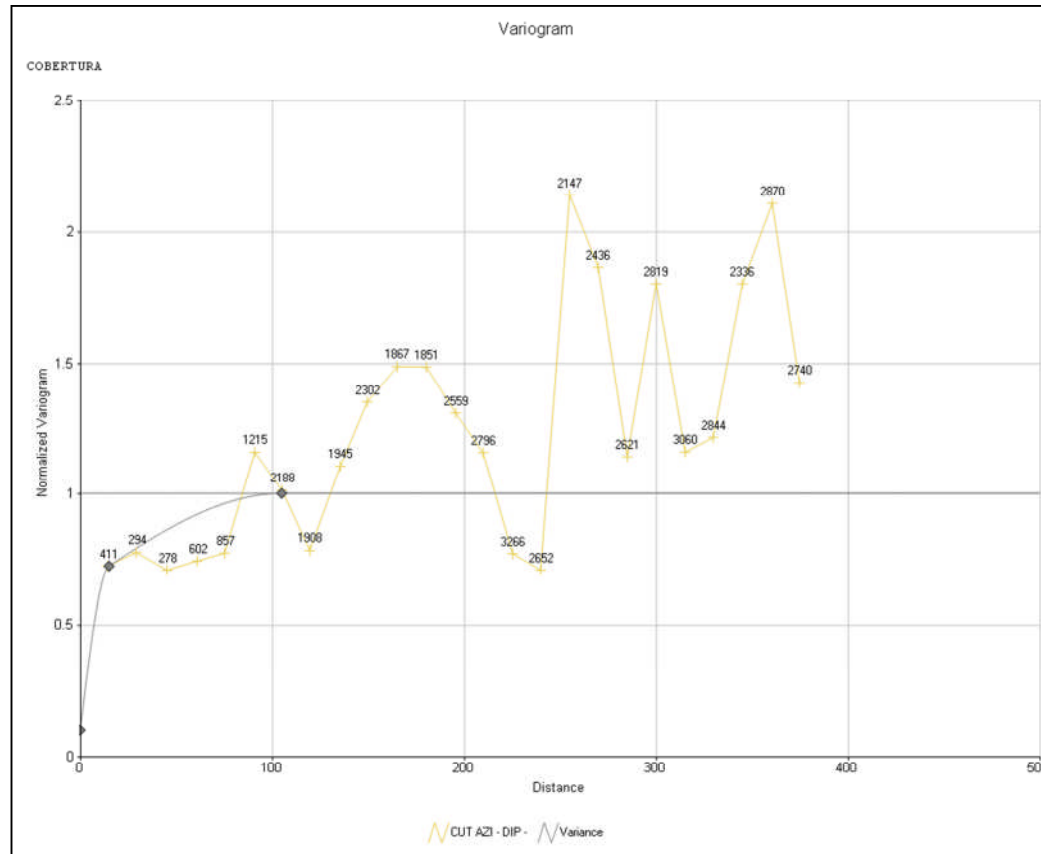
# **ANEXOS**

## ANEXO Nº 1: DISTRIBUCIÓN DE SONDAJES EN PLANTA

