

**UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN - TACNA**

**ESCUELA DE POSGRADO**

**MAESTRÍA EN TECNOLOGÍA EDUCATIVA**

**ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y SU RELACIÓN CON EL  
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA  
ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA  
DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, UNJBG - 2010**

**TESIS**

**PRESENTADA POR:**

**LIC. GILBERTO PLATERO ARATIA**

**Para optar el Grado Académico de:**

**MAESTRO EN CIENCIAS (*MAGÍSTER SCIENTIAE*)  
CON MENCIÓN EN TECNOLOGÍA EDUCATIVA**

**TACNA - PERÚ**

**2011**

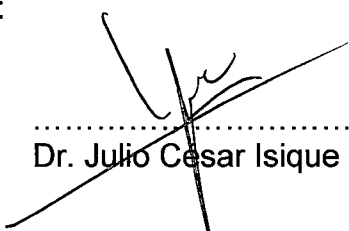
UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN-TACNA  
ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN TECNOLOGÍA EDUCATIVA

**ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y SU RELACIÓN CON EL  
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA  
ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA  
DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN,  
UNJBG - 2010**

Tesis sustentada y aprobada el 30 de marzo del 2011, estando el jurado calificador integrado por:

PRESIDENTE :

  
.....  
Dr. Julio César Isique Calderón

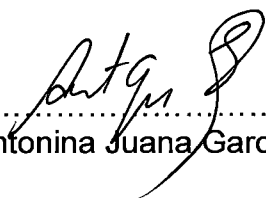
SECRETARIO :

  
.....  
Dr. Domingo Jesús Cabel Moscoso

MIEMBRO :

  
.....  
Mgr. Humberto Benito Vargas Pichón

ASESORA :

  
.....  
Dra. Antonina Juana García Espinoza

*A DIOS,  
POR ACOMPAÑARME TODOS LOS DÍAS.*

*A TODAS LAS PERSONAS  
QUE PARTICIPARON E HICIERON POSIBLE  
ESTE TRABAJO, MUCHAS GRACIAS.*

## CONTENIDO

	<b>pág.</b>
PÁGINA DEL JURADO	i
PÁGINA DE DEDICATORIA Y AGRADECIMIENTO	ii
CONTENIDO	iii
ÍNDICE DE CUADROS	vii
ÍNDICE DE GRÁFICOS	viii
RESUMEN	ix
ABSTRACT	x
INTRODUCCIÓN	01
<b>CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>03</b>
1.1 Descripción del problema	03
1.1.1 Antecedentes del problema	03
1.1.2 Problemática de la investigación	05
1.2 Formulación del problema	07
1.2.1 Formulación del problema general	07
1.2.2 Formulación de los problemas específicos	07
1.3 Justificación e importancia del problema	08
1.4 Alcances y limitaciones	09
1.5 Objetivos de la investigación	10

1.5.1	Objetivo general	10
1.5.2	Objetivos específicos	10
1.6	Hipótesis de la investigación	11
1.6.1	Hipótesis general	11
1.6.2	Hipótesis específicas	11
<b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO</b>		<b>12</b>
2.1	Estrategias de resolución de problemas	12
2.1.1	Los problemas matemáticos	12
2.1.2	Diferencia entre un problema y un ejercicio	15
2.1.3	Clasificación de los problemas matemáticos	17
2.1.4	Resolución de problemas matemáticos	18
2.1.5	Estrategias algorítmicas y heurísticas	24
2.1.6	Etapas en la resolución de problemas	29
2.1.7	Estrategias de uso frecuente	38
2.2	Aprendizaje de las matemáticas	43
2.2.1	Concepción constructivista del aprendizaje	43
2.2.2	Aprendizaje de las matemáticas	45
2.2.3	Aprendizaje basado en problemas	47
2.2.4	Aprendizaje y resolución de problemas	48
2.2.5	Evaluación en matemáticas	49
2.3	Marco conceptual	52

<b>CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO</b>	<b>55</b>
3.1 Tipo y diseño de la investigación	55
3.2 Población y muestra	56
3.2.1 Población	56
3.2.2 Muestra	56
3.3 Operacionalización de variables	57
3.3.1 Variable independiente	57
3.3.2 Variable dependiente	58
3.4 Instrumentos de medición de las variables	58
3.4.1 Medición de las estrategias de resolución de problemas	58
3.4.2 Medición del aprendizaje de las matemáticas	63
3.5 Técnica e instrumentos de recolección de datos	64
3.6 Procesamiento y análisis de datos	64
3.6.2 Procesamiento de datos	64
3.6.3 Análisis de datos	65
<b>CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	<b>66</b>
4.1 Descripción del trabajo de campo	66
4.2 Descripción de la variable estrategias de resolución de problemas	68
4.2.1 Niveles del uso de estrategias según dimensiones del CERP	68
4.2.2 Niveles del uso de estrategias según el CERP	74
4.3 Descripción de la variable aprendizaje de las matemáticas	76
4.4 Contrastación de la hipótesis de investigación	78

4.4.1	Comprobación de la primera hipótesis específica	78
4.4.2	Comprobación de la segunda hipótesis específica	86
4.4.3	Comprobación de la hipótesis general	89
4.5	Discusión de resultados	92
	CONCLUSIONES	95
	RECOMENDACIONES	96
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
	ANEXOS	103

## ÍNDICE DE CUADROS

	<b>pág.</b>
<b>Cuadro 01</b> Distribución de la población según año de estudios de la especialidad de MACI	56
<b>Cuadro 02</b> Análisis de confiabilidad de la dimensión “análisis”	60
<b>Cuadro 03</b> Análisis de confiabilidad de la dimensión “exploración”	61
<b>Cuadro 04</b> Análisis de confiabilidad de la dimensión “comprobación”	62
<b>Cuadro 05</b> Muestra censal de estudiantes de MACI, según año de estudios	67
<b>Cuadro 06</b> Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas según la dimensión “análisis”	68
<b>Cuadro 07</b> Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas según la dimensión “exploración”	70
<b>Cuadro 08</b> Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas según la dimensión “comprobación”	72
<b>Cuadro 09</b> Niveles del uso de estrategias según el CERP	74
<b>Cuadro 10</b> Niveles de aprendizaje de las matemáticas	76

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

		<b>pág.</b>
<b>Gráfico 01</b>	Muestra censal de estudiantes de MACI según año de estudios	67
<b>Gráfico 02</b>	Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas según la dimensión “análisis”	69
<b>Gráfico 03</b>	Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas según la dimensión “exploración”	71
<b>Gráfico 04</b>	Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas según la dimensión “comprobación”	73
<b>Gráfico 05</b>	Niveles del uso de estrategias según el CERP	75
<b>Gráfico 06</b>	Niveles de aprendizaje de las matemáticas	77

## RESUMEN

El objetivo de este estudio fue determinar el grado de relación del uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann, en el año académico 2010. La muestra censal estuvo conformada por 80 estudiantes, quienes completaron el Cuestionario de Estrategias de Resolución de Problemas (CERP), el cual se diseñó según el modelo de resolución de problemas planteado Schoenfeld, y cuyo propósito es medir el grado del uso de estrategias empleadas por los estudiantes al resolver problemas de matemáticas.

Los resultados, analizados sobre la base de las variables de estudio indican que, existen diferencias del uso de estrategias de resolución de problemas por parte de los estudiantes. Se demostró que el aprendizaje de las matemáticas no es positiva y, se encontró una correlación buena entre los resultados del CERP y el aprendizaje de las matemáticas (0,67). En otras palabras, mientras mayor es el nivel del uso de estrategias de resolución de problemas, mayor es el nivel de aprendizaje de las matemáticas.

Se recomienda extender los estudios expuestos en esta tesis a estudios de tipo experimental tanto en las matemáticas como en otras disciplinas, donde la resolución de problemas cumple un papel importante.

## **ABSTRACT**

The objective of this study was to determine the degree of relationship of the use of problem-solving strategies and the learning of mathematics in the students of the speciality of Mathematics, Computer Sciences and Informatics at the Faculty of Education Sciences in Jorge Basadre Grohmann National University, in the academic year 2010. The census sample was composed of 80 students who completed the questionnaire of Problem-Solving Strategies (CERP), which was designed according to the model resolution of problems raised by Schoenfeld, and whose purpose is measure the degree of use of the strategies employed by the students on solving problems in mathematics.

The results, analyzed on the basis of the study variables indicate that there are differences in the use of problem-solving strategies on the part of students. It was demonstrated that the learning of mathematics is not positive and a good correlation was found between the results of CERP and learning of mathematics (0,67 ). In other words, the higher the level of use of problem-solving strategies, the greater the level of learning mathematics.

It is recommended to extend the studies presented in this thesis to studies of experimental type both in the field of mathematics as in other disciplines, where the resolution of problems plays an important role.

## INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la resolución de problemas ha sido identificada como una actividad muy importante en el aprendizaje de las matemáticas. En este proceso se pone especial interés en la interacción del estudiante con problemas no rutinarios y las diversas estrategias de resolución, razón por el cual los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea. Ello implica desarrollar habilidades como el uso de estrategias, tal que permitan mejorar, reconocer y controlar las situaciones de sus aprendizajes, porque sin estrategias no es posible resolver problemas.

En esa dirección, la presente investigación recoge los resultados de un estudio sobre el uso de estrategias de resolución de problemas por estudiantes universitarios y su relación con el aprendizaje de las matemáticas.

La investigación se sustenta en los principios teóricos que plantean los matemáticos de talla mundial, George Polya y Alan Schoenfeld, nutriéndola de sus aportes realizados durante el siglo XX referente a la resolución de problemas.

El diseño de la presente investigación es del tipo no experimental, transeccional correlacional, ya que el principal propósito es determinar el grado de relación del uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación.

Sin embargo, es importante aclarar que el presente estudio no determina los tipos de estrategias utilizadas por los estudiantes en la resolución de problemas, sino a través de un cuestionario tipo escala Likert recoge datos referidos al grado del uso de ellas durante la actividad referida a la resolución de problemas en matemáticas.

A pesar de que la resolución de problemas está relacionada con varias disciplinas, el trabajo se ha desarrollado en el ámbito de las matemáticas, por ello es dirigido en especial a los docentes y estudiantes de todos los niveles educativos que siguen los caminos de las matemáticas.

## CAPÍTULO I

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 1.1 Descripción del problema

##### 1.1.1 Antecedentes del problema

Luego de realizar una búsqueda a través de un rastreo bibliográfico vía internet y mediante visitas a instituciones de Educación Superior se ha encontrado los siguientes antecedentes con relación al problema de investigación:

En la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Autónoma de Nuevo León, se encontró la tesis de Francisco Balderas Cruz (1999): **“La aplicación de procedimientos heurísticos y situaciones problémicas en la resolución de problemas de Matemática I”** (disponible en: <http://cdigital.dgb.uanl.mx/te/1020125499.pdf>), concluyéndose que la aplicación de estas estrategias metodológicas contribuyen al desarrollo de habilidades en la resolución de problemas.

Por otra parte, en el Centro de Investigación de Modelos Educativos de la Universidad Iberoamericana, ciudad de México se encontró el trabajo de investigación de Marisol Silva Laya (2009): **“Métodos y Estrategias de**

**Resolución de Problemas Matemáticos utilizadas por alumnos de 6to grado de primaria**” (disponible en: [http://www.cimeac.com/images/2a\\_parte\\_reporte\\_final\\_inide.pdf](http://www.cimeac.com/images/2a_parte_reporte_final_inide.pdf)), revelándose que los conocimientos previos son herramientas claves para el éxito en la resolución de problemas, especialmente en aquellos que demandan la aplicación de conceptos específicos, en cuyo caso los vacíos conceptuales obstaculizaron la obtención de respuestas correctas. En torno a los problemas más difíciles, sólo los alumnos que dominaban los conceptos y nociones matemáticas necesarias mostraron éxito en la resolución de problemas, afirmándose que la ausencia de marcos conceptuales adecuados y la deficiente comprensión se combinan de manera desafortunada en los problemas más complejos agotando las posibilidades de razonamiento lógico de los alumnos, además del uso deficiente de estrategias de resolución de problemas.

A su vez, en el Instituto de Matemática y Física de la Universidad de Talca, se encontró la tesis de Rodrigo Pérez Carrasco (2008): **“Propuesta de un manual para el uso docente, orientado al tratamiento de la resolución de problemas, en la educación matemática de enseñanza media”** (disponible en: <http://inst-mat.otalca.cl/~cdelpino/tesis1/>), comprobándose que la resolución de problemas es muy importante y que la propuesta que se acaba de manifestar es sólo el inicio de muchas que se pueden desarrollar más adelante. El proceso es lento y los resultados se verán probablemente en

forma progresiva. Lo importante es que los alumnos vayan adquiriendo recursos o estrategias que les ayuden a asentar bases para, en el futuro, resolver con éxito y a través de un pensamiento independiente, las situaciones matemáticas que la vida diaria les plantee.

Finalmente, en la Escuela de Posgrado de la Universidad Privada de Tacna, se encontró la tesis de Rosa María Requelme Ibáñez (2009):

**“Estrategias metodológicas aplicadas por los docentes en el desarrollo del pensamiento creativo para mejorar la capacidad de planteamiento y resolución de problemas en el área de matemática en alumnos del 2do año del nivel secundario de la I. E. Cesar Augusto Cohaila Tamayo de Tacna, en el año 2008”**, comprobándose la existencia de una relación directa entre las variables de estudio de la siguiente manera: A mayor uso inadecuado de las estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento creativo bajo será la capacidad de planteamiento y resolución de problemas en el área de matemática de los alumnos.

### **1.1.2 Problemática de la investigación**

La Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann, actualmente en proceso de acreditación y reforma curricular, forma profesionales en las especialidades de Lengua, Literatura y Gestión Educativa; Idioma Extranjero, Traductor e Interprete;

Matemática, Computación e Informática; Ciencias Sociales y Promoción Socio-Cultural; Ciencias de la Naturaleza, Tecnología y Ambiente. En los últimos dos años la especialidad de Matemática, Computación e Informática reporta en promedio el 52,75% de estudiantes desaprobados en los cursos de matemática de la carrera.

Los factores son diversos y preocupan en gran medida a los docentes del área de matemáticas ya que día a día se observan diferentes situaciones problemáticas, una de ellas es el nivel de desempeño de los estudiantes respecto al proceso de resolución de problemas matemáticos. En algunos casos se visualiza efectividad en la resolución de problemas y en muchas otras no, quizá porque el estudiante está condicionado a factores inherentes al quehacer matemático, dado que se observa entre otros factores, carencia de estrategias que faciliten el camino que se debe recorrer a lo largo de todo el proceso de resolución. La situación se agrava aún más cuando los estudiantes ingresantes a la carrera en su mayoría lo hacen por segunda opción y por ello creemos que el nivel de aprendizaje en matemáticas que presentan no es el adecuado. Además, de acuerdo al informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA) en el año 2009, en cuanto a la medición de logros de aprendizaje de contenidos matemáticos correspondiente a la Educación Básica Regular, se ocupa el puesto 63 de 65 países participantes y últimos del grupo de países participantes de Latinoamérica.

Esta problemática ha llevado a dirigir la atención en determinar el grado del uso de estrategias que presentan los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática al resolver problemas de matemáticas, según el modelo planteado por A. H. Schoenfeld, y cómo se relacionan estas con sus aprendizajes.

## **1.2 Formulación del problema**

### **1.2.1 Formulación del problema general**

¿Cuál es el grado de relación del uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación?

### **1.2.2 Formulación de los problemas específicos**

- ¿Cuál es el nivel del uso de estrategias de resolución de problemas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación?

### 1.3 Justificación e importancia del problema

Existe consenso mundial en todos los niveles educativos, respecto a la importancia de la resolución de problemas en la formación de las personas, tanto para su desenvolvimiento en la sociedad como en su desempeño personal y laboral. Referente a ello, el Ministerio de Educación del Perú (2006) a través del Diseño Curricular Nacional considera que, "...para desarrollar el pensamiento matemático resulta relevante el análisis de procesos de casos particulares, búsqueda de diversos métodos de solución, formulación de conjeturas, presentación de argumentos para sustentar las relaciones, extensión y generalización de resultados, y la comunicación con lenguaje matemático. En el caso del área de matemática, las capacidades explicitadas para cada grado involucran los procesos transversales de **razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas**, siendo este último el proceso a partir del cual se formulan las competencias del área en los tres niveles" (p. 316). Por otra parte, los distintos currículos tanto nacionales como internacionales, señalan el uso de la estrategia de resolución de problemas en matemáticas como una metodología didáctica que permite no sólo trabajar el logro de aprendizajes del área, sino que también de habilidades y competencias de interés para el desarrollo de las personas.

En consecuencia, como profesores responsables nos interesa, el conseguir que nuestros alumnos logren sus aprendizajes, más aún si pertenecen a niveles educativos superiores, dado que allí se deben formar buenos profesionales, preparados para incorporarse al mundo laboral con garantías de poder desarrollar su tarea de forma eficiente y, a ser posible, aportando la frescura innovadora de la que su proceso de formación debería proveerle. En ese sentido y considerando que la resolución de problemas es el núcleo central de las matemáticas, la presente investigación tiene como eje fundamental determinar el grado de relación entre el uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes, y de este modo contribuir en algo en la solución de la problemática relativa a las dificultades de aprendizaje de los estudiantes. Además de ello los resultados que se obtendrán servirán de aporte para la realización de futuras investigaciones relativas al quehacer educativo, dado que es tarea de los educadores seguir en la búsqueda de nuevos caminos que acerquen a los alumnos a un aprendizaje significativo y que por lo tanto pueda generar satisfacción y disfrute.

