

**UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN - TACNA**

**Escuela de Posgrado**

**Maestría en Computación e Informática**

**DIMENSIONAMIENTO ÓPTIMO DE REDES ABIERTAS RAMIFICADAS  
DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA, COMO FUNCIÓN DE LA ENERGÍA  
POTENCIAL DISPONIBLE Y USANDO TÉCNICAS  
DE PROGRAMACIÓN LINEAL**

**TESIS**

**PRESENTADA POR:**

**MÁXIMO MARTÍN GUTIÉRREZ BERNAOLA**

**Para optar el Grado Académico de:**

**MAESTRO EN CIENCIAS (*MAGISTER SCIENTIAE*) CON  
MENCIÓN EN COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA**

**TACNA - PERÚ**

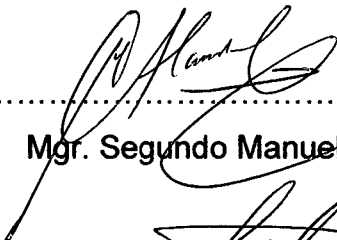


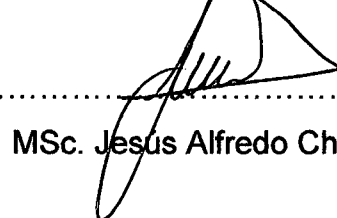
**2013**

**UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN-TACNA  
ESCUELA DE POSGRADO**

**MAESTRÍA EN COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA**

**DIMENSIONAMIENTO ÓPTIMO DE REDES ABIERTAS RAMIFICADAS  
DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA, COMO FUNCIÓN DE LA ENERGÍA  
POTENCIAL DISPONIBLE Y USANDO TÉCNICAS DE  
PROGRAMACIÓN LINEAL**

Tesis sustentada y aprobada el 24 de julio de 2012; estando el jurado calificador integrado por:

<b>PRESIDENTE</b>	:	 ..... <b>Mgr. Segundo Manuel Alvarado Contreras</b>
<b>SECRETARIO</b>	:	 ..... <b>Mgr. Manuel Segundo Caipa Ramos</b>
<b>MIEMBRO</b>	:	 ..... <b>Ph.D. Edwin Martín Pino Vargas</b>
<b>ASESOR</b>	:	 ..... <b>MSc. Jesus Alfredo Chacaltana Garcia</b>

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar a Dios, por su grandeza y guía maestra en nuestras vidas, por la sapiencia que me brindó para culminar satisfactoriamente mis metas.

A mis profesores de la Maestría en Computación e Informática, que contribuyeron en mi formación.

A un gran amigo: Ph. D. Edwin Martín Pino Vargas, por su apoyo incondicional para desarrollar y plasmar este trabajo de investigación.

## **DEDICATORIA**

Con todo cariño:

A la memoria de mis padres,

a mis hermanos,

a mi esposa e hijos,

porque me incentivaron a cumplir con

mis metas trazadas.

## TABLA DE CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
AGRADECIMIENTO	II
DEDICATORIA	III
TABLA DE CONTENIDO	IV
INDICE DE TABLAS Y FIGURAS	IX
RESUMEN	XII
ABSTRACT	XIII
INTRODUCCION	1
<b>CAPÍTULO I</b> .....	<b>4</b>
<b>PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN</b> .....	<b>4</b>
<b>1.1. Antecedentes del Problema</b> .....	<b>4</b>
<b>1.2. Planteamiento del Problema</b> .....	<b>6</b>

<b>1.3. Formulación del Problema .....</b>	<b>7</b>
1.3.1 <i>Problema General</i> .....	7
1.3.2 <i>Problemas Específicos</i> .....	7
<b>1.4. Hipótesis.....</b>	<b>8</b>
1.4.1. <i>Hipótesis General</i> .....	8
1.4.2. <i>Hipótesis Específicas</i> .....	8
<b>1.5. Objetivos.....</b>	<b>9</b>
1.5.1. <i>Objetivo General</i> .....	9
1.5.2. <i>Objetivos Específicos</i> .....	9
<b>1.6. Justificación .....</b>	<b>9</b>
<b>1.7. Variables.....</b>	<b>10</b>
1.7.1. <i>Identificación de las Variables</i> .....	10
1.7.2. <i>Caracterización de las Variables</i> .....	11
1.7.3. <i>Definición operacional de las variables</i> .....	11
1.7.4. <i>Limitaciones de la Investigación</i> .....	12
1.7.5. <i>Descripción de las características de la investigación</i> .....	12
<b>CAPÍTULO II .....</b>	<b>13</b>
<b>MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1. Antecedentes del Estudio.....</b>	<b>13</b>