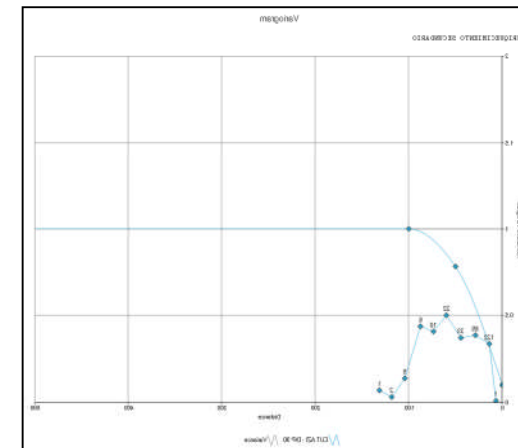
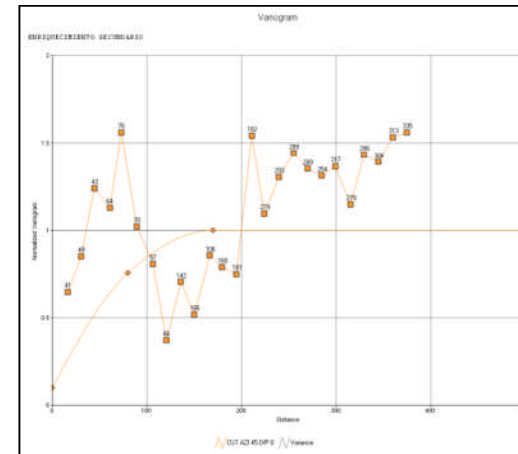
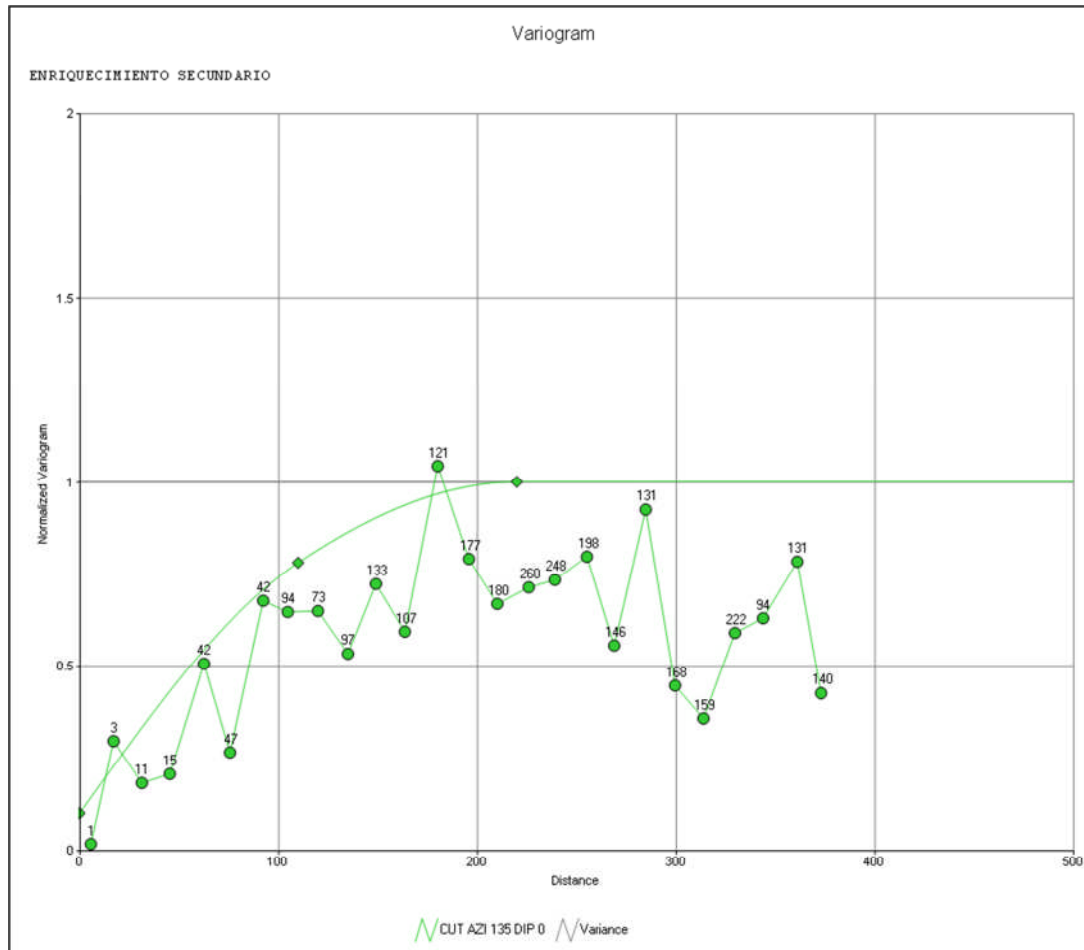