#### **1.4 Alcances y limitaciones**

Esta investigación sólo tomará en cuenta el estudio y análisis de la relación entre el uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas de estudiantes universitarios. La

principal limitante para realizar esta investigación es la escasa bibliografía e investigaciones respecto a la variable dependiente en el ámbito superior, es decir, no es posible encontrar una teoría sólida sobre el aprendizaje de las matemáticas, ya que como afirma Alcalá (2001), "...son muchos los factores que intervienen en el proceso y muy variadas las actividades que conducen al aprendizaje de esta disciplina" (p. 35).

## **1.5 Objetivos de la investigación**

### **1.5.1 Objetivo general**

Determinar el grado de relación del uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación.

### **1.5.2 Objetivos específicos**

- Determinar el nivel del uso de estrategias de resolución de problemas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación.
- Determinar el nivel de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación.

## **1.6 Hipótesis de la investigación**

### **1.6.1 Hipótesis general**

El grado de relación del uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación, es significativa.

### **1.6.2 Hipótesis específicas**

- Existe diferencias del uso de estrategias de resolución de problemas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación.
- El aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación es positiva.

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

#### **2.1 Estrategias de resolución de problemas**

##### **2.1.1 Los problemas matemáticos**

La importancia de la resolución de problemas en matemáticas queda plasmada en la siguiente frase del reconocido matemático Halmos (1980) “la principal razón de existir del matemático es resolver problemas, y por lo tanto en lo que realmente consisten las matemáticas es en problemas y soluciones” (p. 519).

Las matemáticas conforman un área de estudio que intenta comprender los modelos que impregnan el mundo que nos rodea y cuya actividad se podría resumir mediante la expresión “resolución de problemas”. Por otra parte, en la sociedad actual, que experimenta un acelerado desarrollo científico, tecnológico y social, se considera cada vez más importante tener una buena preparación matemática que opere como vía de acceso a dichos conocimientos. En esa dirección, la necesidad de mejorar el aprendizaje en matemáticas, se atribuye a diversos fines, los cuales se resumen en: la matemática como instrumento que posibilita resolver diferentes problemas del entorno sociocultural, su valor formativo al

contribuir al desarrollo intelectual e integral de la personalidad y la matemática como lenguaje universal de las ciencias.

En este contexto, la problemática educativa vinculada a la resolución de problemas aparece como un aspecto importante en el aprendizaje de la disciplina. Por ello, aceptar que resolver problemas es un elemento vital en el aprendizaje de las matemáticas, implica la necesidad de que se tenga una idea clara de lo que se entiende por "problemas" y "resolución de problemas".

Según Polya, citado por García (2001) "un problema es la búsqueda consciente, con alguna acción apropiada, para lograr una meta claramente concebida, pero no inmediata de alcanzar". En esta misma dirección House, citado por Nápoles (2005) señaló, "la definición común de problema matemático es una situación que supone una meta para ser alcanzada, existen obstáculos para alcanzar ese objetivo, requiere deliberación, y se parte del conocimiento del algoritmo útil para resolver el problema. La situación es usualmente cuantitativa o requiere técnicas matemáticas para su solución, y debe ser aceptado como problema por alguien antes de que pueda ser llamado problema".

Para Labarrere (1988) "un problema es determinada situación en la cual existen nexos, relaciones, cualidades, de y entre los objetos que no son accesibles directa e indirectamente a la persona, o sea, una situación en que hay algo oculto para el sujeto, que este se esfuerza por hallar" (p.

19). Desde la perspectiva de Friedman y Turetski (1989), “los problemas consisten en alguna exigencia, requerimiento o pregunta para la cual se necesita encontrar una respuesta, apoyándose en y tomando en cuenta las condiciones señaladas en el problema” (p. 13).

Newell y Simón, citado por Rueda y García (2005) plantearon que “un problema puede pensarse como una discrepancia entre un estado inicial y un estado final que constituye la meta a alcanzar”. Similarmente, Carretero y García (1993) consideraron que “un problema existe cuando hay algún obstáculo entre una situación dada y una situación meta. La existencia de ese obstáculo obliga al sujeto a considerar los posibles caminos que le pueden conducir a la situación meta” (p. 185).

Por otra parte, Alonso y Martínez (2003) establecieron que “un problema es una situación matemática que contempla tres elementos: objetos, características de esos objetos y relaciones entre ellos; agrupados en dos componentes: condiciones y exigencias relativas a esos elementos; y que motiva en el resolutor la necesidad de dar respuesta a las exigencias o interrogantes, para lo cual deberá operar con las condiciones, en el marco de su base de conocimientos y experiencia” (p. 82).

A partir de lo anterior, y como premisas de las definiciones planteadas, podemos señalar que todo problema debe presentar una verdadera dificultad, obstáculo para la persona que lo va a resolver y por tanto es totalmente subjetivo, esto es, el problema no es independiente del sujeto

que lo va a resolver. En ese contexto un problema está ligado con la relatividad del esfuerzo de un individuo cuando éste intenta resolver “un problema”, es decir, mientras que para algunos puede representar un gran esfuerzo el intentar resolver un problema, para otros puede ser un simple ejercicio rutinario.

De acuerdo a lo manifestado, para que una situación se denomine **problema** es necesario que:

- Exista una persona que desea resolverla (resolutor)
- Exista un estado inicial y un estado final(meta a alcanzar), y
- Que exista algún tipo de impedimento para el paso de un estado a otro.

Por lo tanto, cada problema constituye un reto, se desconoce tanto la vía de solución como el tiempo que demora solucionarlo. No obstante, se necesita confiar en que la inteligencia y habilidades que se poseen son adecuadas y suficientes para abordarlo. Según Schoenfeld el estudiante cuenta con recursos cognitivos que irá mostrando y mejorando al trabajar con el problema.

### **2.1.2 Diferencia entre un problema y un ejercicio**

En cuanto a la diferenciación entre los términos problema y ejercicio, Llivina (1999) precisó cuándo un ejercicio tiene carácter de problema, y

expresa: “un ejercicio es un problema si y sólo si la vía de solución es desconocida para la persona” (p. 48).

Martínez Torregrosa, citado por Llivina (1999) en el mismo sentido de la reflexión anterior argumenta: “un correcto planteamiento didáctico de la resolución exige la distinción entre ejercicios y problemas. Para los ejercicios el alumno tiene ya disponibles respuestas satisfactorias para las que ha sido preparado y, al contrario de lo que sucede en un verdadero problema, hay incertidumbre en su comportamiento”.

Por su parte Kantowski, citado por Puig (1996) señaló que, “un problema es una situación que se diferencia de un ejercicio en que el resolutor no tiene un procedimiento o algoritmo que conduzca con certeza a una solución”.

Del mismo estilo es la definición que da Schoenfeld (1985): “ser un problema no es una propiedad inherente de una tarea matemática. Más bien es una relación entre el individuo y la tarea lo que hace la tarea un problema para esa persona. La palabra problema se usa aquí en su sentido relativo, como una tarea que es difícil para el individuo que está intentando resolverlo. Más aún, esa dificultad ha de ser un obstáculo intelectual más que de cálculo. Por enunciar las cosas más formalmente, si uno tiene acceso a un esquema de solución para una tarea matemática, esa tarea es un ejercicio y no un problema” (p. 74).

De acuerdo a las consideraciones expuestas, "problema" no es sinónimo de "ejercicio". Cuando los estudiantes realizan ejercicios consideran una situación ya conocida, rutinaria y desprovista de sorpresa en el que enfrenta una dificultad pero para su resolución conoce de antemano el procedimiento. En cambio, frente a los problemas ponen en juego diferentes tipos de saberes relacionados con los conceptos, los procedimientos, las estrategias y/o las actitudes.

### **2.1.3 Clasificación de los problemas matemáticos**

Respecto a las clasificaciones de problemas existen diferentes criterios. Polya, citado por Micelli (2010), los clasifica en cuatro grupos según su propósito: "**Problemas por resolver**, cuyo propósito es descubrir cierto objeto, la incógnita del problema. **Problemas por demostrar**, aquí el propósito es mostrar, de un modo concluyente, la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada. **Problemas de rutina**, es todo aquel problema que se puede resolver ya sea sustituyendo simplemente nuevos datos en el lugar de los de un problema ya resuelto, ya sea siguiendo paso a paso, sin ninguna originalidad, la traza de algún viejo ejemplo y, **problemas prácticos** o de aplicación a la práctica". Si consideramos el campo del saber matemático al cual pertenece el problema tendríamos: problemas de razonamiento lógico, de geometría, de aritmética, etcétera.

Actualmente, la clasificación ampliamente aceptada según la naturaleza de la solución es, la de cerrados y abiertos. Según Cruz (2006) "los problemas cerrados se caracterizan por expresar lo dado y lo buscado con suficiente exactitud. Por el contrario, en los problemas abiertos la situación inicial y/o meta a alcanzar no se precisan con suficiente claridad. Por este motivo, tales problemas son susceptibles de diferentes interpretaciones o diferentes soluciones. Los problemas abiertos se aproximan mucho a lo que sucede en la vida real; hay que hacer consideraciones para la respuesta, pues no se da toda la información necesaria" (p. 72).

#### **2.1.4 Resolución de problemas matemáticos**

Hay consenso en aceptar que la resolución de problemas es un componente importante en el estudio del conocimiento matemático, dado que el desarrollo de conceptos y teorías matemáticas se originan a partir de un esfuerzo por resolver un determinado problema. En el análisis de la historia de las matemáticas se puede constatar que los avances matemáticos casi siempre se originan en un esfuerzo por resolver un problema específico. En la didáctica de la matemática, el uso de los diversos problemas se representa en las tareas, los ejemplos de clase y los exámenes.

Polya, citado por García (2001) estableció que, "...resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino

alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se consigue de forma inmediata, utilizando los medios adecuados" (...), además agregó que, "la resolución de problemas es un arte práctico, como nadar o tocar el piano. De la misma forma que es necesario introducirse en el agua para aprender a nadar, para aprender a resolver problemas, los alumnos han de invertir mucho tiempo enfrentándose a ellos. Poco a poco irán interiorizando estrategias y sugerencias de aplicación, en la medida en que las utilizan para resolver diferentes situaciones".

Schoenfeld (1985) define la resolución de problemas como "el uso de problemas o proyectos difíciles por medio de los cuales los alumnos aprenden a pensar matemáticamente" (p. 76). El término "difícil" hace referencia a que es una situación en la que su solución no es inmediata, por lo cual el éxito depende de los conocimientos y habilidades previas que posea el estudiante.

Según Orton, citado por Juidías y Rodríguez (2005): la resolución de problemas "se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del procedimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva". Por su parte Delgado (1998) considera la resolución de problemas como una habilidad matemática y señala que resolver: "es encontrar un método o vía de solución que conduzca a la solución de un

problema” (p. 68). A su vez, Puig (1996) caracterizó el proceso de resolución como “la actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándosele un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabado la tarea” (p. 31).

Lesh y Zawojewski, citado por Santos Trigo (2009) definen la resolución de problemas como “el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra a varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas”.

Llivina (1999) expresó que la resolución de problemas matemáticos “es una capacidad específica que se desarrolla a través de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y que se configura en la personalidad del individuo al sistematizar, con determinada calidad y haciendo uso de la metacognición, acciones y conocimientos que participan en la resolución de estos problemas” (p. 59).

De acuerdo a García (2003), “la resolución de problemas radica en la determinación previa de las relaciones existentes entre el problema a resolver con la estructura conceptual y los esquemas de pensamiento (lógico o no) que ya existen en la mente del individuo, para luego interpretar y estructurar la situación nueva de acuerdo con el esquema

particular que se haya seleccionado, de esta forma la resolución de problemas puede ser capaz de dar significación a través de la relación entre las nuevas informaciones con las que se enfrenta y los esquemas de conocimientos previos, convirtiéndose en una forma de aprendizaje significativo en el cual se interrelaciona la estructura cognoscitiva de los individuos con los objetivos que persigue la resolución del problema y las condiciones que el mismo presenta" ( p. 31).

En correspondencia con esta teoría y su explicación del proceso de resolución de problemas, Ausubel y col (1986) argumentan que la presencia en la estructura cognoscitiva del individuo de conocimientos, antecedentes pertinentes, claros, estables y discriminables, relacionados con el tópico del cual trata el problema (conceptos, principios, términos conjuntivos, funciones disponibles) facilita la resolución de problemas. De otra parte Piaget pudo demostrar que la habilidad para resolver problemas está relacionada con el desarrollo de estructuras mentales en los individuos y que los individuos se enfrentan a los problemas de acuerdo con el nivel de desarrollo que presenten estas estructuras mentales.

De acuerdo a la perspectiva anterior y según los recientes aportes de modelos epistemológicos constructivistas, la resolución de problemas constituye una actividad privilegiada para introducir a los estudiantes en las formas propias del quehacer de las matemáticas. Lograr que los

estudiantes desarrollen estructuras de pensamiento que le permitan matematizar; es una de las principales metas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática actual.

Según Alsina (2007), esta actividad central en el campo que nos ocupa remite a trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos, debiéndose realizar dicho trabajo a partir del contexto donde deben crearse esquemas, formular y visualizar los problemas, descubrir relaciones y regularidades, hallar semejanzas con otros problemas, y trabajando entonces matemáticamente, hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben volverse a proyectar en la realidad para analizar su validez y significado.

En tal sentido, para De Guzmán (2007) "la resolución de problemas tiene la intención de transmitir, de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas. Por medio de este método, el alumno podrá manipular objetos matemáticos, activará su capacidad mental, ejercitará su creatividad, hará metacognición (reflexión sobre su propio aprendizaje), se divertirá, se preparará para otros problemas y muy importante, podrá adquirir confianza en sí mismo" (p. 43). No obstante, es importante aclarar el sentido de esta estrategia ya que la resolución de problemas tiene múltiples usos e interpretaciones que pueden llegar a ser contradictoria. De acuerdo a ello, tenemos:

- **La resolución como contexto:** donde los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares, como una justificación para enseñar, motivar o desarrollar actividades. Ello implica una interpretación y aplicación mínima.
- **Resolver problemas para el desarrollo de habilidades:** propuesta que invita a la resolución de problemas no rutinarios, para el logro de una habilidad de nivel superior, adquirido luego de haber resuelto problemas rutinarios. En fin, las técnicas de resolución de problemas son enseñadas como un contenido, con problemas de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.
- **Resolver problemas como sinónimo de "hacer matemática":** la estrategia asume que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática realmente consiste en visualizar problemas y soluciones.

Por lo tanto, para resolver problemas, se requiere trabajar mucho con estos, estudiarlos a profundidad y analizar las distintas posibilidades que permiten enfrentar su solución. Asumimos que resolver un problema consiste en el proceso de ataque constituido por todo el esfuerzo que realiza el estudiante para obtener su solución, aun cuando el estudiante no disponga de la idea de solución entendemos, que si se encuentra enfrascado en hallar la respuesta, se encuentra resolviendo el problema. Por ello, estamos de acuerdo con Brenes y Murrillo (1994) que señalaron:

"se entenderá que resolver un problema es hacer lo que se hace cuando no se sabe qué hacer, pues si se sabe lo que hay que hacer, ya no hay problema" (p. 377).

Por otra parte, respecto a la solución del problema, concordamos con el planteamiento de Labarrere (1988) "la solución de un problema no debe verse como un momento final, si no como todo un proceso complejo de búsqueda, encuentros, avances y retrocesos en el trabajo mental. Este complejo proceso de trabajo mental se materializa en el análisis de la situación que consiste en la elaboración de hipótesis y la formulación de conjeturas; en el descubrimiento y selección de posibilidades; en la previsión y puesta en práctica de procedimientos de solución" (p. 86). Además, concluimos que la resolución de problemas, consistente en un conjunto de actividades mentales y conductuales que a la vez implica factores de naturaleza cognoscitiva, afectiva y motivacional, deben ocupar un lugar central en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

### **2.1.5 Estrategias algorítmicas y heurísticas**

Dentro del conjunto de definiciones relativa a las estrategias, en todas se hace un especial énfasis en que constituye una vía de acción que requiere la participación consciente del sujeto, que le sirva de guía o metodología para alcanzar una actividad deseada.

Según Bruner, citado por Sigarreta y Laborde (2000): "...una estrategia hace referencia a un patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para lograr cierto objetivo, es decir, para asegurarse de que se den ciertos resultados y no se produzcan otros". Es decir, las estrategias deben ser líneas de acción ajustadas a la naturaleza de los problemas y de las metas que se desea alcanzar; de ahí que permitan, además, aprovechar de manera óptima los recursos y minimizar los errores.

Respecto a nuestro campo de estudio Campistrous y Rizo, citado por Cruz (2002), indicaron que una estrategia de resolución de problemas es "un procedimiento generalizado constituido por esquemas de acciones cuyo contenido no es específico, sino general, aplicable en situaciones de diferente contenido, que el sujeto utiliza para orientarse en situaciones en las que no tiene un procedimiento específico y sobre la base de las cuales decide y controla el curso de la acción de búsqueda de la solución".

Para Poggioli (2000), las estrategias para resolver problemas "se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos en metas y obtener una solución" (p. 8).