<b>2.2. Base teórica.....</b>	<b>17</b>
2.2.1. Programación Lineal .....	17
2.2.2. Historia de la Programación Lineal.....	18
2.2.3. El Método Simplex .....	19
2.2.4. Modelo de Programación Lineal.....	20
2.2.5. Estructura del Modelo de Optimización .....	21
2.2.6. Suposiciones del Modelo de Programación Lineal .....	21
2.2.7. Limitaciones del Modelo de Programación Lineal.....	23
2.2.8. Funciones de Mínimo Costo.....	24
2.2.9. Análisis de Sensibilidad y Post-óptimo .....	25
2.2.10. Evolución de la modelación numérica .....	25
2.2.11. Hidráulica de Sistemas presurizados .....	28
2.2.12. Ecuaciones Empíricas para la Fricción en Tuberías.....	30
2.2.13. Análisis de Redes de Tuberías.....	32
2.2.14. Dimensionamiento Económico de Redes Ramificadas.....	33
<b>2.3. Definición de términos.....</b>	<b>34</b>
 <b>CAPITULO III .....</b>	 <b>36</b>
 <b>MARCO METODOLOGICO .....</b>	 <b>36</b>
 <b>3.1. El Modelo de Optimización.....</b>	 <b>36</b>
3.1.1. Información Requerida .....	36

3.1.2. Elaboración del Modelo y Diseño de la Red de Distribución.....	36
3.1.3. Transformación y Representación del Problema .....	37
3.1.4. Solución numérica del modelo de programación lineal.....	43
3.1.5. Elaboración de programa MATLAB .....	45
<b>3.2. Caracterización del diseño de investigación .....</b>	<b>48</b>
<b>3.3. Acciones para ejecución del Proyecto .....</b>	<b>48</b>
<b>3.4. Materiales y/o instrumentos.....</b>	<b>48</b>
<b>3.5. Población y muestra .....</b>	<b>49</b>
<b>3.6. Tratamiento de datos .....</b>	<b>49</b>
<b>CAPÍTULO IV.....</b>	<b>51</b>
<b>DESARROLLO DE LA APLICACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS .</b>	<b>51</b>
<b>4.1. El Modelo Conceptual y estudio de casos .....</b>	<b>51</b>
<b>4.2. Caso 1: Condiciones Topográficas Adecuadas.....</b>	<b>51</b>
4.2.1. Información de Entrada.....	53
4.2.2. Variables del Modelo de Optimización.....	56
4.2.3. Modelo Matemático de Optimización.....	56
4.2.4. Resultados Obtenidos .....	59
<b>4.3. Caso 2: Condiciones Topográficas Inadecuadas .....</b>	<b>63</b>
4.3.1. Información de Entrada.....	65

4.3.2. Variables del Modelo de Optimización.....	70
4.3.3. Modelo Matemático de Optimización.....	70
4.3.4. Resultados Obtenidos.....	73
<b>CAPÍTULO V.....</b>	<b>78</b>
<b>COMPROBACIÓN Y VALIDACIÓN.....</b>	<b>78</b>
<b>5.1. Consideraciones Generales y Herramientas para Validación.....</b>	<b>78</b>
<b>5.2. Uso de EPANET.....</b>	<b>79</b>
<b>5.3. Caso 1: Condiciones Topográficas Adecuadas.....</b>	<b>82</b>
<b>5.4. Caso 2: Condiciones Topográficas Inadecuadas.....</b>	<b>85</b>
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>90</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>95</b>

## INDICE DE TABLAS Y FIGURAS

	<b>Pág.</b>
<b>Tabla 1</b>	32
Coeficiente de Hazen-Williams para algunos materiales	
<b>Figura 1</b>	52
Caso 1: Condiciones topográficas adecuadas	
<b>Tabla 2</b>	53
La información de entrada-caudales y longitudes	
<b>Tabla 3</b>	54
Perdidas de carga unitaria en tuberías (m/m)	
<b>Figura 2</b>	55
Función de costos de tuberías	
<b>Tabla 4</b>	55
Costo anual de tuberías	
<b>Tabla 5</b>	57
Modelo matemático de optimización – generación de matrices	
<b>Tabla 6</b>	58
Modelo matemático de optimización – generación de restricciones hidráulicas y geométricas	
<b>Tabla 7</b>	59
Resultados obtenidos con el modelo matemático, programa LINDO	
<b>Tabla 8</b>	61
Resultados obtenidos con el programa MATLAB	