## ANEXO Nº 2: ANÁLISIS VARIOGRÁFICO

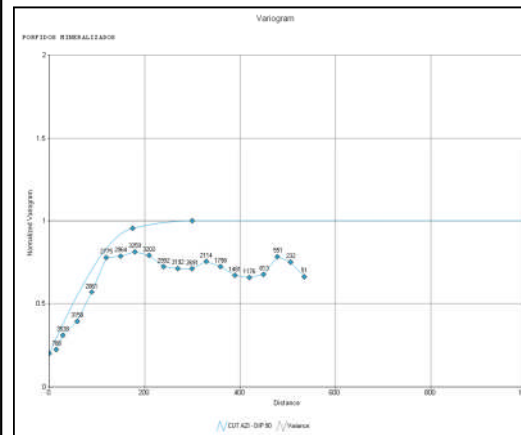
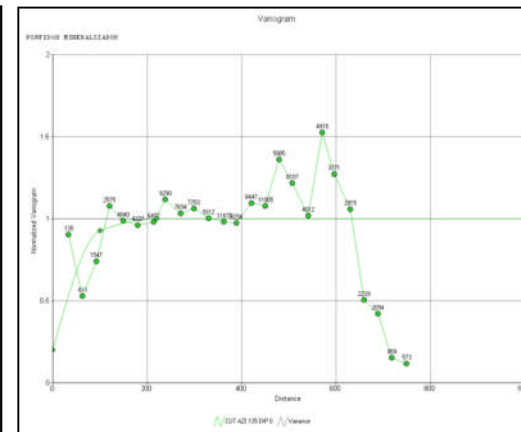
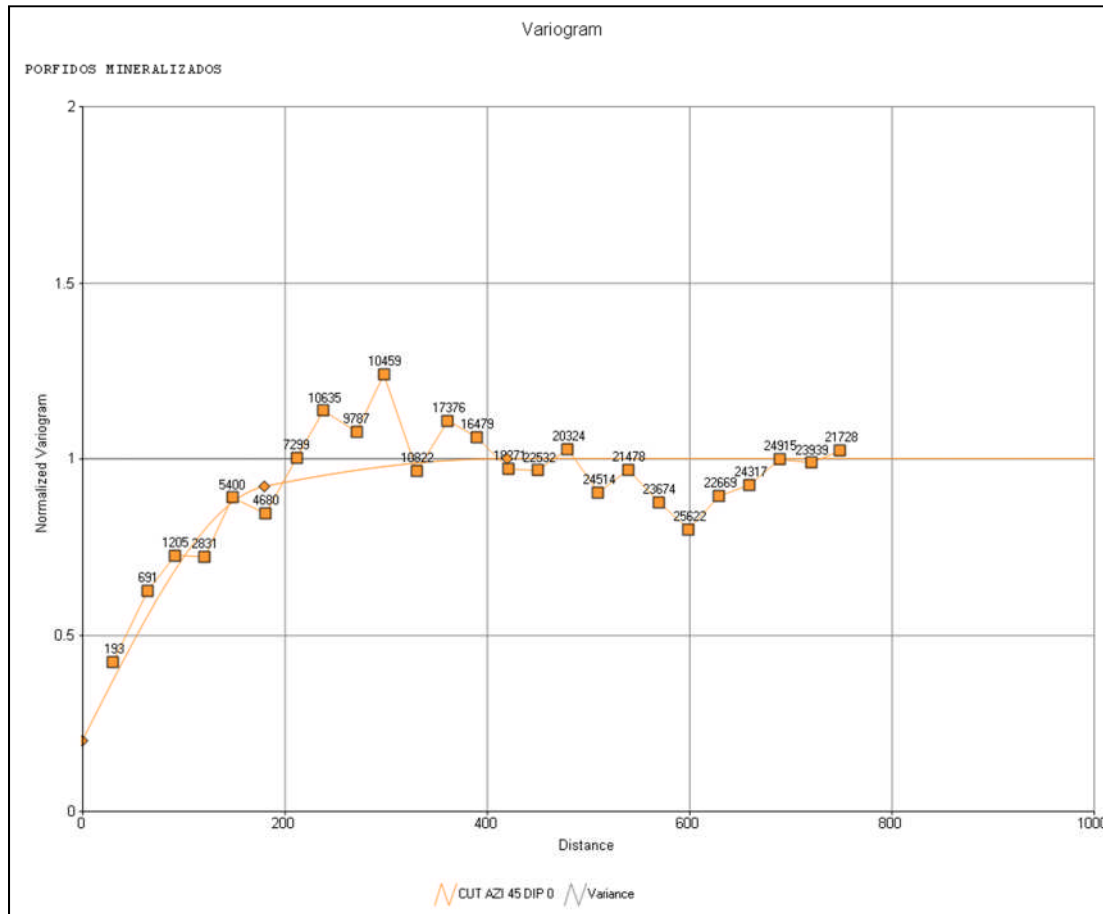
### RESULTADOS ANÁLISIS VARIOGRÁFICO UG 10 (COBERTURA)