Si se pretende lograr resultados significativos es preciso enseñar a los alumnos estrategias generales y técnicas de trabajo que permitan ganar

seguridad en él mismo, confiando en que las habilidades que posee son suficientes para abordar el problema. En esta perspectiva Schoenfeld (1992) expresó: "... el alumno no debe partir del vacío, debe contar con recursos cognitivos, que irá demostrando al trabajar con el problema, como la intuición (conocimientos informales relacionados con el dominio), los hechos, los procedimientos algorítmicos y no algorítmicos, así como las comprensiones (conocimiento preposicional) acerca de las reglas admitidas en el dominio" (p. 356).

Cruz (2002) consideró que existe una serie de variables que intervienen en la solución de problemas que dependen de la persona. Estas se clasifican en tres categorías: afectivas, cognoscitivas y estratégicas. Las variables afectivas se refieren al interés, la motivación, la necesidad de reconocimiento y las relaciones interpersonales. Ellas llevan a adoptar actitudes favorables o desfavorables hacia la búsqueda de soluciones para resolver problemas. Las variables cognoscitivas comprenden el conocimiento de base que posee el sujeto que enfrenta el problema, su organización mental y el buen almacenamiento que ha realizado en su memoria para poder disponer de ese conocimiento en el momento que necesite identificar e interpretar un problema. Las variables estratégicas se ubican en el terreno de los procesos algorítmicos o heurísticos que los estudiantes ponen en ejecución cuando están resolviendo problemas. En ese contexto, las estrategias para la resolución de problemas incluyen a los métodos algorítmicos y heurísticos.

Los algoritmos son procedimientos específicos que señalan paso a paso la solución de un problema y que garantizan el logro de una solución siempre y cuando sean relevantes al problema.

Monereo y col (1995) señalaron que “un procedimiento algorítmico es una sucesión de acciones que hay que realizar, completamente prefijada y su correcta ejecución lleva a una solución segura del problema...” (p. 20).

Del mismo modo, Duhalde y González (1997) plantean que “un algoritmo es una prescripción efectuada paso a paso para alcanzar un objetivo particular. El algoritmo garantiza la obtención de lo que nos proponemos”(p. 106).

Los métodos heurísticos son estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizadas por los solucionadores de problemas, basadas en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución.

De acuerdo con Monereo y col (1995) “los procedimientos heurísticos son acciones que comportan un cierto grado de variabilidad y su ejecución no garantiza la consecución de un resultado óptimo como, por ejemplo, reducir el espacio de un problema complejo a la identificación de sus principales elementos” (p. 20).

Según Puig (1996) "la heurística es el estudio de los modos de comportamiento al resolver problemas y los medios que se utilizan, que son independientes del contenido y que no suponen garantía de que se obtenga la solución" (p. 33). Es decir, son formas de trabajo y de pensamiento que apoyan la realización consciente de actividades mentales exigentes. Mientras que Duhalde y González (1997) señalan que un heurístico es "un procedimiento que ofrece la posibilidad de seleccionar estrategias que nos acercan a una solución" (p. 106).

Polya (2005) plantea que "la heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular, las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso" (p. 102).

Por otro lado, Schoenfeld (1985) planteó que las estrategias heurísticas son "aproximaciones para una próspera resolución de problemas, sugerencias generales que ayudan al individuo a comprender mejor un problema o progresar hacia su solución" (p. 23).

Chi, et al (1981) señalaron que entre el conocimiento que tienen los expertos solucionadores de problemas están los "esquemas de problemas". Estos consisten en conocimientos estrechamente relacionados con un tipo de problema en particular y que contiene:

- **Conocimiento declarativo:** principios, fórmulas y conceptos.

- **Conocimiento procedimental:** conocimiento acerca de las acciones necesarias para resolver un tipo de problema en particular.
- **Conocimiento estratégico:** conocimiento que permite, al individuo solucionador del problema, decidir sobre las etapas o fases que debe seguir en el proceso de solución (p. 122).

Por lo tanto, la heurística es el arte de resolver problemas para la cual se estudian reglas, procedimientos, procesos mentales, etapas del razonamiento, de los cuales depende el éxito de los estudiantes en la construcción creativa de soluciones a problemas matemáticos por sí mismos y el descubrimiento de vías óptimas de solución. Así, la resolución de problemas involucra un proceso a través del cual el estudiante descubre la manera de combinar reglas previamente aprendidas y aplicarlas en el tratamiento de situaciones nuevas.

### **2.1.6 Etapas en la resolución de problemas**

Las discusiones sobre las estrategias de resolución de problemas en matemática, comienzan con Polya (2005), quien plantea cuatro etapas en la resolución de problemas matemáticos: Comprender el problema, concebir el plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida (p. 19). En ellas el uso de los métodos heurísticos juega un papel importante.

**Comprender el problema:** En esta fase se ubican las estrategias que ayudan a representar y entender las condiciones del problema. Por

ejemplo, ¿Cuál es la información dada en el problema (datos)?, ¿Cuál es la incógnita?, y ¿cuáles son las condiciones que relacionan los datos en el problema?, son algunas preguntas que merecen la atención en la fase de comprensión del problema. Otras heurísticas importantes aquí son el dibujar una gráfica o diagrama, e introducir una notación adecuada. En el campo de la inteligencia artificial la comprensión del problema se refiere a estar seguro de que uno entiende la naturaleza de la meta, el estado inicial y las operaciones permitidas. Además debemos tener en cuenta lo señalado por Pérez (2008): "la comprensión inicial del enunciado del problema es considerada indispensable en todas las propuestas metodológicas que ofrece la investigación educativa. Las diferentes redacciones que puede adoptar un mismo problema, constituyen un factor significativo en los resultados obtenidos" (p. 72) y por tanto, es imposible resolver un problema del cual no se comprende el enunciado.

**Concebir un plan:** Una vez comprendida la situación planteada y teniendo clara cuál es la meta a la que se quiere llegar, es el momento de planificar las acciones que llevarán a ella. Por ello, se recomienda pensar en problemas conocidos que tengan una estructura análoga a la del que se quiere resolver y así establecer un plan de solución. En ese sentido Polya (2005) planteó por ejemplo las siguientes interrogantes; ¿Se ha encontrado con un problema semejante? o ¿ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?, ¿conoce un problema relacionado con éste?, ¿conoce algún teorema que le pueda ser útil?

Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar. He aquí un problema relacionado con el suyo y que se ha resuelto ya, ¿podría usted utilizarlo?, ¿podría emplear su método?, ¿le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de utilizarlo?, ¿podría enunciar el problema en otra forma?, ¿podría plantearlo en forma diferente nuevamente?

**Ejecución del plan:** Aquí se contemplan aspectos que ayudan a monitorear el proceso de solución. Una idea fundamental es tratar de resolver el problema en una forma diferente y analizar o evaluar la solución obtenida. Al ejecutar su plan de la solución, compruebe cada uno de los pasos, ¿puede usted ver claramente que el paso es correcto?, ¿puede usted demostrarlo? Esta etapa es la más técnica en comparación a las anteriores, dado que ahí se debe implementar la o las estrategias seleccionadas hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.

**Examinar la solución obtenida:** Un problema no termina cuando se ha hallado la solución. La finalidad de la resolución de problemas es aprender durante el desarrollo del proceso, y este termina cuando el resolutor siente que ya no puede aprender más de esa situación. Desde este punto de vista Polya (2005) planteó: ¿puede usted verificar el resultado?, ¿puede verificar el razonamiento?, ¿puede obtener el

resultado en forma diferente?, ¿puede usted emplear el resultado o el método en algún problema? Según Micelli (2010), "esta fase es muchas veces omitida, incluso por solucionistas expertos. Polya insiste mucho en su importancia, no solamente porque comprobar los pasos realizados y verificar su corrección nos puede ahorrar muchas sorpresas desagradables, sino porque la visión retrospectiva nos puede conducir a nuevos resultados que generalicen, amplíen o fortalezcan el que acabamos de hallar" (p. 106).

Schoenfeld, citado por Torres (2007), inspirado en las ideas de Polya, diseñó uno de los modelos más completos, sobre todo en estrategias heurísticas. Este modelo determina tres fases para la resolución de un problema: análisis, exploración y comprobación de la solución obtenida, elaborando en cada una de ellas una lista de estrategias utilizadas con mayor frecuencia en la resolución de un problema.

### **Análisis**

- Trazar un diagrama, si es posible
- Examinar casos particulares
- Probar a simplificar el problema

### **Exploración**

- Examinar problemas esencialmente equivalentes: sustituir las condiciones por otras equivalentes, recombinar los elementos del problema de modo diferente, replantear el problema.
- Examinar problemas ligeramente modificados: establecer submetas, descomponer el problema en casos y analizar caso por caso.
- Examinar problemas ampliamente modificados: construir problemas análogos con menos variables, mantener fijas todas las variables menos una para determinar qué efectos tiene esa variable, tratar de sacar partido de problemas afines que tengan parecido en su forma, en sus datos o en sus conclusiones.

### **Comprobación de la solución obtenida**

- Verificar la solución obtenida siguiendo criterios específicos: utilización de todos los datos pertinentes, uso de estimaciones o predicciones.
- Verificar la solución obtenida siguiendo criterios generales: examinar la posibilidad de obtener la solución por otro método, reducir la solución a resultados conocidos.

Schoenfeld citado por Santos Trigo (1997) sugiere además que, para entender cómo intentan los estudiantes resolver problemas y consecuentemente proponer actividades que puedan ayudarlos, es necesario discutir problemas en diferentes contextos incluyendo a las operaciones cognitivas y las metacognitivas determinando cuatro factores

que influyen en el proceso de resolver problemas: dominio del conocimiento o recursos, estrategias cognitivas o heurísticas, estrategias metacognitivas o control y sistema de creencias .

Lo primero que Schoenfeld (1992) señaló son los **recursos**. Éstos son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema. Es decir, los recursos comprenden todo el conocimiento matemático que posee el individuo y que se activa al trabajar con los contenidos específicos del problema.

En segundo lugar aparece la **heurística**, Schoenfeld (1992) dice que hay una problemática con las heurísticas en el trabajo de Polya, y es que prácticamente cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares; por ejemplo, Polya propone como heurísticas hacer dibujos, pero no en todo problema se puede dar este tipo de heurística específica. Al respecto Schoenfeld (1992) planteó que: "... hay quienes se afilian sobre la base del trabajo de Polya, pero reducen las reglas heurísticas de destrezas procesales, casi asumiendo un punto de vista algorítmico de la heurística (esto es, heurísticos específicos que se ajustan a situaciones específicas). Un heurístico se convierte en destreza, y una técnica, paradójicamente, en algoritmo" (p. 360)

En general, el problema con las heurísticas tal como lo propone Polya, son muy generales, por eso no pueden ser implementadas. Dice Schoenfeld (1992) que habría que conocerlas, saber cómo usarlas, y tener la habilidad para hacerlo. Sin embargo, más adelante reconoce que “mucho se ha hecho con respecto a las estrategias de resolución de problemas; los resultados que restan residirán más sobre la práctica y los niveles de implementación” (p. 364). Este tipo de estrategias tiene como función principal alcanzar la meta de cualquier empresa cognitiva en la que se esté ocupado.

En tercer lugar figura el **control**, se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de estrategias posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía. Schoenfeld afirma que el control trata sobre la forma en que el individuo usa la información que posee al resolver un problema. Es decir, incluyen las decisiones importantes que se toman acerca de qué hacer en un problema.

Algunas acciones que involucran el control son:

- Entendimiento, referida a tener claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo. En esto Polya (2005) hace,

también, una y otra vez, la observación que si alguien no entiende un problema, no lo va a resolver, y si lo hace, es por casualidad.

- Consideración de varias formas posibles de solución y seleccionar una específica.
- Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar un camino no exitoso y tomar uno nuevo.
- Llevar a cabo ese diseño que hizo, estar dispuesto a cambiarlo en un momento oportuno. Revisar el proceso de resolución.

En general, el control se asocia a una dimensión metacognitiva, por cuanto el individuo debe ser consciente de la actividad que está desarrollando y, por consiguiente, de su dirección y regulación.

Como último factor aparece el **sistema de creencias**, aquí se ubica la concepción que el individuo tenga acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. En este contexto, lo que uno piense acerca de esta disciplina determina la forma de cómo selecciona una determinada dirección o método para resolver un problema. Las creencias establecen el contexto dentro del cual funcionan los recursos, las estrategias heurísticas y el control.

Schoenfeld (1992) planteó una serie de creencias sobre la matemática que tiene el estudiante, algunas de ellas son:

- Los problemas matemáticos tienen una y sólo una respuesta correcta.
- Existe una única manera correcta para resolver cualquier problema, usualmente es la regla que el profesor dio en la clase.
- Los estudiantes corrientes no pueden esperar entender matemáticas, simplemente esperan memorizarla y aplicarla cuando la hayan aprendido mecánicamente. Esta creencia se ve con bastante frecuencia.
- Los estudiantes que han entendido las matemáticas, podrán resolver cualquier problema que se les asigne en cinco minutos o menos.

Por lo tanto, Schoenfeld (1992) propone ir más allá de una descripción de las estrategias y ofrecer oportunidades para que los estudiantes desarrollen el poder prescriptivo relacionado con su uso. En particular sugiere: ayudar a los estudiantes a desarrollar un gran número de estrategias de resolución de problemas más específicas y que relacionen de forma clara clases específicas de problemas; enseñar estrategias de monitoreo que permitan a los estudiantes aprender cuándo pueden utilizar estrategias apropiadas y el contenido matemático relevante en la resolución de problemas, y desarrollar formas de robustecer las creencias de los estudiantes sobre la naturaleza de las matemáticas, la resolución de problemas, y sobre sus propias competencias o formas de interactuar con situaciones matemáticas.

### **2.1.7 Estrategias de uso frecuente**

En este apartado, describimos algunas estrategias de uso frecuente durante el proceso de resolución de problemas matemáticos.

**Analogía o semejanza:** permite resolver un problema a partir de determinar su relación, semejanza, correspondencia, parecido, afinidad, o similitud con otro ya resuelto. Guétmanova (1991) precisa que analogía es el “razonamiento sobre la pertenencia a un objeto o clase de objetos homogéneos de un determinado indicio (propiedad o relación) a base de la semejanza de indicios sustanciales con otro objeto (o clase de objetos homogéneos). El objeto examinado directamente se llama modelo y el objeto del cual se busca la analogía prototipo original” (p. 36).

La analogía puede emplearse en situaciones que se dan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, tales como: elaboración de concepto y definiciones, tratamiento de teoremas matemáticos y sus demostraciones, tratamiento de construcciones geométricas, tratamiento de algoritmos y resolución de problemas.

**Reducción:** se ve desde formas diferentes; reducción de un problema a otro ya resuelto, con su ayuda puede resolverse un problema para el cual no se conoce la vía de solución. Recursión: consiste en transformar lo desconocido acudiendo a lo conocido. Reducción en la demostración de un teorema: descomponiendo el problema de demostración en problemas

parciales, haciendo diferenciación de casos, reduciendo la demostración de una proposición a la de otra equivalente y refutando con la búsqueda de un contraejemplo.

**Trabajo hacia adelante:** se caracteriza porque las reflexiones para hallar la idea de la resolución del problema parten de los datos y de ellos se infiere lo que se busca, pasando por una serie de pasos intermedios, apoyándose en los conocimientos que se tienen, de manera que se obtenga la sucesión de ideas que permitan elaborar la secuencia de pasos necesarios para darle solución al problema.

**Trabajo hacia atrás:** implica comenzar a resolver el problema a partir de la meta o metas y tratar de transformarlas en datos, caminando de la meta al principio. Se caracteriza por el examen previo de lo que se busca, es decir, se parte de lo que debe obtener y apoyándose en los conocimientos y recursos, se analizan posibles resultados intermedios de los que se puede deducir lo buscado, es decir, en cada momento es preciso hacer una pregunta análoga a la siguiente ¿qué se necesita hacer para obtener este resultado?, hasta llegar a un resultado elemental o a los datos necesarios.

**Descomponer el problema en subproblemas:** consiste en la división de un problema en problemas más elementales con vías de solución conocida, parcialmente conocidas o de vías de solución más o menos evidente, cada uno de los cuales mantiene una independencia relativa

con el resto de los subproblemas y el problema en general. Este método permite abordar problemas cada vez más complejos a desarrollar por el individuo con una estrategia de resolución inteligente y en un caso más complejo facilita el trabajo en equipo, donde cada miembro tiene una tarea o subproblema que debe resolver para darle solución al problema mayor. Al respecto Polya (2005) señala "a veces es necesario, sobre todo si el problema es bastante difícil, el descomponerlo minuciosamente y examinar los detalles más ínfimos..." (p. 74).

**Ensayo y error:** consiste en elegir un valor (resultado, operación o propiedad) que sea posible y pertinente al problema, luego llevar a cabo con éste valor las condiciones indicadas por el problema y verificar si se ha alcanzado el objetivo buscado, de lo contrario, elegir un nuevo valor y proseguir. Se manifiesta de dos maneras: Ensayo y error sistemático: los valores no se eligen a la ventura, sino de manera ordenada, de forma que eliminemos las posibles repeticiones de ensayo hasta encontrar lo que buscamos. Ensayo y error dirigido: en él contrastamos cada respuesta para ver si estamos más cerca o más lejos del objetivo buscado.

**Realizar un Diagrama:** La estrategia de hacer un diagrama, nos permite visualizar lo que sucede en una situación dada, y por consiguiente facilita la resolución de problemas al detectar relaciones y a resumirlas en forma concreta. El diagrama puede ser por medio de un dibujo o una tabla. Los diagramas de árbol de probabilidades son especialmente útiles en

aquellos problemas en los que se debe hallar el número de posibilidades de ordenación o de agrupación de un conjunto.