<b>Tabla 9</b>	62
Resumen de resultados finales de diseño	
<b>Figura 3</b>	64
Caso 2: Condiciones topográficas inadecuadas	
<b>Tabla 10</b>	65
Información de entrada al modelo – caudales y longitudes	
<b>Tabla 11</b>	66
Perdida de carga unitaria en tuberías (m/m)	
<b>Figura 4</b>	67
Función de costos de tuberías	
<b>Tabla 12</b>	67
Costo anual unitario de tuberías	
<b>Tabla 13</b>	68
Función de costos de bombas	
<b>Figura 5</b>	68
Función de costos de bombas	
<b>Tabla 14</b>	69
Costo total anual de bombeo	
<b>Tabla 15</b>	72
Modelo matemático de optimización- generación de matriz	
<b>Tabla 16</b>	73
Modelo matemático de optimización- generación de restricciones hidráulicas y geométricas.	

<b>Tabla 17</b>	75
Resultados obtenidos con el modelo matemático, programa LINDO	
<b>Tabla 18</b>	76
Resumen resultados finales de diseño	
<b>Tabla 19</b>	82
Comparativo del programa EPANET con otros programas	
<b>Figura 6</b>	83
Resultados – caso 1: condiciones topográficas adecuadas, en EPANET	
<b>Tabla 20</b>	84
Resultados - estado de los nudos de la red, usando EPANET	
<b>Tabla 21</b>	84
Resultados - estado de las líneas de la red, usando EPANET	
<b>Figura 7</b>	85
Resultados - modelamiento de la red ensayada, caso 1, en EPANET	
<b>Figura 8</b>	86
Resultados – caso 2: condiciones topográficas adecuadas, en EPANET	
<b>Figura 9</b>	87
Resultados – caso 2: condiciones topográficas adecuadas, en EPANET	
<b>Tabla 22</b>	87
Resultados – caso 2, estado de los nudos de la red, usando EPANET	
<b>Tabla 23</b>	88
Resultados – caso 2, estado de las líneas de la red, usando EPANET	
<b>Figura 10</b>	88
Resultados - modelamiento de la red ensayada, caso 2, en EPANET	

## RESUMEN

En el presente trabajo se ha planteado el diseño de las redes ramificadas de distribución de agua, utilizando el componente económico como componente fundamental en el dimensionado de las redes. Se usó un modelo de optimización, utilizando técnicas de Programación Lineal. El modelo conceptual planteado fue transformado en un modelo numérico, para optimización hidráulica de diámetros y altura de bombeo de una red de distribución de agua. Utilizando el modelo matemático y un Software Educativo de uso libre denominado "LINDO", se logró realizar el diseño de la red de distribución y la altura de bombeo óptima, minimizando costos del sistema de distribución para los casos propuestos. Como resultado del modelo ensayado: Caso 1: Condiciones Topográficas Adecuadas, se obtuvo el valor de la función objetivo optimizada en S/. 7 207,96. El Caso 2: Condiciones Topográficas Inadecuadas, se tiene que la función objetivo optimizada es de S/. 52 953,23. Los valores resultantes de diseño, utilizando el modelo de programación lineal, se dieron en forma de diámetros uniformes para algunos tramos de la red y diámetros telescópicos para otros tramos de la red.

## ABSTRACT

In the present work we have considered the design of branched networks of water distribution, using the economic component as an essential component in the network dimensioning. We used an optimization model using linear programming techniques. The proposed conceptual model was transformed into a numerical model to optimize hydraulic diameter and height of pumping a water distribution network. Using the mathematical model and Educational Software free use called "CUTE" he managed to make the design of the distribution network and the optimal pumping height, minimizing distribution system costs for the proposed cases. As a result of the tested model: Case 1: Suitable Topographic Conditions, we obtained the value of optimized function objetivo S/. 7 207,96. Case 2: Inadequate topographic conditions, we have that the objective function is optimized S/. 52 953,23. The resulting values of design, using the linear programming model is given in the form of uniform diameters for some sections of the network and telescopic diameters for other parts of the network.