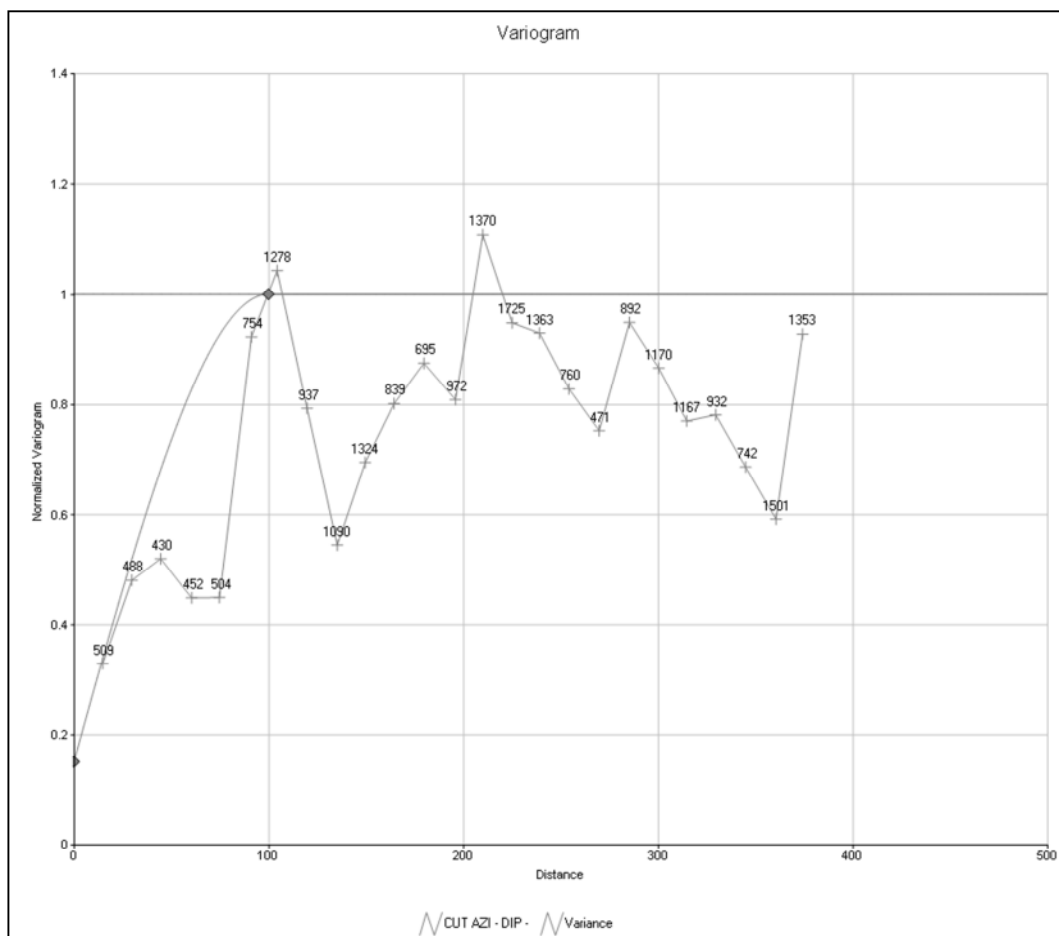
## RESULTADOS ANÁLISIS VARIOGRÁFICO UG 50 (ENRIQUECIMIENTO SECUNDARIO)



## RESULTADOS ANÁLISIS VARIOGRÁFICO UG 60 (PORFIDOS MINERALIZADOS)



## RESULTADOS ANÁLISIS VARIOGRÁFICO UG 100 (SEDIMENTOS)



### ANEXO N° 3: DATOS DE ENTRADA “NPV SCHEDULER”

Project: Tesis

#### INPUT MODEL REPORT

#### Input file description

D:\Database\Tesis\_RevA  
md2013ve.dm (D:\Database\Tesis\_RevA\md2013ve.dm)  
Datamine model data, 544354 records  
Loaded with filter: None.  
EP FILE CREATED USING EXTRA ON 13/11/02

#### Input Model Statistics

Model Dimensions: nX=120 nY=112 nZ=100  
Block Dimensions: X=25.00 Y=25.00 Z=15.00  
Model Origin: X=94800.00 Y=220000.00 Z=3000.00  
Number of cells read: 542,502  
Number of subcells read: 544,354

#### Field assignments

Density	DENSITY
Rock types	ZONE
Product	CUT (percentage grade)

#### Units

Rock	tonnes
Volume	cu.m
CUT	tonnes

#### Data check: products and attributes

CUT found in 72133 records; average grade: 0.446 %

Input Model Imported: Sat Nov 02 19:59

## ANEXO Nº 4: REPORTE DE MODELO ECONÓMICO

Project: Tesis  
Case Study: Economic Model 1

ECONOMIC MODEL REPORT

Economic Model generated using

Input Model imported on Sat Nov 02 19:59  
Settings last modified on Sat Nov 02 20:48