Las líneas y las formas pueden representar relaciones y dar forma concreta a un problema. Los dibujos pueden sugerir maneras nuevas de estructurar un problema y caminos nuevos a una solución.

**Inducción:** consiste en llegar a la suposición general a partir del análisis de una serie de resultados particulares.

**Generalización:** permite obtener suposiciones a partir del análisis de un caso especial o particular. Es necesario demostrar la validez de las suposiciones obtenidas.

**Elementos auxiliares:** Consiste en introducir nuevos elementos al problema con la esperanza de que nos ayude a encontrar la solución. Por ejemplo, en geometría es común introducir líneas auxiliares en la figura, en álgebra a veces es conveniente introducir una incógnita auxiliar.

**Particularización:** Para Polya (2005) “consiste en pasar de la consideración del conjunto de objetos o condiciones dados en el problema a la consideración de un conjunto más pequeño, o incluso de un solo objeto, contenido en el conjunto dado. Particularizar significa concentrar la atención en algunos ejemplos para entender mejor el significado de la pregunta; simplificar el problema haciéndolo más concreto o específico, hasta que sea posible hacer algún progreso;

experimentar o explorar" (p. 138). A veces se encuentra con un problema que resulta difícil por su tamaño, por tener demasiados elementos que lo hacen enrevesado y oscuro. En este caso se puede empezar construyendo un problema semejante más sencillo, tratar de resolverlo y luego proceder a complicarlo hasta llegar al propuesto inicialmente. Otras veces el problema visto en su conjunto resulta inabordable, entonces para empezar se puede abordar una parte de él que parezca más simple.

**Movilidad:** consiste en suponer que en la figura o cuerpo geométrico, un elemento es movable y a partir de ello, analizar los cambios que se producen.

**Consideración de casos especiales y límites:** Se utiliza para establecer relaciones entre los conocimientos nuevos y los ya adquiridos, para llegar a nuevas conclusiones.

**Reducción al absurdo o contradicción:** usado generalmente en problemas de tipo demostración. La idea es suponer que la proposición que queremos demostrar es falsa, y a partir de esta suposición, usando deducciones matemáticas, llegar a una contradicción o algo absurdo, lo cual implica que nuestra proposición es necesariamente cierta.

## **2.2 Aprendizaje de las matemáticas**

### **2.2.1 Concepción constructivista del aprendizaje**

El constructivismo concibe el aprendizaje como un proceso en el cual el estudiante construye activamente nuevas ideas o conceptos basados en conocimientos presentes y pasados. En otras palabras, el aprendizaje se forma construyendo nuestros propios conocimientos desde nuestras propias experiencias.

En esa dirección Coll, citado por Hidalgo (2000) señaló que el aprendizaje es un proceso interno por el que el estudiante “construye, modifica, enriquece y diversifica sus esquemas de conocimiento” y concibe al aprendizaje, “como el proceso de cambios relativamente permanentes que se producen en el comportamiento, por la experiencia y la práctica” (p. 33).

Para Ausubel citado por Bojorquez (2005) el factor principal del aprendizaje es la estructura cognitiva que posee el sujeto, centrandose así su teoría en la noción de “aprendizaje significativo”. Hay aprendizaje significativo cuando la nueva información se incorpora a la estructura cognitiva del aprendiz, es decir, cuando esta información tiene significado a la luz de la red organizada y jerárquica de conceptos que el individuo ya posee. Según él, los conocimientos no se encuentran ubicados arbitrariamente en el intelecto humano. En la mente del hombre hay una

red orgánica de ideas, conceptos, relaciones, informaciones, vinculadas entre sí. Cuando llega una nueva información, ésta puede ser asimilada en la medida que se ajuste bien a la estructura conceptual preexistente, la cual, sin embargo, resultará modificada como resultado del proceso de asimilación.

De acuerdo a Díaz Barriga (1998) el aprendizaje asociado a una concepción constructivista se sustenta en los siguientes principios:

- El aprendizaje es un proceso constructivo interno, autoestructurante
- El grado de aprendizaje depende del nivel de desarrollo cognitivo
- El punto de partida de todo aprendizaje son los conocimientos previos
- El aprendizaje es un proceso de (re) construcción de saberes culturales.
- El aprendizaje se facilita gracias a la mediación o interacción con los otros.
- El aprendizaje implica un proceso de reorganización interna de esquemas.
- El aprendizaje se produce cuando entra en conflicto lo que el alumno ya sabe con lo que debería saber.

De acuerdo a lo expuesto, el aprendizaje es una actividad individual y esencialmente personal donde están implicadas todas las dimensiones de la personalidad desde las afectivas a las cognitivas. Aprender no es solamente interiorizar una réplica de la realidad; debe ser, además, una

construcción propia a partir del intercambio y adquisición de nuevas informaciones que nos llegan del entorno.

### **2.2.2 Aprendizaje de las matemáticas**

Según Alcalá (2001): “el aprendizaje de las matemáticas es un proceso continuo de construcción de significados que realiza el aprendiz gracias, entre otras cosas, a la apropiación y al uso de símbolos y estructuras simbólicas” (p. 35). Según él, los rasgos más sobresalientes que caracterizan el aprendizaje matemático son tres: conceptual, operatorio y simbólico.

El aprendizaje conceptual, referido al aprendizaje de conceptos, favorece el aprendizaje comprensivo; el operatorio se refiere al aprender a operar, a transformar cantidades, hechos y relaciones; a descomponer y recomponer y a verificar lo realizado. Aprender matemáticas es aprender a hacer, a resolver, a crear haciendo uso de la simbología propia y de unos razonamientos específicos. El aprendizaje simbólico, dirigido a conseguir que el estudiante aprenda significativamente la simbología del campo que se está estudiando, porque hacer matemáticas es operar con símbolos necesarios de la forma adecuada a la situación.

De acuerdo a los planteamientos del constructivismo, Guirles (2002) concibe el aprendizaje de las matemáticas como “un proceso individual de construcción y se obtiene por las interacciones sociales, respetando

las diferentes formas y ritmos de construir el conocimiento, buscando su transferencia a situaciones de la vida cotidiana, promoviendo el aprendizaje significativo, la actividad mental y la metacognición" (p. 114).

Hernández, citado por Macías (2007), dijo: "Lo relevante en el aprendizaje de las matemáticas puede ser: no el acceder a un gran cúmulo de información sobre los objetos matemáticos, sino, el tener las habilidades que permitan tanto el formular conjeturas sobre ellos, como criticarlas, corregirlas y mejorarlas" (p. 11). Lo anterior denota el alejamiento de la postura pasiva del estudiante dentro de su actividad en el aprendizaje de las matemáticas.

Además Schoenfeld (1985) plantea que la principal meta en el aprendizaje de las matemáticas es identificar las conexiones y entender el significado de las estructuras matemáticas. Para lograr estas metas el estudiante tiene que discutir sus ideas, negociar, especular acerca de los posibles ejemplos y contraejemplos que ayuden a confirmar o a desaprobar sus ideas.

Por lo tanto, aprender matemáticas es un proceso activo el cual requiere discusiones de conjeturas y pruebas. Este proceso puede guiar a los estudiantes al desarrollo de nuevas ideas matemáticas. Además es fundamental la habilidad que posee el estudiante en la resolución de problemas dado que, de este modo se manifiesta el aprendizaje de las matemáticas.

### **2.2.3 Aprendizaje basado en problemas**

Uno de los métodos de enseñanza-aprendizaje que ha tomado más arraigo en las instituciones de educación superior en los últimos años es el aprendizaje basado en problemas (ABP). Barrows, citado por Morales y Landa (2004), define al ABP como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos” (p. 146). En esta metodología los protagonistas del aprendizaje son los propios alumnos, que asumen la responsabilidad de ser parte activa en el proceso.

En esta perspectiva, Prieto (2006) defendiendo el enfoque de aprendizaje activo señala que “el aprendizaje basado en problemas representa una estrategia eficaz y flexible que, a partir de lo que hacen los estudiantes, puede mejorar la calidad de su aprendizaje universitario en aspectos muy diversos” (p. 176). Así, el ABP ayuda al estudiante a desarrollar y a trabajar diversas competencias. Entre ellas, De Guzmán (2007) destaca: resolución de problemas; toma de decisiones; trabajo en equipo; habilidades de comunicación (argumentación y presentación de la información); desarrollo de actitudes y valores: precisión, revisión, tolerancia, etc.

El ABP permite entre otros; evaluar los conocimientos previos, propiciar el aprendizaje por descubrimiento, desarrollar sus habilidades

interpersonales para lograr un desempeño más alto en equipos y practicar habilidades del pensamiento superior.

Por lo tanto, en el aprendizaje de las matemáticas el estudiante, discute estrategias, emplea ejemplos y contraejemplos, critica y valoriza los resultados, comparte que la búsqueda de argumentos sólidos es esencial en la resolución de problemas. Por ello, la actividad de resolver problemas es esencial si queremos conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas y por consiguiente, debemos visualizar esta actividad como uno de los vehículos principales del aprendizaje de las matemáticas, y una fuente de motivación para los estudiantes ya que permite contextualizar y personalizar los conocimientos. Al utilizar estrategias para resolver problemas, el estudiante dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad.

#### **2.2.4 Aprendizaje y resolución de problemas**

Al referirse a lo esencial del quehacer matemático son muchos los que han insistido, en diferentes épocas, en que "hacer matemáticas es por excelencia resolver problemas", en esa perspectiva resolver problemas no es repetir conceptos o procedimientos, es construir el conocimiento matemático, buscarlo y utilizarlo.

En cuanto al papel de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas, coincidimos con Branca citado por Alonso y Martínez

(2003), quien planteó que son tres las que se le atribuyen: objetivo, proceso y destreza básica.

La resolución de problemas es un objetivo general en el aprendizaje de las matemáticas, ya que ésta se justifica por su aplicación y utilidad en la vida real. Es un proceso del pensamiento, pues al resolver un problema se aplican conocimientos previos a situaciones nuevas o poco conocidas y se intenta reorganizar datos y conocimientos previos en una nueva estructura mediante un proceso secuencial; en este sentido son tan importantes los procedimientos y métodos empleados como el resultado final. Por último, es una destreza básica cuando se consideran los contenidos específicos, los tipos de problemas y sus métodos de solución, de este modo se pueden organizar el trabajo del estudiante de enseñanza de conceptos y aprendizaje de destrezas.

### **2.2.5 Evaluación en Matemáticas**

En términos generales, la evaluación según Carreño (1996) es “la acción de juzgar, de inferir juicios a partir de cierta información desprendida directa o indirectamente de la realidad evaluada, o bien, atribuir o negar calidades y cualidades al objeto evaluado o, finalmente, establecer reales valoraciones en relación con lo enjuiciado” (p. 19).

Referida al campo educativo, Carreño (1996) señala que “la evaluación es el conjunto de operaciones que tiene por objeto determinar y valorar

los logros alcanzados por los alumnos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, con respecto a los objetivos planteados en los programas de estudio" (p. 28).

Evaluar es enjuiciar y valorar a partir de cierta información desprendida directa o indirectamente de la realidad, de modo que en el proceso de enseñanza-aprendizaje la "cierta información" aludida puede ser la medición o cuantificación de los datos aportados por los exámenes, siempre y cuando dé lugar a establecimientos de juicio.

Según Pérez y García (1989), evaluar "es un acto de valorar una realidad, que forma parte de un proceso cuyos momentos previos son los de fijación de características de la realidad a valorar, y de recogida de información sobre las mismas, y cuyas etapas posteriores son la información y la toma de decisiones en función del juicio emitido" (p. 23).

Para Peñaloza (1988) "la evaluación supone tres actos sucesivos: examen de los resultados, juicios de valor de éstos al compararlos con los fines previstos, y el diagnóstico de errores. El segundo acto es el más importante" (p. 19).

En general afirmamos que, la evaluación debe considerarse como un proceso orientado a comprender y mejorar el aprendizaje de los estudiantes. De allí que es considerada como un elemento permanente y fundamental del sistema educativo en todos sus niveles. Al respecto, en

Romberg citado por Castro y col (1996) indicó: "para valorar la actuación de los estudiantes en matemáticas, uno debería considerar la clase de juicios que se necesitan hacer y confeccionar los procedimientos de valoración a la luz de las consideraciones sobre esas decisiones". Además, este autor destaca cinco principios para la evaluación en matemáticas:

- Es necesario identificar un conjunto de dominios matemáticos específico e importante, y necesitaría ser especificada la estructura de interconexión de los procedimientos, conceptos y situaciones problemáticas en cada uno de esos dominios.
- Se deberían elaborar una variedad de tareas para reflejar los procedimientos, conceptos y situaciones problemáticas típicas de cada dominio.
- Algunas tareas de un dominio particular deberían ser administradas a los estudiantes por medio de evaluaciones hechas ex-profeso (y por vía grupos matrices de muestra).
- Sobre la base de las tareas administradas a un estudiante en un dominio, su complejidad, y las respuestas del estudiante a esa tarea, la información debería combinarse lógicamente para visualizar una puntuación de ese dominio.
- Construir para cada individuo o grupo un vector sobre los dominios matemáticos apropiados.

Por lo tanto, la evaluación en matemáticas adquiere cada día mayor relevancia como elemento fundamental del aprendizaje. Conocer qué están aprendiendo los estudiantes y de qué manera se están alcanzando los propósitos planteados, se convierte en una necesidad y una prioridad para todo sistema educativo que pretenda mejorar la calidad de la educación. La evaluación en matemáticas debe realizarse continuamente con el fin de hacer un seguimiento entre otros, del avance de los aprendizajes durante el desarrollo de la asignatura.

### **2.3 Marco conceptual**

- **Aprendizaje**

El aprendizaje es el proceso a través del cual el estudiante adquiere nuevas habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia y la observación.

- **Aprendizaje de las matemáticas**

Proceso continuo de construcción de significados que realiza el estudiante gracias a la apropiación y al uso de símbolos y estructuras simbólicas.

- **Estrategia**

Una estrategia es el conjunto de acciones que se implementan en un contexto determinado con el objetivo de lograr el fin propuesto.

- **Estrategias heurísticas**

Se les llama también estrategias de búsqueda, pues constituyen el método principal para buscar los medios matemáticos concretos que se necesitan para resolver un problema y para buscar la idea fundamental de solución. Su aplicación es razonable solamente en problemas para los cuales no se conoce un procedimiento algorítmico.

- **Matemática**

Es una ciencia que, partiendo de axiomas y siguiendo el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones cuantitativas entre los entes abstractos como los números, figuras y símbolos. Mediante las matemáticas conocemos las cantidades, las estructuras, el espacio y los cambios. Es una disciplina en constante extensión tanto en resultados particulares como en métodos y principios generales, reajustándose de acuerdo a nuevas situaciones problemáticas.

- **Problema**

Es una situación cuantitativa a la que se enfrenta el estudiante, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma.

- **Problema matemático**

Un problema matemático es una situación que supone alcanzar una meta, hay obstáculos en el camino, se requiere deliberación, y se parte de un desconocimiento algorítmico.

- **Resolución de problemas**

Es una actividad intelectual que consiste en encontrar estrategias o vía de solución que conduzca a la meta considerada en el problema.

## CAPÍTULO III

### MARCO METODOLÓGICO

#### 3.1 Tipo y diseño de la investigación

El tipo de investigación es básica, porque se obtuvo información sobre la relación que existe entre las estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas. El diseño fue no experimental, transeccional correlacional, es decir no hubo manipulación de variables, la recolección de datos se dio en un sólo momento y en un tiempo único a través del instrumento considerado en el presente trabajo, luego se hizo una descripción de las variables y se analizó la relación entre ellas. (Landeró y Mónica, 2006).

El diseño transeccional correlacional según Hernández y col (2010), se expresa gráficamente de la siguiente manera:



Donde: X= variable independiente; Y= variable dependiente.

## 3.2 Población y muestra

### 3.2.1 Población

La población de estudio lo conformaron 80 estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática (MACI) de la Facultad de Ciencias de la Educación (FACE) y matriculados en el año académico 2010, según como se muestra en el siguiente cuadro:

**Cuadro 01**

**Distribución de la población según año de estudios  
de la especialidad de MACI  
Tacna – 2010**

<b>Año de estudios</b>	<b>Nº de estudiantes</b>
Primero	23
Segundo	13
Tercero	08
Cuarto	12
Quinto	24
<b>Total</b>	<b>80</b>

Fuente: Área de Registros Académicos de la FACE – UNJBG

### 3.2.2 Muestra

La determinación de la muestra, se estableció bajo el criterio del muestreo intencional constituyéndose a su vez en una muestra de tipo censal. La muestra es censal, porque se consideró el 100% de los estudiantes que constituye la población. Al respecto, Namakforoosh (2001) manifiesta "si el tamaño de la población es pequeño (manejable) se debe considerar un censo". (p. 94).

Por otra parte Ramírez (2004), señala que “la muestra censal es aquella donde todas las unidades de investigación son consideradas como muestra” (p. 106).

### **3.3 Operacionalización de variables**

#### **3.3.1 Variable independiente: Estrategias de resolución de problemas**

Las estrategias de resolución de problemas son entendidas como el conjunto de acciones y procedimientos que el estudiante utiliza en la búsqueda de vías de solución a un problema mientras trabaja directamente con el mismo.

**Dimensiones:** análisis, exploración y comprobación de la solución obtenida.

**a) Análisis:** Consiste en comprender el problema y en simplificarlo.

Indicadores:

- Dibuja un diagrama siempre que sea posible
- Examina casos particulares
- Trata de simplificar el problema

**b) Exploración:** Consiste en la búsqueda o exploración y aplicación de estrategias que permitan alcanzar la solución del problema.