## INTRODUCCIÓN

La presente tesis se denomina DIMENSIONAMIENTO ÓPTIMO DE REDES ABIERTAS RAMIFICADAS DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA, COMO FUNCIÓN DE LA ENERGÍA POTENCIAL DISPONIBLE Y USANDO TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL, y se plantea en razón de que la mayoría de diseños de redes de distribución de agua se dimensionan sin tener en cuenta técnicas de optimización.

Esta situación provoca a menudo que dichas redes, tengan bajo costo inicial, es decir, costo de instalación y alto costo operativo, por lo cual, al ser evaluado en un horizonte de operación del sistema, resulta ser una gran desventaja.

El diseño de las redes ramificadas hidráulicas de distribución puede distribuirse en dos procesos, no siempre bien diferenciados a saber: la determinación del trazo de la red y la interconexión de sus elementos (layout); y, por otro lado, el dimensionado de dichos elementos para cumplir adecuadamente su función. El trazo de la red suele estar determinado a priori por la multitud de condiciones que tienen poca o ninguna relación con los criterios de diseño desde el punto de vista funcional (e incluso económico), por lo que dedicaremos la presente tesis al problema del dimensionado de las redes.

El componente económico es fundamental en el dimensionado de las redes, puesto que para un conjunto dado de condiciones de funcionamiento compatibles entre sí, existirá un número ilimitado de soluciones que resulten técnicamente válidas, y en tal caso, el costo de las diversas soluciones será la característica que, en última instancia, identificará a la "mejor" solución.

En resumen, trataremos del dimensionado de las redes de tipología ramificada, cuya características principales son una gran dispersión espacial de los puntos de consumo, y un elevado caudal demandado en los mismos.

El objetivo económico cobra vital importancia en este caso, debido a la elevada inversión que requiriere su construcción.

La configuración tipo ramificado se puede implantar en sistemas de distribución de agua para irrigación, grandes redes de abastecimiento poblacional, redes tipo industrial y también de pequeños núcleos residenciales o redes de abastecimiento poblacional rural.

En tal sentido, se plantea elaborar un modelo de optimización que permita el diseño de redes de distribución de agua, que genere una distribución adecuada de agua al más bajo costo, contemplando a su vez la

optimización en el diseño restricciones de orden hidráulico, geométrico y otras.

## **CAPÍTULO I**

### **PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN**

#### **1.1. Antecedentes del Problema**

La evolución de la modelación numérica se suele describir dividiendo su historia en base a generaciones de modelos (CUNGE, 1989), (ABBOTT, 1991). La primera generación, en los años 50, consistió simplemente en utilizar primitivos ordenadores o calculadoras programables para la resolución de ecuaciones matemáticas.

En la segunda generación (años 60), fueron modelos numéricos que se construían enteramente, del principio al fin, para un problema concreto, destacando como adelantado a su tiempo, el modelo del delta del río Mekong (Cunge, 1975).

La tercera generación supuso la creación de esquemas numéricos básicos, cada uno para un tipo de problema, que podían luego adaptarse con relativa facilidad para un estudio concreto de un río o un área determinada, es decir, para desarrollar un modelo a partir de unas herramientas existentes. Con esta tercera generación, que se prolongó hasta mediados de los 80, la modelación numérica se convirtió en una herramienta práctica que podía ser adquirida o construida por las

principales empresas consultoras y comportó el desarrollo de métodos numéricos refinados y eficientes. Un inconveniente de los modelos de esta generación era su complejidad de uso, por lo que el productor y el usuario generalmente debían ser el mismo, siendo tan solo los resultados los que eran transferidos al cliente.

La cuarta generación ocurrió gracias a la generalización de los ordenadores personales, cada vez más económicos y potentes, y ha supuesto la popularización definitiva del uso de modelos numéricos en el campo de la hidráulica. En esta generación se han construido una serie de paquetes informáticos, o sistemas de modelación, económicos y de uso sencillo y amigable, de manera que un usuario distinto del constructor puede utilizarlos y crear sus propios modelos para problemas relativamente estándares. Los modelos de la cuarta generación, que son los que mayoritariamente se utilizan actualmente, requieren sin embargo personas con suficiente criterio y conocimiento en hidráulica para asegurar que los datos han estado utilizados de manera correcta y para una buena interpretación de los resultados.