General statistics

Number of ore blocks	55,051
Number of waste blocks	487,451
Total ore tonnage	1,342,607,625 tonnes
Total waste tonnage	10,395,758,117 tonnes
Total ore value	38,482,790,896 \$

Profit range

Minimum block value value	-38,508 \$
Maximum block value value	3,684,503 \$

Revenue range

Minimum revenue	155,042 \$
Maximum revenue	3,864,890 \$

Processing cost range

Minimum processing cost	144,495 \$
Maximum processing cost	155,025 \$

Mining cost range

Minimum mining cost	34 \$
Maximum mining cost	38,508 \$

Ore tonnage by ore type

Rock_50	53,467,781 tonnes
Rock_60	1,100,799,375 tonnes
Rock_100	188,340,469 tonnes

Products contained in ore

CUT insitu	7,463,314 tonnes
------------	------------------

Product grades (ore blocks only)

CUT minimum grade	0.15%
CUT maximum grade	2.80%

Economic Model Created: Sat Nov 02 20:49

## ANEXO Nº 5: OPTIMIZACIÓN DE PIT

Project: Tesis  
Case Study: Economic Model 1-Ultimate Pit 1

PIT OPTIMIZATION REPORT

Report generated on Sat Nov 02 21:31  
Settings last modified on Sat Nov 02 21:01

Optimization summary

Number of blocks in the ultimate pit:	159,825
Number of blocks in the optimal pit:	159,825

NPV estimates range: 3,432,367,843 - 15,644,050,798  
\$

Ultimate Pit statistics

Block count:	159,825
Total ore tonnage:	1,254,584,344 tonnes
Total waste tonnage:	2,372,820,793 tonnes
Profit:	32,987,351,937 \$
Revenue:	46,438,436,203 \$
Processing costs:	7,828,606,305 \$
Mining costs:	5,622,477,962 \$
NPV estimate:	3,432,367,843 \$

Strip ratio: 1.89  
Estimated lifetime: 12,545 days (34.37 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	53,467,781 tonnes
Rock_60	1,033,719,375 tonnes
Rock_100	167,397,188 tonnes

Products insitu

CUT	7,079,302 tonnes	0.564 %
-----	------------------	---------

## ANEXO Nº 6: OPTIMIZACIÓN DE FASES

### Pushbacks: INCREMENTAL DATA

#### Pushback 1

##### Control variables

TotalOre 176,776,969

Block count: 14,874

Total ore tonnage:	176,776,969 tonnes
Total waste tonnage:	142,916,610 tonnes
Profit:	7,790,659,503 \$
Revenue:	9,389,272,834 \$
Processing costs:	1,103,088,285 \$
Mining costs:	495,525,047 \$
NPV estimate:	6,154,466,063 \$

Strip ratio: 0.81  
Estimated lifetime: 1,271 days (3.48 years)

##### Ore tonnage by type

Rock_50	48,350,250 tonnes
Rock_60	127,408,125 tonnes
Rock_100	1,018,594 tonnes

##### Products insitu

CUT 1,425,046 tonnes 0.806 %

#### Pushback 2

##### Control variables

TotalOre 155,565,375

Block count: 11,325

Total ore tonnage:	155,565,375 tonnes
Total waste tonnage:	101,985,445 tonnes
Profit:	4,801,756,857 \$
Revenue:	6,171,688,568 \$
Processing costs:	970,727,940 \$
Mining costs:	399,203,771 \$
NPV estimate:	2,778,878,393 \$

Strip ratio: 0.66  
Estimated lifetime: 1,024 days (2.81 years)

##### Ore tonnage by type

Rock_50	4,909,125 tonnes
Rock_60	140,619,375 tonnes
Rock_100	10,036,875 tonnes

##### Products insitu

CUT 937,433 tonnes 0.603 %

Pushback 3

Control variables

TotalOre 159,129,750

Block count: 13,669

Total ore tonnage:	159,129,750 tonnes
Total waste tonnage:	152,047,549 tonnes
Profit:	3,902,875,222 \$
Revenue:	5,378,169,676 \$
Processing costs:	992,969,640 \$
Mining costs:	482,324,813 \$
NPV estimate:	1,597,851,957 \$

Strip ratio: 0.96  
Estimated lifetime: 1,238 days (3.39 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	162,094 tonnes
Rock_60	130,869,375 tonnes
Rock_100	28,098,281 tonnes