Indicadores:

- Examina problemas esencialmente equivalentes
- Examina problemas ligeramente modificados
- Examina problemas ampliamente modificados

**c) Comprobación:** Consiste en evaluar la solución obtenida.

Indicadores:

- Examina a fondo el camino seguido
- Reflexiona sobre su proceso de pensamiento y extrae consecuencias para el futuro.

### **3.3.2 Variable dependiente:** Aprendizaje de las matemáticas

El aprendizaje de las matemáticas es entendido como el logro de aprendizaje alcanzado por el estudiante en las asignaturas de matemáticas y expresada a través de las calificaciones finales.

Indicadores:

- Niveles de aprendizaje logrado en los cursos de matemáticas.

## **3.4 Instrumentos de medición de las variables**

### **3.4.1 Medición de las estrategias de resolución de problemas**

Se realizó mediante el Cuestionario de Estrategias de Resolución de Problemas - CERP diseñado por el investigador según el modelo de resolución de problemas planteado por Schoenfeld (1985), con el cual se recogió información sobre el uso de estrategias de resolución de

problemas. El instrumento consta de 26 ítems en una escala Likert de 5 niveles y distribuidos en tres dimensiones: Análisis, Exploración y Comprobación. (Ver Anexo 01)

Para establecer la confiabilidad por consistencia interna del instrumento se aplicó una prueba piloto al 38% de la muestra censal durante el mes de diciembre del 2010. El análisis se realizó en cada una de las dimensiones que consta el CERP. Obtenido los puntajes por dimensiones, se obtuvo de ellos la media aritmética, desviación estándar, coeficiente de correlación Item–Test corregido y el coeficiente alfa de Cronbach. Con el coeficiente de correlación Item–Test, se estimó el grado de homogeneidad existente entre los puntajes obtenidos en cada ítem y el puntaje total del instrumento, el cual debe ser mayor a 0,20 (criterio práctico de Paul Kline), a la vez que incrementa de manera considerable el índice de confiabilidad de la dimensión. Realizada la discriminación de ítems, se procedió a calcular el coeficiente alfa de Cronbach ( $\alpha$ ) de cada dimensión con el fin de verificar si los ítems que la evalúan lo hacen en forma homogénea. El coeficiente alfa de Cronbach, se determinó según la fórmula:

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left( 1 - \frac{\sum S_j^2}{S_x^2} \right)$$

Donde:  $k$  = número de ítems,  $\sum S_j^2$  = suma de las varianzas de los ítems y  $S_x^2$  = varianza del test.

De acuerdo a Abad (2006) “el coeficiente alfa de Cronbach permite establecer el grado de precisión en que los diferentes ítems están midiendo un único rasgo. Como puede apreciarse en la expresión anterior,  $\alpha$  depende del grado de covariación de los ítems: tendrá un valor alto (cercano a 1) cuando los ítems covaríen fuertemente entre sí; asumirá valores cercanos a cero si los ítems son linealmente independientes, es decir si covarían en forma escasa” (p. 45).

El análisis de confiabilidad del instrumento, según las dimensiones consideradas, se muestra en los siguientes cuadros:

**Cuadro 02**

**Análisis de confiabilidad de la dimensión ANÁLISIS**

Ítem	Media	Desv. típ.	$r_{it}$
1	4,0125	0,77122	0,617
2	3,7375	0,86776	0,366
3	3,8750	0,87692	0,617
4	3,7625	0,78343	0,421
5	3,7625	0,93109	0,526
6	3,3875	0,87863	0,434
7	3,8500	0,81287	0,552
8	3,5500	0,87004	0,511
9	3,4375	0,76048	0,411
<b>Alfa de Cronbach = 0,802</b>			

Fuente: Cuestionario CERP

El análisis de confiabilidad de la dimensión “análisis” indica que todos los ítems alcanzan correlaciones ítem-test corregidos que son significativas y fluctúan entre 0,366 y 0,617; notándose además que la confiabilidad por

consistencia interna obtenida a través del coeficiente alfa de Cronbach es 0,802, por lo que podemos concluir que la dimensión presenta confiabilidad.

**Cuadro 03**

**Análisis de confiabilidad de la dimensión EXPLORACIÓN**

Ítem	Media	Desv. típ.	$r_{it}$
10	3,5125	0,81121	0,516
11	3,6125	0,90699	0,547
12	3,5125	0,81121	0,487
13	3,1875	0,92905	0,583
14	3,4125	0,88151	0,498
15	3,1250	0,90533	0,467
16	3,6625	0,84109	0,512
17	3,6125	0,92084	0,412
18	3,5625	0,93921	0,439
19	3,6125	0,77122	0,453
20	3,7625	0,76710	0,374
<b>Alfa de Cronbach = 0,816</b>			

**Fuente: Cuestionario CERP**

El análisis de confiabilidad de la dimensión "exploración" indica que todos los ítems alcanzan correlaciones ítem-test corregidos que son significativas y fluctúan entre 0,412 y 0,583; notándose además que la confiabilidad por consistencia interna obtenida a través del coeficiente alfa de Cronbach es 0,816, por lo que podemos concluir que la dimensión presenta confiabilidad.

#### Cuadro 04

##### Análisis de confiabilidad de la dimensión COMPROBACIÓN

Ítem	Media	Desv. típ.	$r_{it}$
21	3,7750	0,84156	0,512
22	3,7375	0,83808	0,519
23	3,7125	0,81433	0,341
24	3,7000	0,84793	0,515
25	3,3375	0,92700	0,524
26	3,2500	1,15287	0,563
<b>Alfa de Cronbach = 0,753</b>			

Fuente: Cuestionario CERP

El análisis de confiabilidad de la dimensión “comprobación” indica que todos los ítems alcanzan correlaciones ítem-test corregidos que son significativas y fluctúan entre 0,341 y 0,563; notándose además que la confiabilidad por consistencia interna obtenida a través del coeficiente Alfa de Cronbach es 0,753, por lo que podemos concluir que la dimensión presenta confiabilidad.

##### Confiabilidad total del CERP

Nº de Ítems	Alfa de Cronbach
26	0,907

El análisis de la confiabilidad de todo el cuestionario por consistencia interna obtenida a través del coeficiente alfa de Cronbach es 0,907, el cual es considerado muy bueno, por lo que podemos concluir que el Cuestionario de Estrategias de Resolución de Problemas-CERP, presenta un alto grado de confiabilidad.

### **Escala de medición del CERP: ordinal**

1 = Nunca (N)

2 = La mayoría de veces no (MN)

3 = Algunas veces sí, algunas veces no (SN)

4 = La mayoría de veces sí (MS)

5 = Siempre (S). (Hernández y col, 2010)

### **Categorías según las dimensiones del CERP**

<b>ANÁLISIS</b>	<b>EXPLORACIÓN</b>	<b>COMPROBACIÓN</b>
<b>09-29:</b> Análisis no logrado	<b>11-35:</b> Exploración no lograda	<b>06-19:</b> Comprobación no lograda
<b>30-37:</b> Análisis en proceso	<b>36-43:</b> Exploración en proceso	<b>20-25:</b> Comprobación en proceso
<b>38-45:</b> Análisis logrado	<b>44-55:</b> Exploración lograda	<b>26-30:</b> Comprobación lograda

### **Categorías según el CERP**

26-84 : Bajo

85-102 : Medio

103-130: Alto

### **3.4.2 Medición del aprendizaje de las matemáticas**

Se procedió considerando la media aritmética de las notas finales del grupo de estudio en los cursos de matemáticas. Dichas calificaciones son registradas en las actas finales, el cual es un documento donde se consignan las notas de una asignatura que el estudiante haya obtenido en el año académico de acuerdo a las evaluaciones de aprendizaje

establecidas en el sílabo del curso. Para establecer los niveles de aprendizaje de las matemáticas se empleó las escalas establecidas por García Oré (2002): "aprendizaje no logrado, aprendizaje en proceso y aprendizaje logrado" (p.104).

**Escala de medición:** ordinal

**Categorías:**

06-09: Aprendizaje no logrado

09-11: Aprendizaje en proceso

11-16: Aprendizaje logrado

### **3.5 Técnica e instrumentos de recolección de datos**

Para la recopilación de datos de la variable independiente se utilizó la técnica de la encuesta con el instrumento CERP. Para la variable dependiente, se utilizó las actas finales de las asignaturas de matemáticas, correspondiente a la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación. Estas actividades se realizaron al finalizar el año académico 2010.

### **3.6 Procesamiento y análisis de datos**

#### **3.6.1 Procesamiento de datos**

Para el procesamiento de los datos se utilizaron los siguientes medios informáticos: *Microsoft Excel 2007*, para el ordenamiento de los datos,

construcción tablas y gráficos de barras; el *programa SPSS Versión 18*, para el cálculo de medidas inferenciales.

### **3.6.2 Análisis de datos**

Para el análisis de los datos se utilizó la estadística descriptiva y la inferencial. En cuanto a la estadística descriptiva, se utilizaron: Tablas de frecuencias, para la presentación de los datos procesados y ordenados según sus categorías o niveles; además de ello, para el cálculo de algunos estadísticos básicos, para describir las variables.

En cuanto a la estadística inferencial se utilizó: *Pruebas no paramétricas de Wilcoxon* para determinar la existencia de diferencias del uso de estrategias de resolución de problemas. Prueba estadística para proporciones con el fin de comprobar la hipótesis referida al aprendizaje de las matemáticas.

Para probar la hipótesis general respecto a la relación entre las variables de estudio, se aplicó el coeficiente de correlación "rho de Spearman".

## **CAPÍTULO IV**

### **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

#### **4.1 Descripción del trabajo de campo**

La muestra censal estuvo conformada por estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática (MACI) de la Facultad de Ciencias de la Educación (FACE), matriculados en el año académico 2010. En el cual se aplicó un cuestionario de medición del uso de estrategias de resolución de problemas, cuya validación de validez de contenido fue realizada a juicio de expertos por cinco especialistas, cuyo resultado se adjunta en el Anexo 02 y la confiabilidad fue obtenida mediante la aplicación del coeficiente alfa de Cronbach, obteniéndose un valor de 0,907. Con ello se muestra un índice de precisión aceptable en la aplicación del instrumento.

A continuación se detallan algunas características generales de la muestra:

**Cuadro 05**

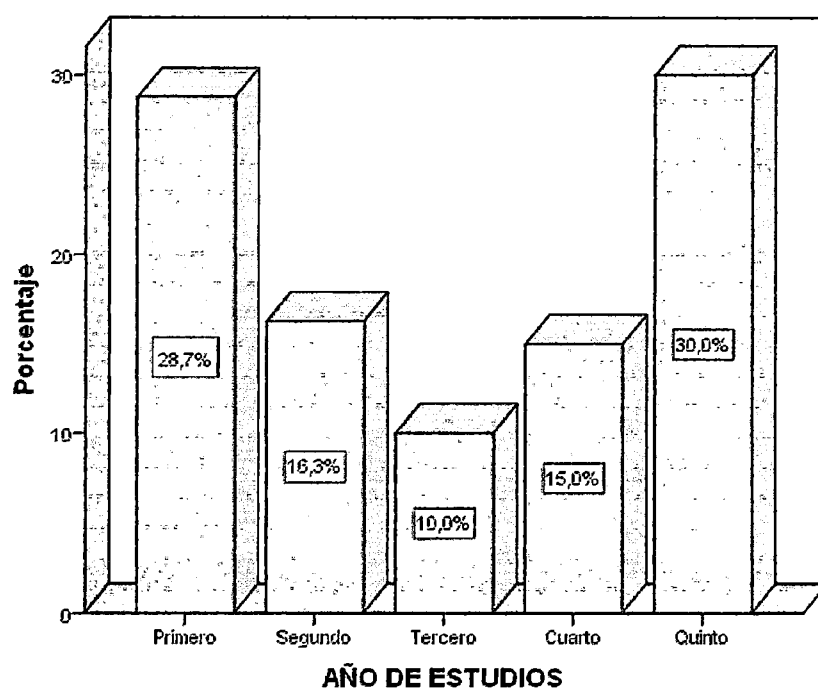
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG**  
**Muestra censal de estudiantes de MACI, según año de estudios**  
**Tacna – 2010**

<b>Año de estudios</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Primero	23	28,7
Segundo	13	16,3
Tercero	08	10,0
Cuarto	12	15,0
Quinto	24	30,0
<b>Total</b>	<b>80</b>	<b>100,0</b>

Fuente: Área de registros académicos de la FACE-UNJBG

**Gráfico 01**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG**  
**Muestra censal de estudiantes de MACI, según año de estudios**  
**Tacna – 2010**



Fuente: Cuadro 05

En el Cuadro 05 se observa la muestra censal por año de estudios de los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación, matriculados en el año académico 2010.

Se puede apreciar que de 80 estudiantes evaluados el 30% pertenecen al quinto año de estudios y el 28,7% al primer año que en conjunto suman el 58,7%. Además el 16,3% corresponde al segundo año, 15% al cuarto año y el 10% al tercer año de estudios, tal como se visualiza en el Gráfico 01.

#### **4.2 Descripción de la variable estrategias de resolución de problemas**

##### **4.2.1 Niveles del uso de estrategias según dimensiones del CERP**

A continuación se muestran y describen los niveles del uso de estrategias de resolución de problemas según las dimensiones: análisis, exploración y comprobación.

**Cuadro 06**

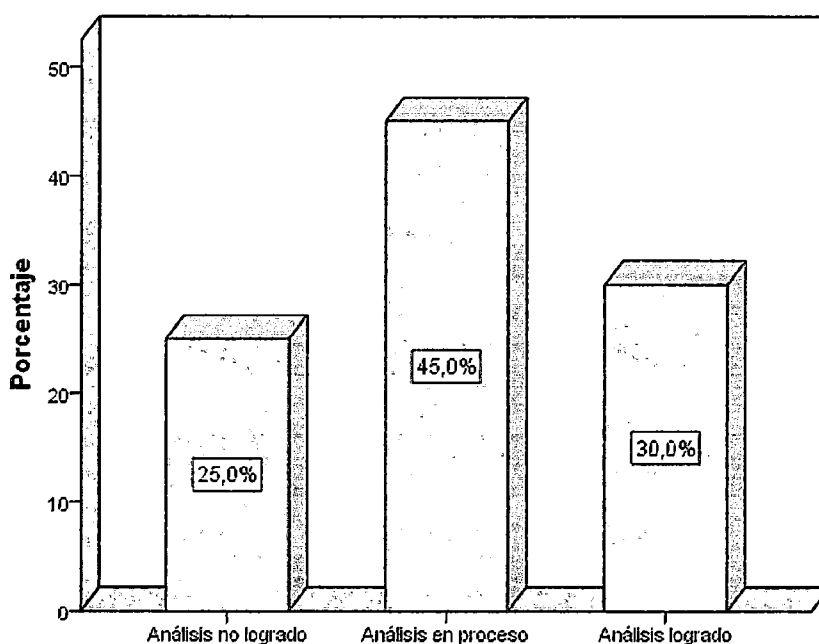
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG  
Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas  
según la dimensión "análisis"  
Tacna – 2010**

<b>Niveles</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Análisis no logrado	20	25,0
Análisis en proceso	36	45,0
Análisis logrado	24	30,0
<b>Total</b>	<b>80</b>	<b>100,0</b>

**Fuente: Cuestionario CERP**

**Gráfico 02**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG  
Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas  
según la dimensión “análisis”  
Tacna – 2010**



**Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas: Análisis**

**Fuente: Cuadro 06**

En el Cuadro 06 se muestra los niveles del uso de estrategias de resolución de problemas según la dimensión “análisis”, de los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación.

Como se observa, el 45% de la muestra censal se encuentran en el nivel de “análisis en proceso”; es decir aproximadamente la mitad de los encuestados usan estrategias referentes al análisis del problema, pero estas no garantizan la comprensión y simplificación de la misma. Por otra

parte, el 30% de los estudiantes evaluados se encuentran en el nivel de “análisis logrado”, apreciándose en ellos un adecuado uso de estrategias para la comprensión y simplificación del problema. Además, el 25% de los encuestados muestran un nivel de “análisis no logrado”; es decir no se aprecia el uso de estrategias en este dominio.

En conclusión, se observa que en mayor frecuencia los estudiantes se encuentran en el nivel de “análisis en proceso” con una tendencia al nivel de “análisis logrado”, tal como se visualiza en el Gráfico 02.