La quinta generación, todavía en sus inicios, sería la inclusión de los modelos hidráulicos dentro de sistemas informáticos más amplios junto con otros modelos complementarios (meteorológicos, hidrológicos, etc.),

con actualizaciones y adquisición de datos automatizadas (a través por ejemplo, de sensores colocados en sitios estratégicos, imágenes vía satélite, sistemas de información geográfica y otras bases de datos) y verdaderamente expertos, es decir, que integren el conocimiento en distintos campos y sean capaces de expresar los resultados de manera comprensible para una persona no experta en hidráulica, e incluso capaces de tomar decisiones.

Abbott, (1991), sugiere el término de hidroinformática para esta quinta generación de modelos, que supone la unión entre la hidráulica computacional y la inteligencia artificial y los sistemas de apoyo a la toma de decisiones (DSS de Decisión Support System).

## **1.2. Planteamiento del Problema**

*El uso del agua en las diferentes actividades humanas es aplicado en el país con mucha frecuencia. Esto amerita orientar esfuerzos de investigación en la búsqueda de procedimientos y métodos que permitan el uso eficiente del recurso hídrico, por tanto se debe contar con sistemas bien dimensionados a bajo costo y que cumplan los objetivos de abastecimiento preestablecidos.*

El desarrollo de este modelo permitirá contar con una herramienta computacional para diseñar adecuadamente el sistema de distribución de

agua mediante redes abiertas ramificadas, reduciendo las pérdidas de agua y las deficiencias en el abastecimiento oportuno, en cantidad y presión requeridas.

Con esto se pretende que la metodología propuesta sea una herramienta útil para la resolución de problemas concretos en el diseño y no sólo una contribución teórica al desarrollo de un tipo concreto de esquemas numéricos. Por ello se podrán incorporar distintas posibilidades de consideración como es el caso de las ecuaciones de restricciones implementadas.

### **1.3. Formulación del Problema**

#### **1.3.1. Problema General**

¿Cuál es el dimensionamiento óptimo de redes abiertas y ramificadas de distribución de agua, como función de la energía potencial disponible y usando técnicas de programación lineal que representa avanzar una etapa importante en la complejidad de los casos que se tratan en este tema?

#### **1.3.2. Problemas Específicos**

¿Cuál es el modelo en programación Lineal que permita optimizar las redes de distribución de agua?

¿Cuál es la metodología idónea para el dimensionamiento óptimo de redes a nivel definitivo que cumpla con sus objetivos de presión y caudal en los nudos de una red?

¿Cuál es la metodología de comprobación y validación de estos modelos, lo cual resulta tedioso y costoso?

## **1.4. Hipótesis**

### **1.4.1. Hipótesis General**

La formulación conceptual y matemática del modelo de programación lineal logra el dimensionamiento óptimo de redes abiertas ramificadas de distribución de agua, utilizando la energía potencial disponible representado como altura o cota topográfica.

### **1.4.2. Hipótesis Específicas**

El modelo de optimización en programación Lineal, permite obtener diseños óptimos.

La metodología idónea es el método simplex para el dimensionamiento óptimo de redes a nivel definitivo que cumpla con sus objetivos de presión y caudal en los nudos de una red.

El sistema Epanet establece una metodología de comprobación y validación de los resultados del modelo con otros modelos.

## **1.5. Objetivos**

Los objetivos del trabajo de investigación propuesto son los siguientes:

### **1.5.1. Objetivo General**

Desarrollar un modelo en programación lineal para el dimensionamiento óptimo de redes abiertas ramificadas de distribución de agua, utilizando la energía potencial disponible.

### **1.5.2. Objetivos Específicos**

Plantear un modelo de optimización en programación Lineal.

Elegir una metodología idónea para el dimensionamiento óptimo de redes a nivel definitivo que cumpla con sus objetivos de presión y caudal en los nudos de una red.

Determinar la metodología para la validación de los resultados del modelo con otros modelos.

## **1.6. Justificación**

El uso del agua en las diferentes actividades humanas es aplicado en el país con mucha frecuencia. Esto amerita orientar esfuerzos de investigación en la búsqueda de procedimientos y métodos que permitan el uso eficiente del recurso hídrico; por tanto, se debe contar con sistemas

bien dimensionados a bajo costo y que cumplan los objetivos de abastecimiento preestablecidos.

El desarrollo de este modelo permitirá contar con una herramienta computacional para diseñar adecuadamente el sistema de distribución de agua mediante redes abiertas ramificadas, reduciendo las pérdidas de agua y las deficiencias en el abastecimiento oportuno, en cantidad y presión requeridas.