Products insitu

CUT 823,349 tonnes 0.517 %

Pushback 4

Control variables

TotalOre 210,919,594

Block count: 22,757

Total ore tonnage:	210,919,594 tonnes
Total waste tonnage:	307,355,388 tonnes
Profit:	4,727,684,797 \$
Revenue:	6,847,149,284 \$
Processing costs:	1,316,138,265 \$
Mining costs:	803,326,222 \$
NPV estimate:	1,138,692,598 \$

Strip ratio: 1.46  
Estimated lifetime: 2,061 days (5.65 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	46,313 tonnes
Rock_60	162,800,625 tonnes
Rock_100	48,072,656 tonnes

Products insitu

CUT 1,047,416 tonnes 0.497 %

Pushback 5

Control variables

TotalOre 263,063,438

Block count: 32,785

Total ore tonnage:	263,063,438 tonnes
Total waste tonnage:	499,769,756 tonnes
Profit:	6,071,109,257 \$
Revenue:	8,895,016,556 \$
Processing costs:	1,641,515,850 \$
Mining costs:	1,182,391,449 \$
NPV estimate:	629,964,255 \$

Strip ratio: 1.90  
Estimated lifetime: 3,034 days (8.31 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	0 tonnes
Rock_60	223,860,000 tonnes
Rock_100	39,203,438 tonnes

Products insitu

CUT 1,357,178 tonnes 0.516 %

Pushback 6

Control variables

TotalOre 225,388,594

Block count: 35,868

Total ore tonnage:	225,388,594 tonnes
Total waste tonnage:	598,243,757 tonnes
Profit:	4,802,432,168 \$
Revenue:	7,485,487,136 \$
Processing costs:	1,406,424,825 \$
Mining costs:	1,276,630,143 \$
NPV estimate:	190,489,904 \$

Strip ratio: 2.65  
Estimated lifetime: 3,276 days (8.98 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	0 tonnes
Rock_60	188,296,875 tonnes
Rock_100	37,091,719 tonnes

Products insitu

CUT 1,143,508 tonnes 0.507 %

Pushbacks: CUMULATIVE DATA

Pushback 1

Control variables

TotalOre 176,776,969

Block count: 14,874

Total ore tonnage:	176,776,969 tonnes
Total waste tonnage:	142,916,610 tonnes
Profit:	7,790,659,503 \$
Revenue:	9,389,272,834 \$
Processing costs:	1,103,088,285 \$
Mining costs:	495,525,047 \$
NPV estimate:	6,154,466,063 \$

Strip ratio: 0.81  
Estimated lifetime: 1,271 days (3.48 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	48,350,250 tonnes
Rock_60	127,408,125 tonnes
Rock_100	1,018,594 tonnes

Products insitu

CUT 1,425,046 tonnes 0.806 %

Pushback 2

Control variables

TotalOre 332,342,344

Block count: 26,199

Total ore tonnage:	332,342,344 tonnes
Total waste tonnage:	244,902,055 tonnes
Profit:	12,592,416,360 \$
Revenue:	15,560,961,403 \$
Processing costs:	2,073,816,225 \$
Mining costs:	894,728,818 \$
NPV estimate:	8,933,344,456 \$

Strip ratio: 0.74  
Estimated lifetime: 2,296 days (6.29 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	53,259,375 tonnes
Rock_60	268,027,500 tonnes
Rock_100	11,055,469 tonnes

Products insitu

CUT 2,362,479 tonnes 0.711 %

Pushback 3

Control variables

TotalOre 491,472,094

Block count: 39,868

Total ore tonnage:	491,472,094 tonnes
Total waste tonnage:	396,949,604 tonnes
Profit:	16,495,291,582 \$
Revenue:	20,939,131,078 \$
Processing costs:	3,066,785,865 \$
Mining costs:	1,377,053,631 \$
NPV estimate:	10,531,196,413 \$

Strip ratio: 0.81  
Estimated lifetime: 3,534 days (9.68 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	53,421,469 tonnes
Rock_60	398,896,875 tonnes
Rock_100	39,153,750 tonnes

Products insitu

CUT 3,185,828 tonnes 0.648 %

Pushback 4

Control variables

TotalOre 702,391,687

Block count: 62,625

Total ore tonnage:	702,391,687 tonnes
Total waste tonnage:	704,304,992 tonnes
Profit:	21,222,976,380 \$
Revenue:	27,786,280,362 \$
Processing costs:	4,382,924,130 \$
Mining costs:	2,180,379,853 \$
NPV estimate:	11,669,889,011 \$