#### Cuadro 07

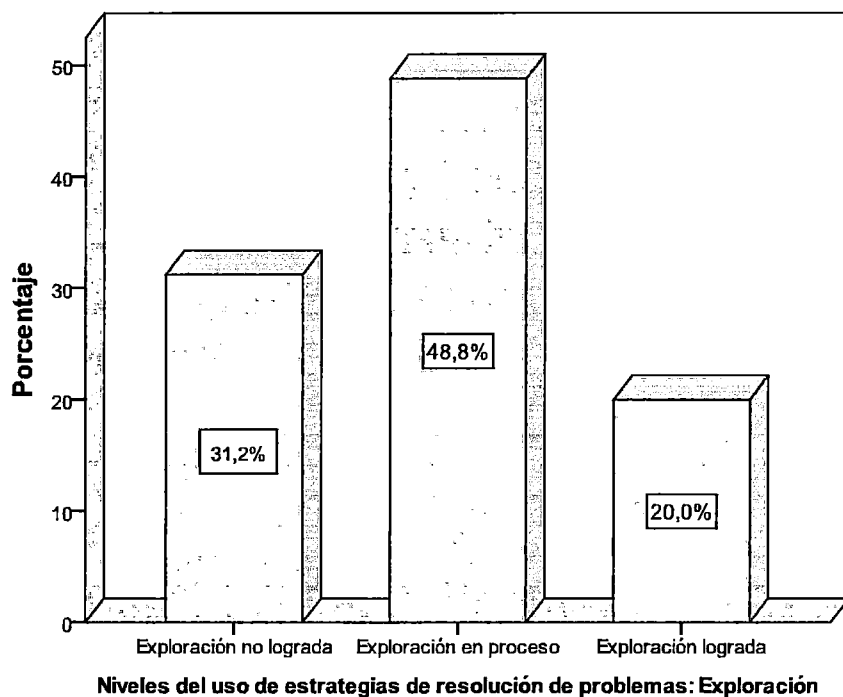
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG**  
**Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas**  
**según la dimensión “exploración”**  
**Tacna – 2010**

<b>Niveles</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Exploración no lograda	25	31,2
Exploración en proceso	39	48,8
Exploración lograda	21	20,0
<b>Total</b>	<b>80</b>	<b>100,0</b>

**Fuente: Cuestionario CERP**

**Gráfico 03**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG**  
**Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas**  
**según la dimensión “exploración”**  
**Tacna – 2010**



**Fuente: Cuadro 07**

En el Cuadro 07 se muestra los niveles del uso de estrategias de resolución de problemas según la dimensión “exploración”, de los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación.

Como se observa, el 48,8% de la muestra censal se encuentran en el nivel de “exploración en proceso”; es decir aproximadamente la mitad de los encuestados usan estrategias referentes a la exploración del problema, pero éstas no garantizan la búsqueda y aplicación de heurísticas

adecuadas durante el proceso de resolución de problemas. Por otra parte, el 20% de los estudiantes evaluados se encuentran en el nivel de “exploración lograda”, apreciándose en ellos un adecuado uso de estrategias relativas a la búsqueda y aplicación de heurísticas en la resolución de problemas. Además, el 31,2% de los encuestados muestran un nivel de “exploración no lograda”; es decir no se aprecia uso de estrategias en este dominio.

En conclusión, se observa que en mayor frecuencia los estudiantes se encuentran en el nivel de “exploración en proceso”, así lo ilustra el Gráfico 03.

**Cuadro 08**

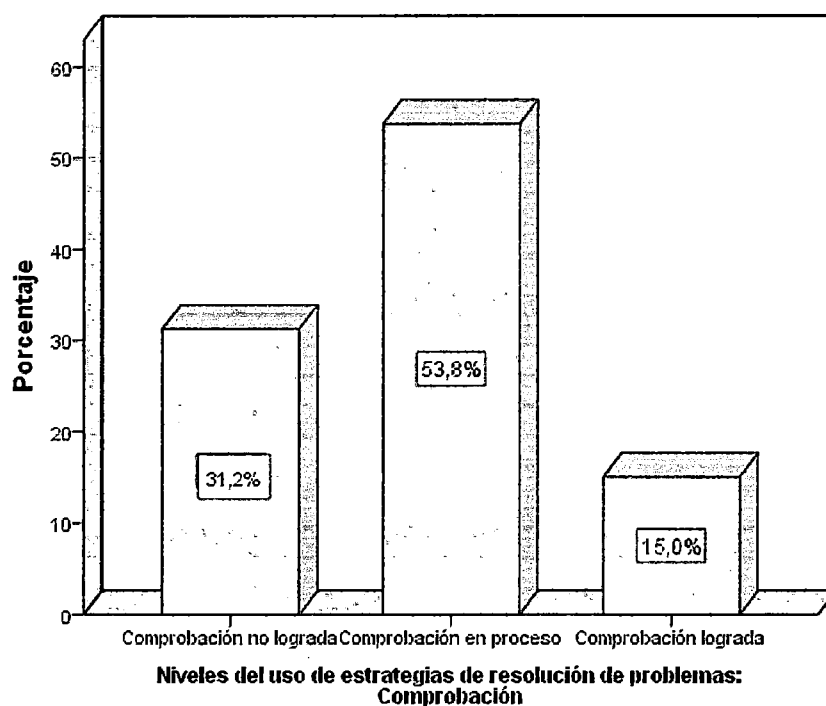
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG  
Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas  
según la dimensión “comprobación”  
Tacna – 2010**

<b>Niveles</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Comprobación no lograda	25	31,2
Comprobación en proceso	43	53,8
Comprobación lograda	12	15,0
<b>Total</b>	<b>80</b>	<b>100,0</b>

**Fuente: Cuestionario CERP**

**Gráfico 04**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG**  
**Niveles del uso de estrategias de resolución de problemas**  
**según la dimensión “comprobación”**  
**Tacna – 2010**



**Fuente: Cuadro 08**

En el Cuadro 08 se muestra los niveles del uso de estrategias de resolución de problemas según la dimensión “comprobación”, de los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación.

Como se observa, el 53,8% de la muestra censal se encuentra en el nivel de “comprobación en proceso”; es decir más de la mitad de los encuestados usan estrategias referentes a la comprobación de la solución obtenida, pero estas no garantizan una adecuada comprobación de la

solución. Por otra parte, el 15% de los estudiantes evaluados se encuentran en el nivel de “comprobación lograda”, apreciándose en ellos un adecuado uso de estrategias referentes a la verificación de la solución obtenida. Además, el 31,2% de los encuestados muestran un nivel de “comprobación no lograda”; es decir no se aprecia uso de estrategias en este dominio.

En conclusión, se observa que en mayor frecuencia los estudiantes se encuentran en el nivel de “comprobación en proceso” con una tendencia al nivel de “comprobación no lograda”, tal como se visualiza en el Gráfico 04.

#### **4.2.2 Niveles del uso de estrategias según el CERP**

Para establecer los niveles del uso de estrategias de resolución de problemas se consideró las puntuaciones totales de los 26 ítems considerados en el CERP, categorizados en Bajo, Medio y Alto, tal como se muestra a continuación:

**Cuadro 09**

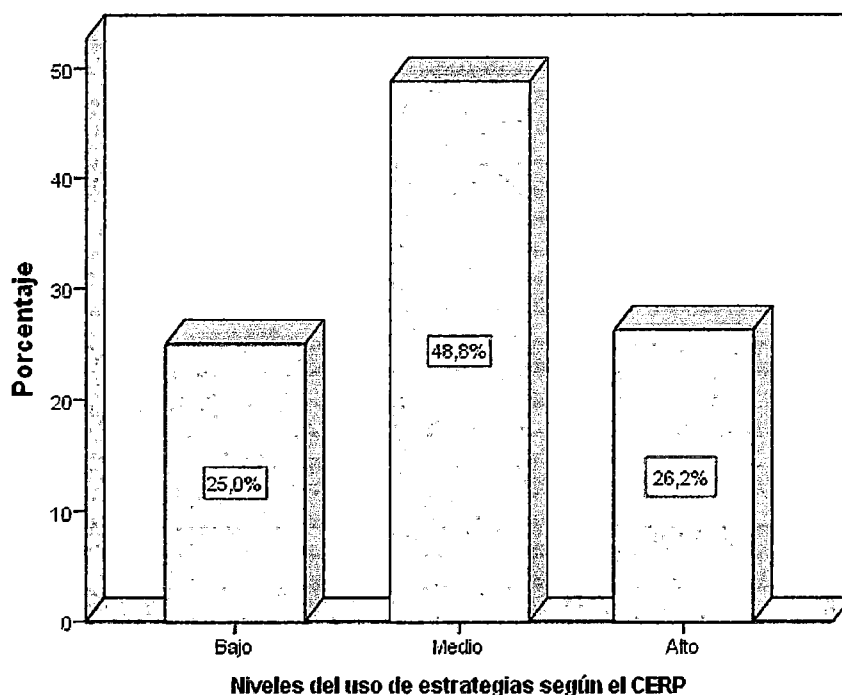
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG  
Niveles del uso de estrategias según el CERP  
Tacna – 2010**

<b>Niveles</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Bajo	20	25,0
Medio	39	48,8
Alto	21	26,2
<b>Total</b>	<b>80</b>	<b>100,0</b>

**Fuente: Cuestionario CERP**

**Gráfico 05**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG  
Niveles de uso de estrategias según el CERP  
Tacna – 2010**



**Fuente: Cuadro 09**

En el Cuadro 09 se muestra los niveles del uso de estrategias de resolución de problemas respecto a la puntuación total del cuestionario aplicado a los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación.

Como se observa, el 48,8% de la muestra censal se encuentran en el nivel "medio"; es decir aproximadamente la mitad de los estudiantes tienden a usar de manera regular las estrategias durante el proceso de resolución de problemas, pero estas no garantizan el éxito de la resolución del problema.

Por otra parte, el 26,2% de los estudiantes evaluados se encuentran en un nivel "alto", apreciándose en ellos un adecuado uso de estrategias de resolución de problemas. Además, el 25% de los encuestados muestran un nivel "bajo"; es decir no se percibe el uso de estrategias de resolución de problemas.

En conclusión, se observa que en mayor frecuencia los estudiantes se encuentran en el nivel "medio", tal como se visualiza en el Gráfico 05.

#### 4.3 Descripción de la variable aprendizaje de las matemáticas

A continuación se muestran y describen los niveles de aprendizaje de las matemáticas, de acuerdo a la media aritmética las notas finales de las asignaturas de matemáticas.

**Cuadro 10**

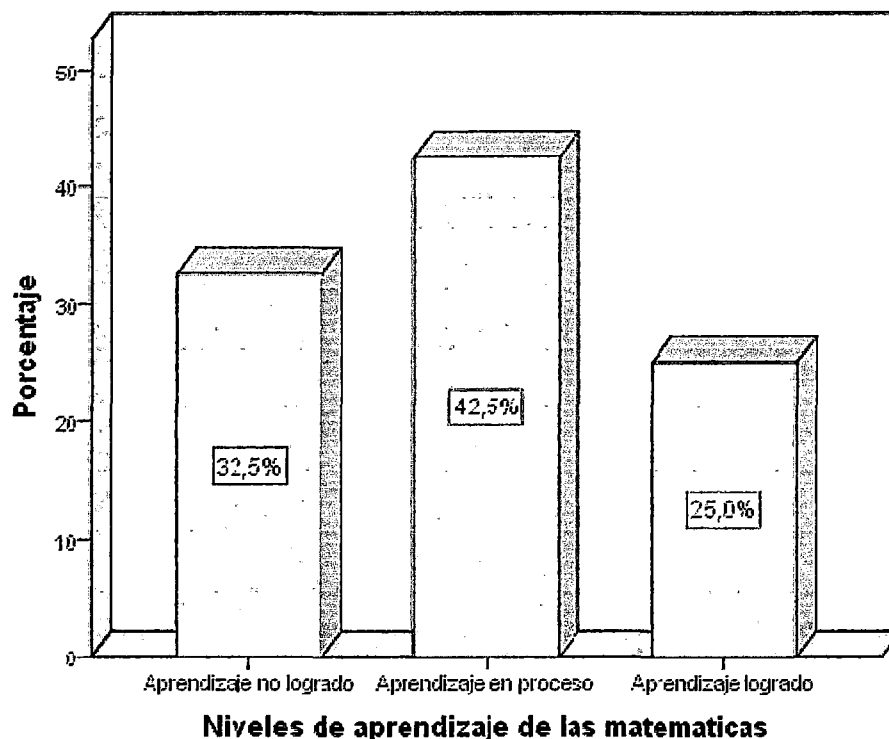
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG  
Niveles de aprendizaje de las matemáticas  
Tacna – 2010**

<b>Niveles</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Aprendizaje no logrado	26	32,5
Aprendizaje en proceso	34	42,5
Aprendizaje logrado	20	25,0
<b>Total</b>	<b>80</b>	<b>100,0</b>

**Fuente: Secretaría Académica de la FACE-UNJBG**

**Gráfico 06**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNJBG  
Niveles de aprendizaje de las matemáticas  
Tacna – 2010**



**Fuente: Cuadro 10**

En el Cuadro 10 se muestra los niveles de aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación.

Como se observa, el 42,5% de la muestra censal se encuentran en el nivel de “aprendizaje en proceso”, ello significa que los objetivos de aprendizajes planteados en los sílabos no se han cumplido de modo que, se aprecie el aprendizaje de las matemáticas. Por otra parte, el 25% de los

estudiantes evaluados se encuentran en un nivel de "aprendizaje logrado", apreciándose en ellos el logro de los aprendizajes establecidos en los sílabos de los cursos de matemáticas. Además, el 32,5% de los encuestados, muestran un nivel de "aprendizaje no logrado"; es decir no se percibe logros de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes.

En conclusión se observa que, en mayor proporción, los estudiantes se encuentran en el nivel de "aprendizaje en proceso", así como se ilustra en el Gráfico 06.

#### **4.4 Contrastación de las hipótesis de investigación**

##### **4.4.1 Comprobación de la primera hipótesis específica**

La primera hipótesis específica a demostrarse es:

**“Existe diferencias del uso de estrategias de resolución de problemas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación”.**

Para la comprobación de esta hipótesis, se realizó la transformación de los puntajes obtenidos de cada dimensión a una escala centesimal, debido a que existe una diferencia de cantidad de ítems en cada una de las dimensiones, lo cual genera una diferencia en los rangos mínimos y máximos de los puntajes totales (Ver Anexo 03). Asimismo, por tratarse de medidas a un mismo grupo, la comparación corresponde a muestras

relacionadas y por ser la escala de medición de la variable independiente, ordinal, ya que los puntajes obtenidos devienen del CERP con valorización de escala tipo Lickert, el modelo estadístico para la contrastación de hipótesis, se realizó mediante las pruebas no paramétricas de Wilcoxon comparando las dimensiones de dos en dos:

- Análisis y Exploración
- Análisis y Comprobación
- Exploración y Comprobación.

#### **A) Determinación de la diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones: Análisis y Exploración**

##### **1. Formulación de hipótesis**

**Hipótesis nula (Ho):** No existe diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones de “análisis” y “exploración”.

$$\text{Ho: } M_1 = M_2$$

**Hipótesis alternativa (Ha):** Existe diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones de “análisis” y “exploración”.

$$\text{Ha: } M_1 \neq M_2$$

Donde:

$M_1$ : Puntaje total medio obtenida en la dimensión “análisis”.

$M_2$ : Puntaje total medio obtenida en la dimensión “exploración”.

##### **2. Nivel de significación: $\alpha = 0,05$**

### 3. Estadígrafo de prueba

Se aplicó el modelo estadístico no paramétrico de la prueba de Wilcoxon.

$$Z = \frac{S_+ - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{\sum_{i=1}^k t^3 - \sum_{i=1}^k t}{48}}}$$

Donde:  $R_i^+$  son los rangos positivos y  $S_+ = \sum R_i^+$ .

“t” es el número de empates dentro de un rango y “k” en número de rangos empatados.

### 4. Zona de aceptación y de rechazo

Se aceptará o rechazará la hipótesis nula considerando el nivel crítico de la prueba ( p-value, en el idioma inglés):

Si p-value < 0,05 se rechaza la hipótesis nula, en caso contrario se acepta.

### 5. Resultados de la aplicación del estadígrafo de prueba

Con el programa SPSS, se obtuvo los siguientes resultados:

**Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon**

<b>Análisis - Exploración</b>	<b>N</b>	<b>Rango promedio</b>	<b>Suma de rangos</b>
Rangos negativos	56	43,29	2424,00
Rangos positivos	22	29,86	657,00
Empates	02		
<b>Total</b>	<b>80</b>		

**Estadísticos de contraste<sup>b</sup>**

	Análisis- Exploración
Z	-4,401 <sup>a</sup>
Sig. asintót. (bilateral)	0,000

a. Basado en los rangos positivos.  
b. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

p\_value

## 6. Regla de decisión

Como  $p\_value = 0,000 < 0,05$ , entonces se rechaza  $H_0$ .

## Conclusión

“Existe diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones de “análisis” y “exploración”, con un nivel de significación del 5%”.

## B) Determinación de la diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones: Análisis y Comprobación

### 1. Formulación de hipótesis

**Hipótesis nula ( $H_0$ ):** No existe diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones de “análisis” y “comprobación”.

$$H_0: M_1 = M_3$$

**Hipótesis alternativa ( $H_a$ ):** Existe diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones de “análisis” y “comprobación”.

$$H_a: M_1 \neq M_3$$

Donde:

$M_1$ : Puntaje total medio obtenida en la dimensión "análisis".

$M_3$ : Puntaje total medio obtenida en la dimensión "comprobación".

**2. Nivel de significación:**  $\alpha = 0,05$

### **3. Estadígrafo de prueba**

Se aplicó el modelo estadístico no paramétrico de la prueba de Wilcoxon.

$$Z = \frac{S_+ - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{\sum_{i=1}^k t^3 - \sum_{i=1}^k t}{48}}}$$

Donde:  $R_i^+$  son los rangos positivos y  $S_+ = \sum R_i^+$ .

"t" es el número de empates dentro de un rango y "k" en número de rangos empatados.

### **4. Zona de aceptación y de rechazo**

Se aceptará o rechazará la hipótesis nula considerando el nivel crítico de la prueba (p-value, en el idioma inglés):

Si  $p\text{-value} < 0,05$  se rechaza la hipótesis nula, en caso contrario se acepta.