Con esto se pretende que la metodología propuesta sea una herramienta útil para la resolución de problemas concretos en el diseño y no sólo una contribución teórica al desarrollo de un tipo concreto de esquemas numéricos. Por ello se podrán incorporar distintas posibilidades de consideración como es el caso de las ecuaciones de restricciones implementadas.

## **1.7. Variables**

### **1.7.1. Identificación de las Variables**

Se establece como variables de estudio las siguientes:

Variables Independientes :

-Caudal en los nudos.

-Cotas o altura energéticas en los nudos.

Variables Dependientes :

- Los Diámetros.

- La longitud de los tramos.

- La altura dinámica.

### **1.7.2. Caracterización de las Variables**

Las variables utilizadas en la presente tesis corresponden a  $X_{ij}$  que viene a representar el diámetro "i" de una tubería, para el tramo "j" seleccionado y  $H_t$ , la Altura topográfica de ubicación del reservorio de Abastecimiento a la red. En ambos casos vienen a ser variables dependientes de los costos unitarios anualizados de tuberías de diferentes diámetros, costo anual de bombeo y costo anualizado del equipo o unidad de bombeo.

### **1.7.3. Definición operacional de las variables**

Las variables utilizadas  $X_{ij}$  que viene a representar el diámetro "i" de una tubería, para el tramo "j" seleccionado y  $H_t$  la Altura topográfica de ubicación del reservorio de Abastecimiento a la red, operacionalmente serán determinadas matemáticamente hasta lograr valores optimizados

partiendo de su inclusión en una función objetivo sujeta a un conjunto de restricciones.

#### **1.7.4. Limitaciones de la Investigación**

Como limitaciones de la investigación podemos mencionar que no se podrá efectuar una validación con datos de campo por los costos y tiempo que significa, lo cual ha sido reemplazado por una validación usando otros modelos plenamente comprobados, como es el caso de EPANET, desarrollado por la Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos de América (EPA-USA).

#### **1.7.5. Descripción de las características de la investigación**

La investigación realizada tendrá características de ser teórica, utilizando la validación y comprobación debida.

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

#### **2.1. Antecedentes del Estudio**

C. Martins, (2012), detalla que la optimización en el diseño de los sistemas de abastecimiento de agua ha avanzado a lo largo de los últimos años. Pese al avance mostrado, la complejidad de programación de estos algoritmos ha generado que estas técnicas no hayan permeado al campo práctico. Hasta la fecha el dimensionamiento de las redes de abastecimiento sigue siendo dependiente de la experiencia del proyectista. A nivel latinoamericano se han logrado identificar dos herramientas para el dimensionado óptimo, el ROKO elaborado por CIH de CUJAE en Cuba; y el Lenhsnet desarrollado por el Laboratorio de Eficiencia Energética de la UFPB de Brasil. El objetivo de esta investigación es realizar un análisis comparativo del dimensionado aportado por estas herramientas, con la finalidad de determinar cuál ofrece mejores resultados según los indicadores: costos de tuberías, costos energéticos y homogeneidad de la red.

El método de Programación Lineal del Gradiente (LPG) (Alperovits 1977) fue uno de los primeros en trascender, el cual fue corregido gracias a una propuesta de Quindry (1979). Esta metodología fue combinada posteriormente con otras técnicas como puede evidenciarse en los estudios de Kessler (1991) y Eiger (1994). Paralelamente a estos avances se dieron desarrollos aplicando otras técnicas de optimización como la Programación Dinámica (Soeiro 1984) y la Programación No Lineal (Mays 2000).

Recientemente los métodos estocásticos basados en algoritmos evolutivos han estado en la mira de los investigadores, los primeros trabajos los desarrolló Goldberg (1985), con la finalidad de optimizar el funcionamiento de varias estaciones de bombeo aplicando un algoritmo genético, pero es Dandy (1996) quien propone un algoritmo mejorado, que es aplicado al diseño óptimo de redes de distribución de agua potable.

A partir de esa fecha se da un avance acelerado en el desarrollo de nuevas técnicas con la presentación del algoritmo de Búsqueda Armónica (Geem 2002), la cual simula la armonía de las notas musicales en la música de Jazz; el algoritmo de optimización basado en Colonias de Hormigas y en la forma en que estas buscan alimento (Maier 2003),

paralelamente también se desarrolla en esa misma época el algoritmo de Shuffled Frog Leaping (Eusuff 2003). Posteriormente se presenta el algoritmo de búsqueda Tabú (Sung 2007), agente swarm (Montalvo 2010) y evolución diferencial (Vasan 2010). Pese a todo el avance mostrado, la complejidad de programación de estos algoritmos de forma que cubran una gran variedad de casos ha generado que estas técnicas no hayan permeado al campo práctico, resultando prácticamente nula la existencia de software que apoye el diseño óptimo de redes de abastecimiento.