Strip ratio: 1.00  
Estimated lifetime: 5,596 days (15.33 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	53,467,781 tonnes
Rock_60	561,697,500 tonnes
Rock_100	87,226,406 tonnes

Products insitu

CUT 4,233,243 tonnes 0.603 %

Pushback 5

Control variables

TotalOre 965,455,125

Block count: 95,410

Total ore tonnage:	965,455,125 tonnes
Total waste tonnage:	1,204,074,747 tonnes
Profit:	27,294,085,636 \$
Revenue:	36,681,296,918 \$
Processing costs:	6,024,439,980 \$
Mining costs:	3,362,771,302 \$
NPV estimate:	12,299,853,265 \$

Strip ratio: 1.25  
Estimated lifetime: 8,631 days (23.65 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	53,467,781 tonnes
Rock_60	785,557,500 tonnes
Rock_100	126,429,844 tonnes

Products insitu

CUT 5,590,421 tonnes 0.579 %

Pushback 6

Control variables

TotalOre 1,190,843,719

Block count: 131,278

Total ore tonnage:	1,190,843,719 tonnes
Total waste tonnage:	1,802,318,504 tonnes
Profit:	32,096,517,805 \$
Revenue:	44,166,784,055 \$
Processing costs:	7,430,864,805 \$
Mining costs:	4,639,401,445 \$
NPV estimate:	12,490,343,170 \$

Strip ratio: 1.51  
Estimated lifetime: 11,908 days (32.63 years)

Ore tonnage by type

Rock_50	53,467,781 tonnes
Rock_60	973,854,375 tonnes
Rock_100	163,521,563 tonnes

Products insitu

CUT 6,733,930 tonnes 0.565 %

## ANEXO Nº 7: RESUMEN DE REPORTE DE FASES

Incremental Data													
Pushback	Profit	Revenue	Processing Cost	Mining Cost	NPV	Total Rock	Total Ore	Total Waste	Strip Ratio	Rock_50	Rock_60	Rock_100	CUT
	\$	\$	\$	\$	\$	tonnes	tonnes	tonnes		tonnes	tonnes	tonnes	%
1	7,790,659,502	9,389,272,834	1,103,088,284	495,525,046	6,154,466,062	319,693,578	176,776,968	142,916,609	0.8	48,350,250	127,408,124	1,018,593	0.806
2	4,801,756,857	6,171,688,568	970,727,940	399,203,771	2,778,878,393	257,550,820	155,565,375	101,985,445	0.7	4,909,125	140,619,375	10,036,875	0.603
3	3,902,875,222	5,378,169,675	992,969,639	482,324,813	1,597,851,956	311,177,298	159,129,749	152,047,548	1.0	162,093	130,869,374	28,098,281	0.517
4	4,727,684,797	6,847,149,283	1,316,138,265	803,326,221	1,138,692,597	518,274,981	210,919,593	307,355,387	1.5	46,312	162,800,625	48,072,656	0.497
5	6,071,109,256	8,895,016,556	1,641,515,850	1,182,391,449	629,964,254	762,833,193	263,063,437	499,769,755	1.9	0	223,860,000	39,203,437	0.516
6	4,802,432,168	7,485,487,136	1,406,424,825	1,276,630,143	190,489,904	823,632,350	225,388,593	598,243,756	2.7	0	188,296,875	37,091,718	0.507
Cumulative Data													
	Profit	Revenue	Processing Cost	Mining Cost	NPV	Total Rock	Total Ore	Total Waste	Strip Ratio	Rock_50	Rock_60	Rock_100	CUT
	\$	\$	\$	\$	\$	tonnes	tonnes	tonnes		tonnes	tonnes	tonnes	%
1	7,790,659,502	9,389,272,834	1,103,088,284	495,525,046	6,154,466,062	319,693,578	176,776,968	142,916,609	0.8	48,350,250	127,408,124	1,018,593	0.806
2	12,592,416,360	15,560,961,402	2,073,816,224	894,728,817	8,933,344,455	577,244,398	332,342,343	244,902,054	0.7	53,259,375	268,027,499	11,055,468	0.711
3	16,495,291,582	20,939,131,078	3,066,785,864	1,377,053,630	10,531,196,412	888,421,697	491,472,093	396,949,603	0.8	53,421,468	398,896,874	39,153,750	0.648
4	21,222,976,379	27,786,280,362	4,382,924,129	2,180,379,852	11,669,889,010	1,406,696,679	702,391,687	704,304,991	1.0	53,467,781	561,697,499	87,226,406	0.603
5	27,294,085,636	36,681,296,918	6,024,439,979	3,362,771,301	12,299,853,265	2,169,529,872	965,455,124	1,204,074,747	1.2	53,467,781	785,557,499	126,429,843	0.579
6	32,096,517,804	44,166,784,054	7,430,864,804	4,639,401,445	12,490,343,169	2,993,162,222	1,190,843,718	1,802,318,503	1.5	53,467,781	973,854,374	163,521,562	0.565