### **5. Resultados de la aplicación del estadígrafo de prueba**

Con el programa estadístico SPSS, se obtuvo los siguientes resultados:

**Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon**

<b>Análisis - Comprobación</b>	<b>N</b>	<b>Rango promedio</b>	<b>Suma de rangos</b>
Rangos negativos	42	41,17	1729,00
Rangos positivos	31	31,35	972,00
Empates	07		
<b>Total</b>	<b>80</b>		

**Estadísticos de contraste<sup>b</sup>**

	<b>Análisis- Comprobación</b>
<b>Z</b>	-2,083 <sup>a</sup>
<b>Sig. asintót. (bilateral)</b>	0,037

a. Basado en los rangos positivos.

b. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

p\_value

**6. Regla de decisión**

Como  $p\_value = 0,037 < 0,05$ , entonces se rechaza  $H_0$ .

**Conclusión**

“Existe diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones de “análisis” y “comprobación”, con un nivel de significación del 5%”.

**C) Determinación de la diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones: Exploración y Comprobación**

**1. Formulación de hipótesis**

**Hipótesis nula ( $H_0$ ):** No existe diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones de “exploración” y “comprobación”.

$$H_0: M_2 = M_3$$

**Hipótesis alternativa (Ha):** Existe diferencia de uso de estrategias entre las dimensiones de "exploración" y "comprobación".

$$H_a: M_2 \neq M_3$$

Donde:

$M_2$ : Puntaje total medio obtenida en la dimensión "exploración".

$M_3$ : Puntaje total medio obtenida en la dimensión "comprobación".

**2. Nivel de significación:**  $\alpha = 0,05$

### 3. Estadígrafo de prueba

Se aplicó el modelo estadístico no paramétrico de la prueba de Wilcoxon.

$$Z = \frac{S_+ - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{\sum_{i=1}^k t^3 - \sum_{i=1}^k t}{48}}}$$

Donde:  $R_i^+$  son los rangos positivos y  $S_+ = \sum R_i^+$

"t" es el número de empates dentro de un rango y "k" en número de rangos empatados.

### 4. Zona de aceptación y de rechazo

Se aceptará o rechazará la hipótesis nula considerando el nivel crítico de la prueba ( p-value, en el idioma inglés):

Si  $p\text{-value} < 0,05$  se rechaza la hipótesis nula, en caso contrario se acepta.

### 5. Resultados de la aplicación del estadígrafo de prueba

Con el programa estadístico SPSS, se obtuvo los siguientes resultados:

**Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon**

Exploración -Comprobación	N	Rango promedio	Suma de rangos
Rangos negativos	29	39,09	1133,50
Rangos positivos	51	41,30	2106,50
Empates	00		
<b>Total</b>	<b>80</b>		

**Estadísticos de contraste<sup>b</sup>**

	Exploración - Comprobación
Z	-2,334 <sup>a</sup>
Sig. asintót. (bilateral)	0,020

a. Basado en los rangos positivos.

b. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

p\_value

### 6. Regla de decisión

Como  $p\text{-value} = 0,020 < 0,05$ , entonces se rechaza  $H_0$ .

### Conclusión

“Existe diferencia del uso de estrategias entre las dimensiones de “exploración” y “comprobación”, con un nivel de significación del 5%”.

#### **4.4.2 Comprobación de la segunda hipótesis específica**

La segunda hipótesis específica a demostrarse es:

**“El nivel de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación, es positiva”.**

Para la comprobación de esta hipótesis específica, se ha considerado los resultados mostrados en el Cuadro 10. De acuerdo a ello, se consideró como aprendizaje positivo cuando la mayoría de estudiantes se encuentra en el nivel de “aprendizaje logrado” y aprendizaje negativo cuando la mayoría se encuentran en los niveles de aprendizaje no logrado y en proceso. Por lo cual para este caso se empleó la prueba de proporciones, que a continuación se detalla:

#### **Prueba estadística para proporciones**

##### **1. Formulación de hipótesis**

**Hipótesis nula (Ho):** El aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes es negativa.

$$\text{Ho: } P \leq 0,5$$

**Hipótesis alternativa (Ha):** El aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes es positiva.

$$\text{Ha: } P > 0,5$$

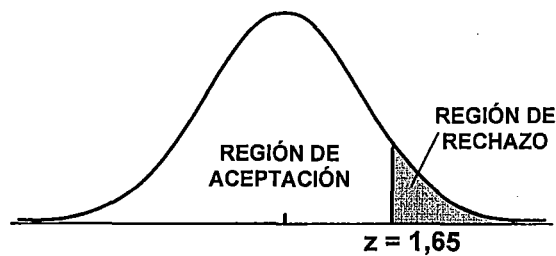
2. Nivel de significación:  $\alpha = 0,05$

### 3. Estadígrafo de prueba

Se empleará el estadístico de prueba de proporciones de la distribución normal (Z).

$$Z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$

### 4. Región de aceptación y de rechazo



Valor Z tabular :  $Z_{(0,05)} = 1,65$

Región de aceptación :  $\langle -\infty; 1,65 \rangle$

Región de rechazo :  $\langle 1,65; \infty \rangle$

### 5. Resultados de la aplicación del estadígrafo de prueba

Para efectos de aplicación del modelo estadístico, se ha categorizado los resultados totales de los intervenidos (estudiantes) con referencia al Cuadro 10 en dos categorías: **aprendizaje positivo**, cuando se hallan ubicados en el nivel de "aprendizaje logrado" y **aprendizaje negativo**,

cuando no se hallan ubicados en el nivel de "aprendizaje logrado".

Aprendizaje	Nº estudiantes
Positivo	20
Negativo	60
<b>Total</b>	<b>80</b>

La proporción de la muestra censal, correspondiente al aprendizaje positivo es:

$$\bar{p} = \frac{20}{80} = 0,25$$

Luego tenemos:

$$Z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{0,25 - 0,5}{\sqrt{\frac{(0,5)(0,5)}{80}}} = -4,47$$

## 6. Regla de decisión

Como  $Z_{cal} = -4,47 \in \langle -\infty; 1,65 \rangle$ , entonces se acepta  $H_0$ .

## Conclusión

"El aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes es negativa, a un nivel de significación del 5%".

#### **4.4.3 Comprobación de la hipótesis general**

La hipótesis de investigación general a demostrarse es:

**“El grado de relación del uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Ciencias de la Educación, es significativa”.**

Para probar la hipótesis sobre la relación entre las variables de tipo ordinal, se aplicó el coeficiente de correlación “rho de Spearman”, cuyos procedimientos se detallan a continuación:

#### **Prueba estadística para determinar la relación de las variables**

##### **1. Formulación de hipótesis**

**Hipótesis nula (Ho):** No existe relación entre el uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas.

$$\text{Ho: } \rho = 0$$

**Hipótesis alternativa (Ha):** Existe relación entre el uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas.

$$\text{Ha: } \rho \neq 0$$

**2. Nivel de significación:**  $\alpha = 0,05$

### 3. Estadígrafo de prueba

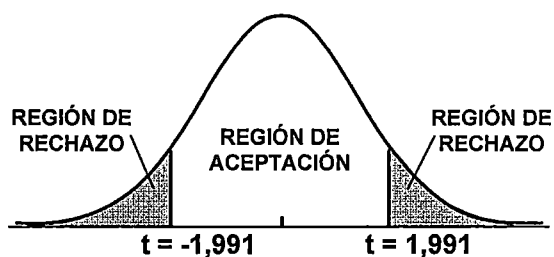
Se empleará el estadístico de prueba "t de Student" cuya fórmula es:

$$t_c = \frac{r_s}{\sqrt{\frac{1-r_s^2}{n-2}}}$$

Donde el coeficiente de correlación "rho de Spearman",  $r_s$ , es:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum (X_i - Y_i)^2}{n(n^2 - 1)}$$

### 4. Región de aceptación y de rechazo



Valor "t" tabular :  $T_{(0,975)(78)} = 1,991$

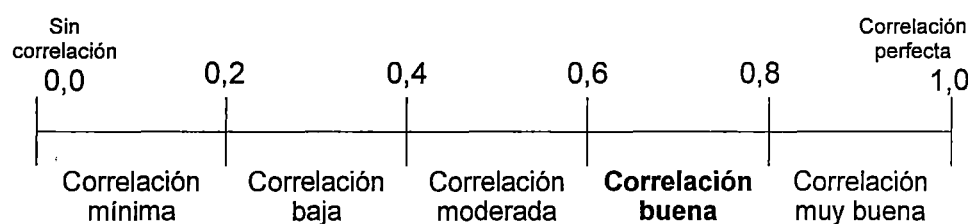
Región de aceptación:  $[-1,991 ; 1,991]$

Región de rechazo :  $\langle -\infty ; -1,991 \rangle \cup \langle 1,991 ; \infty \rangle$

### 5. Resultados de la aplicación del estadígrafo de prueba

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum (X_i - Y_i)^2}{n(n^2 - 1)} = 0,67$$

La variación de la escala del coeficiente de correlación está dada por:



Como  $r_s = 0,67$  podemos afirmar que existe una correlación buena entre las variables de estudio.

Reemplazando el valor del coeficiente al estadígrafo de prueba se tiene:

$$t_c = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} = \frac{0,67}{\sqrt{\frac{1-0,67^2}{80-2}}} = 7,97$$

## 6. Regla de decisión

Como  $T_{cal} = 7,97 \in \langle 1,991; \infty \rangle$ , entonces se rechaza  $H_0$ .

## Conclusión

“Existe relación entre el uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas, a un nivel de significación del 5%”.

Con lo cual se comprueba la hipótesis general.

#### **4.5 Discusión de resultados**

Los resultados obtenidos a través del CERP respecto al uso de estrategias de resolución de problemas según las dimensiones y categorizados en tres niveles de acuerdo a lo establecido en los Cuadros 06, 07 y 08, muestran diferencias significativas del uso de estrategias por parte de los estudiantes, los cuales están en correspondencia con los niveles del uso de estrategias considerando el total de ítems: Bajo (25%), Medio (48,8%) y Alto (26,2%). En cuanto a los niveles de comprobación se aprecia que sólo el 15% del grupo de estudio, poseen un nivel de "comprobación lograda". Es decir, la mayoría de los estudiantes encuestados no realizan una valoración de la solución obtenida, confirmándose lo planteado por Micelli (2010), quien señaló que "la etapa de comprobación es muchas veces omitida, incluso por solucionistas expertos. Polya insiste mucho en su importancia, no solamente porque comprobar los pasos realizados y verificar su corrección nos puede ahorrar muchas sorpresas desagradables, sino porque la visión retrospectiva nos puede conducir a nuevos resultados que generalicen, amplíen o fortalezcan el que acabamos de hallar" (p. 106).

Respecto al aprendizaje de las matemáticas, los porcentajes obtenidos en los distintos niveles es como sigue: Aprendizaje no logrado 32,5%; en proceso 42,5% y aprendizaje logrado 25%. Como puede apreciarse, los resultados obtenidos no son alentadores, dado que sólo una minoría se

encuentra en el nivel de “aprendizaje logrado”, esto se debe en general al uso inadecuado de estrategias que utilizan durante el proceso de resolución de problemas. Lo obtenido está de acuerdo con la investigación realizada por Balderas (1999), quien estableció que “las estrategias heurísticas son importantes porque posibilita el incremento del aprendizaje de los estudiantes, dado que las estrategias contribuyen al desarrollo de sus habilidades en la resolución de problemas” (p. 46).

Seguidamente, al evaluar la relación del uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas, aplicando el coeficiente de correlación rho de Spearman, se obtuvo un valor de 0,67 lo cual indica una correlación buena entre las variables de estudio. En otras palabras, mientras mayor es el nivel del uso de estrategias de resolución de problemas, mayor es el nivel de aprendizaje de las matemáticas.

Estos resultados están en correspondencia con el trabajo realizado por Schoenfeld (1992), quien planteó que “los estudiantes que manejan más estrategias tienen mayores posibilidades de éxito en el proceso de resolución de problemas, por lo tanto, mayor es el aprendizaje de las matemáticas. Por ello, propone entre otros, ayudar a los estudiantes a desarrollar un gran número de estrategias de resolución de problemas y que relacionen de forma clara clases específicas de problemas” (p. 352). Del mismo modo, estos hallazgos coinciden con la investigación realizada por Requelme (2009) quien determinó “una correlación directa entre el

uso de estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento creativo y la capacidad de planteamiento y resolución de problemas de los alumnos del área de matemáticas” (p. 112).

## CONCLUSIONES

1. Se encontró que existen diferencias significativas en el uso de estrategias de resolución de problemas por parte de los estudiantes; determinándose también que la mayoría se encuentran en el "nivel medio", es decir, tienden a usar de manera regular las estrategias durante el proceso de resolución de problemas.
2. Se demostró que el aprendizaje de las matemáticas de la mayoría de estudiantes es negativa, es decir, más de la mitad de ellos están ubicados por debajo del nivel de aprendizaje logrado.
3. Se comprobó que existe una correlación buena entre el uso de estrategias de resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas, en otras palabras, mientras mayor es el nivel del uso de estrategias de resolución de problemas, mayor es el nivel de aprendizaje de las matemáticas.

## RECOMENDACIONES

1. La organización de eventos académicos direccionados a la preparación de los docentes del área de matemáticas en la búsqueda y aplicación de estrategias de resolución de problemas.
2. Incorporar al plan de estudios de la especialidad de Matemática, Computación e Informática, por lo menos una asignatura orientada específicamente al desarrollo de estrategias de resolución de problemas con el fin de mejorar el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes.
3. Los docentes del área de matemáticas deben plantear y aplicar nuevas metodologías, orientadas a la resolución de problemas mediante la implementación de talleres, que propicien en los estudiantes el uso continuo de estrategias.
4. La Universidad debe impulsar políticas educativas adecuadas para potenciar el desarrollo profesional de los docentes del área de matemáticas, en cuanto a mejorar las estrategias para el desarrollo del pensamiento y el aprendizaje de los estudiantes.
5. Extender los estudios expuestos en esta tesis a estudios de tipo experimental tanto en las matemáticas como en otras disciplinas, donde la resolución de problemas cumple un papel importante.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Alcalá, M. (2001). *La Construcción del lenguaje matemático*. España: Editorial GRAÓ.
2. Alonso, I. y Martínez, N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. *Revista Pedagogía Universitaria*, 8(3), 81-88. Extraído de <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/view/239/210>.
3. Alsina, C. (2007). El Realismo en Educación Matemática y sus Implicaciones Docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 85-101. Extraído de <http://www.rieoei.org/rie43a04.pdf>.
4. Ausubel, D.; J. Novak y Helen Hanesian (1989). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognitivo*. México: Trillas.
5. Balderas C. (1999). *La aplicación de procedimientos heurísticos y situaciones problémicas en la resolución de problemas de Matemática I*. Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, México. Extraído de <http://cdigital.dgb.uanl.mx/te/1020125499.pdf>.
6. Bojorquez, Isabel (2005). *Didáctica general*. Perú: Ediciones Abedul.
7. Brenes, V. y Murillo, M. (1994). *Algunos objetos de estudio del constructivismo*. Costa Rica: Una-URC-Conicit.
8. Carreño Huerta, F. (1996). *Enfoques y principios teóricos de la evaluación*. México: Trillas.
9. Carretero, M. y García, J. (1993). *Solución de problemas y desarrollo cognitivo*. Madrid: Alianza.

10. Castro, E.; Fernández, F. y Gil, F. (1996). *La evaluación en matemáticas: revisión y estado de cuestión*. Universidad de Granada. Extraído de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CastroE93-2686.pdf>.
11. Chi, M. T. H.; Feltovich, P. J. y Glaser, R. (1981). *Categorization and representation of physics problems by experts and novices*: Cognitive Science.
12. Cruz, R. (2002). *Estrategias metacognitivas en la formulación de problemas para la enseñanza de la matemática*. Tesis de Doctorado, Instituto Superior Pedagógico de Holguín, Cuba. Extraído de <http://www.ilustrados.com/documentos/estrategiametacognitivaforproblemas.pdf>.
13. Cruz, R. (2006). *La enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas*. Tomo 1. La Habana: Educación cubana.
14. De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43. Extraído de <http://www.rieoei.org/rie43a02.htm>.
15. Delgado, R. (1998): *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: dos aspectos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración del contenido y el desarrollo de habilidades generales matemáticas*. Tesis de Doctorado, La Habana.
16. Díaz Barriga, Frida (1998). *Estrategias Docentes para un aprendizaje Significativo*. México: McGraw-Hill.
17. Duhalde, M. E. y González, M. T. (1997). *Encuentros cercanos con la matemática*. Buenos Aires: Editorial Aique.
18. Friedman, L. y E. N. Turetski (1989). *¿Cómo aprender a resolver problemas?*. Moscú: Editorial Instrucción.
19. García Cruz, J. (2001). *Didáctica de las matemáticas: una visión General*. España: Editorial Síntesis.