R. Pérez, (2006), desarrolla un método para el diseño óptimo de redes de distribución de agua, basado en el concepto de la Pendiente Económica. Se demuestra que los resultados obtenidos son idénticos a los que proporcionan otros métodos establecidos, tales como el de Labye o la formulación mediante Programación Lineal. Las ventajas que aporta el método de la Pendiente Económica frente a otros consisten en utilizar un espacio menor de la memoria computacional y también, en proporcionar tiempos de cálculo inferiores a cualquiera de los otros dos métodos comparados. Debido a estas ventajas, el método descrito puede ser utilizado con éxito cuando es necesario realizar un gran número de evaluaciones, como por ejemplo, cuando se utiliza en combinación con un procedimiento de Algoritmos Genéticos.

E. Pino, (2005), dice que plantear un modelo de optimización para el diseño de la red de distribución de agua para riego, utilizando técnicas de programación lineal, permitió obtener como resultado del modelo la altura dinámica óptima del sistema y el caudal de bombeo, estos datos definirán la potencia requerida en el equipo de bombeo, por lo que una alternativa sería un sistema de bombeo en paralelo por el alto caudal de bombeo, y por seguridad de operatividad al tratarse de equipos de bombeo de alta potencia.

S. Guillem, (2000), afirma que se han cubierto ciertas lagunas existentes al actual diseño de Redes colectivas para el riego a presión, ya que todas las metodologías existentes parten de prefijar los nudos o tomas, tanto de inyección como del consumo de agua, para el posterior trazado de ésta, sin considerar en ningún momento la configuración topográfica y algunas variable especiales de la zona que abastecen. Además no se conoce con rigurosidad la influencia real en el costo de este tipo de infraestructuras que tienen las características espaciales de las superficies que la Red de riego que cubren o sirven.

J. Saldarriaga, (1998), sostiene que las redes, utilizadas en los sistemas de riego a presión en especial en los de alta frecuencias son abiertas, los riegos no tienen circuitos cerrados, pero a diferencia de las redes

cerradas, las tuberías se bifurcan constantemente para cubrir todo el terreno que debe irrigarse, por ende es factible plantear un modelo de optimización para su dimensionamiento, como es el caso de la programación lineal.

## **2.2. Base teórica**

### **2.2.1. Programación Lineal**

Según Taha, (1987). La programación lineal ofrece bases importantes para el desarrollo de métodos de solución de otras técnicas de investigación de operaciones, como la programación entera, estocástica, y la no lineal. Además después de tres décadas de experimentación y escrutinio, la programación lineal se ha aplicado con éxito impresionante a problemas que van desde casos bien conocidos de sistemas militares, agrícolas, económicos, transporte y salud, hasta casos extremos de las ciencias conductuales y sociales.

La programación lineal es un modelo de asignación de recursos, que busca la mejor asignación de recursos limitados a un número de actividades en competencia.

Un modelo de programación lineal proporciona un método eficiente para determinar una decisión óptima, (o una estrategia óptima o un plan óptimo) escogida de un gran número de decisiones posibles. En todos los

problemas de Programación Lineal, el objetivo es la maximización o minimización de alguna cantidad.

Según el Dr. Ing. Franco Bellini M. (2004), Investigación de operaciones (programación lineal), es la aplicación del método científico por un grupo multidisciplinario de personas a un problema, principalmente relacionado con la distribución eficaz de recursos limitados (dinero, materia prima, mano de obra, energía), que apoyados con el enfoque de sistemas (este enfoque, es aquel en el que un grupo de personas con distintas áreas de conocimiento, discuten sobre la manera de resolver un problema en grupo.). Puede considerarse tanto un arte como una ciencia. Como arte refleja los conceptos eficiente y limitado de un modelo matemático definido para una situación dada. Como ciencia comprende la deducción de métodos de cálculo para resolver los modelos.