**ANEXO Nº 8: MEMORIA DESCRIPTIVA DE OPTIMIZACIÓN  
APLICANDO METODOS GEOESTADÍSTICOS PARA ESTIMACIÓN DE  
RECURSOS PROYECTO MICHICUILLAY**

El Proyecto Michiquillay es de tipo pórfido de Cu diseminado, el sistema de pórfido está centrado en un stock porfirítico de probable composición granodiorítica el cual está emplazado en una secuencia sedimentaria de la edad del cretácico.

Los datos y la información requerida ha sido trabajada y generada con el soporte del software Studio 3 de Datamine.

Estableciendo la estrategia aplicada al presente trabajo de tesis se describe el siguiente resumen:

Los datos que se utilizan en este proyecto corresponden a datos del yacimiento de cobre Michiquillay, se dispone de la base de datos y topografía.

El modelo geológico ha sido simplificado para concentrar los esfuerzos de las técnicas geoestadísticas utilizadas. Generado a partir del logeo de los sondajes en secciones digitales. En la práctica real, el modelo geológico se realiza previo a la evaluación de recursos. Se consideran aspectos geológicos y estructurales del yacimiento. Las que normalmente se denominan unidades geológicas.

- Cobertura (estéril y baja ley).
- Enriquecimiento secundario (mineralizado).
- Pórfidos mineralizados (mineralizado).
- Sedimentos (estéril y baja ley).

El análisis exploratorio de los datos, se utilizó para definir las unidades de estimación a utilizar en la evaluación aplicando las técnicas estadísticas básicas, los gráficos de análisis de distribución acumulada muestran el comportamiento de las leyes de Cu, por dominios Geológicos.

En el análisis estadístico se definió que los contactos entre dominios y/o unidades geológicas son duras, bajo este criterio se realizará el proceso de interpolación.

El análisis variográfico consiste en identificar el comportamiento y variabilidad espacial de las muestras de Cu, como siguiente paso se modelaron los variogramas siendo las zonas mineralizadas modelos esféricos de comportamiento anisotrópicos, y las zonas de estériles baja ley se obtiene variogramas omnidireccionales de comportamiento isotrópico.

La validación cruzada, se aplicó el Kriging Ordinario como interpolador, que para decidir el plan de Kriging con el que se realizará la estimación de la ley de los bloques se utiliza la técnica de validación cruzada, que consiste en estimar leyes puntuales en las posiciones de los compósitos, utilizando todos los datos excepto el del punto en que se está realizando la estimación, y comparándolos con los valores reales de los compósitos en estos puntos. Antes de ello, es necesario crear el modelo de bloques que contendrá los valores estimados y que permitirá restringir la estimación en función de los dominios.

Proceso de Interpolación para hacer una estimación por kriging, se debe definir un perfil de kriging (Kriging Profile).

El perfil especifica lo que normalmente se llama el “plan de kriging”, el cual define los parámetros de búsqueda y estrategia para realizar la estimación. Es importante recordar que al realizar una estimación de la ley de un bloque, en general no se utiliza toda la información disponible, sino que se restringe a una vecindad en torno a la posición del bloque que se está estimando. Además, no se utilizan todos los datos en la vecindad, sino que se considera hasta un máximo número de muestras. Adicionalmente, muchas veces se favorece el uso de muestras de manera tal que “rodeen” la posición que se está estimando.

Para la categorización de recursos se aplicó las técnicas establecidas por el código JORC identificando recursos medidos, indicados e inferidos, tomando como variable el error de estimación por cada bloque interpolado (Varianza de Kriging)

Para representar la cantidad de recursos disponibles se realizó un inventario de recursos representados en la curva Tonelaje vs Ley.

Diagrama resumen de Proceso de optimización aplicando métodos geoestadísticos para estimación de recursos proyecto Michiquillay.