20. García, G. (2003). *Didáctica de las Ciencias: Resolución de problemas y desarrollo de la creatividad*. Bogotá: Editorial Magisterio.
21. García Oré, C. (2002). *Métodos estadísticos en la investigación educativa*. Perú: CONCYTEC.
22. Giménez, R. J. (1997). *Evaluación en Matemáticas: una integración de perspectivas*. Madrid: Editorial Síntesis.
23. González, F. E. (1987). Trascendencia de la resolución de problemas de Matemática. *Revista Paradigma*, 8(2), 247-259. Venezuela.
24. Guirles, J. (2002). El Constructivismo y las Matemáticas. *Revista SIGMA*, 21, 113-129. Extraído de [http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43573/es/contenidos/informacion/dia6\\_sigma/es\\_sigma/adjuntos/sigma\\_21/7\\_el\\_constructivismo.pdf](http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_21/7_el_constructivismo.pdf).
25. Guétmanova, A. (1991). *Lógica: en forma simple sobre lo complejo..* Moscú: Editorial Progreso.
26. Halmos, P. (1980). The heart of the mathematics. *American Mathematical Monthly*, 87(7). Extraído de <http://www.revistaparadigma.org.ve/Doc/Paradigma981/Art3.htm>.
27. Hernández, R.; Fernández, C. y Pilar Baptista (2010). *Metodología de la Investigación Científica*. México: McGraw-Hill.
28. Hidalgo Matos, B. (2000). *La Educación centrada en el Aprendizaje*. Lima-Perú: Editorial INADEP.
29. Huerta Rosales, M. (2002). *Enseñar a Aprender Significativamente*. Lima-Perú: Editorial San Marcos.
30. Juidías, B. y Rodríguez, I. (2005). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de*

*Educación*, ISSN 0034-8082, 342, 257-286. Extraído de [http://www.revistaeducacion.mec.es/re342/re342\\_13.pdf](http://www.revistaeducacion.mec.es/re342/re342_13.pdf).

31. Labarrere, A. F. (1988). *Bases Psicológicas de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
32. Landero, R. y Mónica González (2006). *Estadística con SPSS y Metodología de la investigación*. México: Trillas.
33. Llivina L., M. J. (1999). *Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos*. Tesis de Doctorado, Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona, La Habana.
34. Macias, F. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, ISSN:1681-5653, 42. Extraído de <http://www.rieoei.org/deloslectores/1517Macias.pdf>.
35. Micelli, L. (2010). *Las figuras de análisis en Geometría. Su situación en el Aula de Matemática*. Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional, México. Extraído de [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/micelli\\_2010.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/micelli_2010.pdf)
36. Ministerio de Educación (2006). *Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular*. Lima-Perú.
37. Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M. y Pérez, M. L. (1995). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: Editorial GRAÓ.
38. Morales, P. y Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas, en *Theoria*, 13. Extraído de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/299/29901314.pdf>.
39. Nápoles, V. J. (2005). *Aventuras, venturas y desventuras de la resolución de problemas en la escuela*. Universidad de la Cuenca del Plata, Argentina.
40. Namakforoosh, N. (2001). *Metodología de la Investigación*. México: Editorial Limusa.

41. Nieto, J. (2004). *Resolución de problemas matemáticos*. Taller de formación matemática. Maracaibo. Extraído de <http://ommcolima.ucol.mx/guias/TallerdeResolucionproblemas.pdf>.
42. Peñaloza, W. (1988). *Tecnología Educativa*. Lima-Perú: Escuela Empresarial Andina.
43. Pérez Carrasco, R. (2008). *Propuesta de un manual para el uso docente, orientado al tratamiento de la resolución de problemas, en la educación matemática de enseñanza media*. Tesis de Maestría, Universidad de Talca, Chile. Extraído de <http://inst-mat.otalca.cl/~cdelpino/tesis1/>.
44. Pérez, R. y García, J. (1989). *Diagnóstico, Evaluación y toma de decisiones*. Madrid, serie Tratado de educación personalizada: Ediciones Rialp.
45. Poggioli Lissette, (2000). *Estrategias en la resolución de problemas*. Venezuela. Serie Enseñando a aprender, Fundación Polar.
46. Polya, G. (2005). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
47. Prieto, L. (2006). Aprendizaje activo en el aula universitaria: el caso del aprendizaje basado en problemas, en *Miscelánea Comillas. Revista de Ciencias Humanas y Sociales*, 64(124), 173-196.
48. Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada. Editorial Comares.
49. Ramírez, T. (2004). *Cómo Realizar un Proyecto de Investigación*. Caracas: Editorial Panapo.
50. Requelme, I. (2009). *Estrategias metodológicas aplicadas por los docentes en el desarrollo del pensamiento creativo para mejorar la capacidad de planteamiento y resolución de problemas en el área de matemática en alumnos del 2do año del nivel secundario de la I. E. Cesar Augusto Cohaila Tamayo de Tacna, en el año 2008*. Tesis de Maestría, Universidad Privada de Tacna, Perú.

51. Rueda, S. y García, A. (2005). *Análisis y Comprensión de Problemas*. Primeras Jornadas de Educación en Informática y TICS en Argentina. Extraído de <http://cs.uns.edu.ar/jeitics2005/Trabajos/pdf/53.pdf>.
52. Santos Trigo, L. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo editorial Iberoamérica.
53. Santos Trigo, L. (2009). *La resolución de problemas matemáticos: Avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica*. Cinvestav-IPN. Extraído de <http://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf>.
54. Sigarreta, J. y Laborde, J. (2000). Estrategias para la resolución de problemas como un recurso para la interacción sociocultural. *Artículo del Departamento de Matemática e Informática de la Universidad de Moa, Cuba*. Extraído de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/20%20Sigarreta.pdf>.
55. Silva Laya, Marisol (2009). *Métodos y Estrategias de Resolución de Problemas Matemáticos utilizadas por alumnos de 6to grado de primaria*. Universidad Iberoamericana Ciudad de México. Extraído de [http://www.cimeac.com/images/2a\\_parte\\_reporte\\_final\\_inide.pdf](http://www.cimeac.com/images/2a_parte_reporte_final_inide.pdf).
56. Schoenfeld, Alan H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
57. Schoenfeld, A. H.(1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
58. Torres Lozano, A. (2007). *Educación matemática y desarrollo del pensamiento lógico matemático*. Lima-Perú: Ediciones Rubiños.

# **A N E X O S**

## ANEXO 01

### CUESTIONARIO DE ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS - CERP

Estimado estudiante: El siguiente cuestionario tiene por objeto recolectar información acerca de las estrategias que utilizas al resolver problemas de matemáticas. Cada afirmación incluye cinco opciones de respuestas de los cuales debes marcar la que a tu juicio te parezca la más adecuada.

- Siempre (S)  
 La mayoría de veces si (MS)  
 Algunas veces sí, algunas veces no (SN)  
 La mayoría de veces no (MN)  
 Nunca (N)

<b>Cuando resuelves problemas de matemáticas:</b>	<b>S</b>	<b>MS</b>	<b>SN</b>	<b>MN</b>	<b>N</b>
01. Expresas el problema con tus propias palabras.					
02. Dibujas un diagrama (figura, esquema, tabla) siempre que sea posible.					
03. Identificas lo que se busca (meta) y lo que se da (datos, condiciones, relaciones, etc.).					
04. Consideras valores especiales que sirvan para ejemplificar el problema e ir familiarizándote con él.					
05. Recuerdas teoría relacionada con el problema (definiciones, teoremas, etc.) que puede ser útil para su resolución.					
06. Examinas casos extremos para explorar la gama de posibilidades.					
07. Formulas y visualizas el problema de varias maneras.					
08. Tratas de simplificar el problema, sacando partido de las posibles simetrías.					
09. Si hay un parámetro entero, le asignas valores para extraer pautas y realizar generalizaciones que permita avanzar en la resolución.					
10. Realizas alguna variación en el problema que permita transformarlo en otro ya conocido.					
11. Realizas simplificaciones para obtener un problema semejante pero más sencillo tal que ayude a resolver el problema original.					
12. Sustituyes condiciones dadas en el problema por otras equivalentes.					
13. Recombinas los elementos del problema de maneras diferentes.					
14. Introduces algún elemento que no fue dado en el enunciado del problema ( como cambio de variables, construcción auxiliar, etc.).					
15. Reformulas el problema, mediante argumentos por contradicción (reducción al absurdo).					
16. Trabajas hacia adelante partiendo de las condiciones y de los datos dados en el problema.					
17. Supones que tienes la solución y la contrastas con las condiciones del problema para ver si has logrado el objetivo.					

Cuando resuelves problemas de matemáticas:	S	MS	SN	MN	N
18. Particularizas el problema haciéndolo más concreto y específico siempre que sea posible.					
19. Descompones en subproblemas y trabajas caso por caso, luego recombinas las soluciones parciales para formular la solución general.					
20. Tratas de aprovechar cualquier problema relacionado que tenga forma, datos o conclusiones similares.					
21. Utilizas todos los datos pertinentes.					
22. Verificas si tu resultado está de acuerdo con estimaciones o predicciones razonables.					
23. Tratas de establecer con precisión cuál fue el paso clave en tu solución.					
24. Examinas si existe otro camino más simple que permita obtener la solución del problema.					
25. Examinas si puedes usar el resultado o el procedimiento para resolver un nuevo problema.					
26. Consideras la posibilidad de cómo extender tu solución a un caso general.					

¡Gracias!

#### Escala de medición del CERP

- 1 = Nunca (N)
- 2 = La mayoría de veces no (MN)
- 3 = Algunas veces sí, algunas veces no (SN)
- 4 = La mayoría de veces sí (MS)
- 5 = Siempre (S)

## ANEXO 02

### VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO POR OPINIÓN DE EXPERTOS



## INSTRUMENTO DE OPINIÓN DE EXPERTOS

### I. DATOS GENERALES:


Apellidos y Nombres del experto	Cargo e Institución donde labora	Nombre del Instrumento de Evaluación	Autor del Instrumento
ALVARADO CONTRERAS SEGUNDO	DIRECTOR DE I+D+i INF Y SISTEMAS - UNJBG - TACNA	CUESTIONARIO (CERP)	Gilberto Platero
Título y/o Grado del experto: - LIC. MATEMÁTICA - MGR. GESTIÓN EMPRESARIAL.			

### II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente (0-20)				Regular (21-40)				Buena (41-60)				Muy Buena (61-80)				Excelente (81-100)				
		0	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96	
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.																			90		
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.																				95	
3. ACTUALIDAD	Está acorde a los cambios de la tecnología educativa.																			90		
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica.																				95	
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.																			90		
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar los aspectos relativos al tema.																				95	
7. CONSISTENCIA	Basado en aspectos teóricos relativos al tema.																					100
8. COHERENCIA	Entre indicadores y dimensiones.																				95	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación.																				95	

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: *FAVORABLE*

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN: *EXCELENTE*

TACNA, 28 DICIEMBRE 2010	17805751		952655718
Lugar y Fecha	DNI N°	Firma del Experto Informante	Teléfono y/o Celular

## INSTRUMENTO DE OPINIÓN DE EXPERTOS

### I. DATOS GENERALES:


Apellidos y Nombres del experto	Cargo e Institución donde labora	Nombre del Instrumento de Evaluación	Autor del Instrumento
URRANO MARREROS JAVIER	DOCENTE	CUESTIONARIO (CERP)	GILBERTO PLATERO A.
Título y/o Grado del experto: LIC. MATEMÁTICAS MSc. COMPUTACION E INFORMATICA			

### II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente (0-20)				Regular (21-40)				Buena (41-60)				Muy Buena (61-80)				Excelente (81-100)				
		0	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96	
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.																			X		
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.																X					
3. ACTUALIDAD	Está acorde a los cambios de la tecnología educativa.																			X		
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica.																					X
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.																	X				
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar los aspectos relativos al tema.																			X		
7. CONSISTENCIA	Basado en aspectos teóricos relativos al tema.																				X	
8. COHERENCIA	Entre indicadores y dimensiones.																	X				
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación.																					X

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: FAVORABLE

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN: FAVORABLE (EXLENTE)

TACNA, 30 DICIEMBRE	04436944		952-529989
Lugar y Fecha	DNI N°	Firma del Experto Informante	Teléfono y/o Celular

## INSTRUMENTO DE OPINIÓN DE EXPERTOS

### I. DATOS GENERALES:

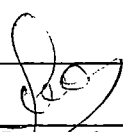
Apellidos y Nombres del experto	Cargo e Institución donde labora	Nombre del Instrumento de Evaluación	Autor del Instrumento
LUQUE TICORA ADRIANA MAXIMINA	Coord. del Área de Pedagogía	Cuestionario	
Título y/o Grado del experto: Licenciado en Educación - Gra. en Educación			

### II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente (0-20)				Regular (21-40)				Buena (41-60)				Muy Buena (61-80)				Excelente (81-100)			
		0	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.																X				
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.																X				
3. ACTUALIDAD	Está acorde a los cambios de la tecnología educativa.																X				
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica.												X								
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.												X								
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar los aspectos relativos al tema.																X				
7. CONSISTENCIA	Basado en aspectos teóricos relativos al tema.																X				
8. COHERENCIA	Entre indicadores y dimensiones.												X								
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación.												X								

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: *Es aplicable*

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN: *Muy buena.*

Tacna, diciembre del 2010	00508955		952-674280
Lugar y Fecha	DNI N°	Firma del Experto Informante	Teléfono y/o Celular

## INSTRUMENTO DE OPINIÓN DE EXPERTOS

### I. DATOS GENERALES:

Apellidos y Nombres del experto	Cargo e Institución donde labora	Nombre del Instrumento de Evaluación	Autor del Instrumento
PUMA ESTACA PASCUAL SENON	Docente	Cuestionario CERR	PLATERO ARATIA Gilberto
Título y/o Grado del experto: Lic en Educación Especialidad Matemática Física Magister en Docencia Universitaria y Gestión Educativa			

### II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:


INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente (0-20)				Regular (21-40)				Buena (41-60)				Muy Buena (61-80)				Excelente (81-100)				
		0	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96	
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.																			90		
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.																				95	
3. ACTUALIDAD	Está acorde a los cambios de la tecnología educativa.																				95	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica.																				95	
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.																				95	
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar los aspectos relativos al tema.																				90	
7. CONSISTENCIA	Basado en aspectos teóricos relativos al tema.																				90	
8. COHERENCIA	Entre indicadores y dimensiones.																				95	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación.																				90	

### III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

*Es aplicable.*

### IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN:

*Excelente*

Tercer diciembre 2013	04402366		952686806
Lugar y Fecha	DNI N°	Firma del Experto Informante	Teléfono y/o Celular

ANEXO 03

Transformación de Puntajes Totales de las Dimensiones a la Escala Centesimal

Puntaje Análisis	Escala Centesimal	Puntaje Exploración	Escala Centesimal	Puntaje Comprobación	Escala Centesimal
25	55,56	33	60	16	53,33
28	62,22	36	65,45	22	73,33
29	64,44	35	63,64	23	76,67
33	73,33	34	61,82	15	50
32	71,11	37	67,27	23	76,67
35	77,78	43	78,18	21	70
36	80	39	70,91	22	73,33
38	84,44	47	85,45	26	86,67
28	62,22	32	58,18	21	70
34	75,56	31	56,36	19	63,33
25	55,56	44	80	27	90
41	91,11	49	89,09	25	83,33
38	84,44	43	78,18	24	80
25	55,56	33	60	20	66,67
29	64,44	29	52,73	18	60
39	86,67	51	92,73	27	90
32	71,11	40	72,73	26	86,67
39	86,67	49	89,09	25	83,33
31	68,89	35	63,64	16	53,33
32	71,11	40	72,73	24	80
35	77,78	38	69,09	24	80
33	73,33	29	52,73	18	60
35	77,78	36	65,45	22	73,33
27	60	41	74,55	22	73,33
26	57,78	30	54,55	17	56,67
39	86,67	47	85,45	16	53,33
33	73,33	34	61,82	22	73,33
32	71,11	35	63,64	18	60
22	48,89	32	58,18	15	50
33	73,33	40	72,73	25	83,33
38	84,44	43	78,18	24	80
36	80	40	72,73	24	80
35	77,78	42	76,36	25	83,33
38	84,44	43	78,18	25	83,33
36	80	44	80	25	83,33
34	75,56	32	58,18	19	63,33
39	86,67	39	70,91	20	66,67
37	82,22	37	67,27	26	86,67

38	84,44	36	65,45	23	76,67
29	64,44	37	67,27	21	70
39	86,67	38	69,09	21	70
31	68,89	33	60	20	66,67
37	82,22	39	70,91	24	80
30	66,67	35	63,64	20	66,67
41	91,11	51	92,73	28	93,33
40	88,89	46	83,64	26	86,67
37	82,22	46	83,64	25	83,33
37	82,22	41	74,55	22	73,33
30	66,67	38	69,09	20	66,67
39	86,67	42	76,36	23	76,67
37	82,22	45	81,82	27	90
37	82,22	41	74,55	22	73,33
36	80	40	72,73	18	60
27	60	29	52,73	18	60
39	86,67	48	87,27	27	90
42	93,33	43	78,18	28	93,33
25	55,56	30	54,55	15	50
39	86,67	44	80	25	83,33
36	80	39	70,91	21	70
33	73,33	39	70,91	20	66,67
34	75,56	50	90,91	20	66,67
36	80	39	70,91	24	80
29	64,44	33	60	20	66,67
39	86,67	44	80	27	90
27	60	33	60	19	63,33
29	64,44	36	65,45	15	50
34	75,56	35	63,64	18	60
36	80	39	70,91	25	83,33
34	75,56	39	70,91	24	80
33	73,33	45	81,82	27	90
26	57,78	29	52,73	19	63,33
30	66,67	35	63,64	19	63,33
24	53,33	29	52,73	17	56,67
29	64,44	42	76,36	16	53,33
29	64,44	36	65,45	20	66,67
35	77,78	38	69,09	17	56,67
31	68,89	36	65,45	18	60
34	75,56	33	60	15	50
33	73,33	37	67,27	21	70
32	71,11	36	65,45	19	63,33