### **2.2.2. Historia de la Programación Lineal**

Según Taha (1987), bastante gente sitúa el desarrollo de la programación lineal entre los avances científicos más importantes de la mitad del siglo XX, y debemos estar de acuerdo con esta afirmación si tenemos en cuenta que su impacto desde 1950 ha sido extraordinario. Se han escrito decenas de libros de texto sobre la materia y los artículos publicados que describen aplicaciones importantes se cuentan ahora por cientos. De

hecho, una proporción importante de todo el cálculo científico que se lleva a cabo en computadoras se dedica al uso de la programación lineal y a técnicas íntimamente relacionadas. (Esta proporción se estimó en un 25%, en un estudio de la IBM).

Se inicia desde la revolución industrial, en los libros se dice que fue a partir de la segunda Guerra Mundial. La investigación de operaciones se aplica a casi todos los problemas. En 1947, en E.U., George Dantzig encuentra el método SIMPLEX para el problema de programación lineal. En la investigación de operaciones, las computadoras son la herramienta fundamental en la investigación de operaciones.

### **2.2.3. El Método Simplex**

Según el Dr. Ing. Franco Bellini M. (2004), El método del simplex fue creado en 1947 por el matemático George Dantzig. El método del simplex se utiliza, sobre todo, para resolver problemas de programación lineal en los que intervienen tres o más variables. El álgebra matricial y el proceso de eliminación de Gauss-Jordán para resolver un sistema de ecuaciones lineales constituyen la base del método simplex.

Es un procedimiento iterativo que permite ir mejorando la solución a cada paso. El proceso concluye cuando no es posible seguir mejorando más dicha solución.

#### **2.2.4. Modelo de Programación Lineal**

Según Taha (1987), la construcción de un modelo matemático se puede iniciar respondiendo a las siguientes preguntas:

- ¿Qué busca determinar el modelo?, o sea ¿cuáles son las variables (incógnitas) del problema?
- ¿Qué restricciones deben imponerse a las variables a fin de satisfacer las limitaciones del sistema representado por el modelo?
- ¿Cuál es el objetivo (meta) que necesita alcanzarse para determinar la solución óptima (mejor) de entre todos los valores factibles de las variables?

Una manera efectiva de responder a estas es hacer un resumen verbal del problema. Para que un modelo sea lineal debe cumplir con las propiedades de proporcionalidad y aditividad. La proporcionalidad requiere de la contribución de cada variable en la función objetivo o su uso de los recursos sea directamente proporcional al nivel (valor) de la variable. La aditividad requiere que la función objetivo sea la suma directa de las contribuciones individuales de las variables. En forma análoga, el primer miembro o lado izquierdo de la restricción debe ser la suma de los usos individuales de cada variable del recurso correspondiente.

### 2.2.5. Estructura del Modelo de Optimización

Ahora se puede formular al modelo matemático para este problema general de asignación de recursos a actividades. En Datos necesarios para un modelo de programación lineal que maneja la asignación de recursos a actividades particular, este modelo consiste en elegir valores

de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  para: optimizar (maximizar o minimizar)  $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ , sujeta a las restricciones:

$$\begin{array}{ccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + \dots + & a_{1n}x_n & (<=, >=, =) & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + \dots + & a_{2n}x_n & (<=, >=, =) & b_2 \\ & & & & & & \cdot \\ & & & & & & \cdot \\ & & & & & & \cdot \end{array}$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (<=, >=, =) b_m$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \dots, \quad x_n \geq 0.$$

### 2.2.6. Suposiciones del Modelo de Programación Lineal

#### 2.2.6.1. Proporcionalidad

La contribución de cada actividad al valor de la función objetivo Z es proporcional al nivel de actividad  $x_j$ , como lo representa el término  $c_jx_j$  en

la función objetivo. De manera similar, la contribución de cada actividad al lado izquierdo de cada restricción funcional es proporcional al nivel de la actividad  $x_j$ , en la forma en que lo representa el término  $a_{ij}x_j$  en la restricción. En consecuencia, esta suposición elimina cualquier exponente diferente a 1 para las variables en cualquier término de las funciones (ya sea la función objetivo o la función en el lado izquierdo de las restricciones funcionales) en un modelo de programación lineal.

#### **2.2.6.2. Aditividad**

Establece que la entrada y salida de un recurso en particular al conjunto de actividades, deben ser la misma cantidad; o sea, que las actividades transforman los recursos y no los crean o destruyen. Esta suposición garantiza que la contribución total tanto a la función objetivo como a las restricciones, es igual a la suma de las contribuciones individuales. Cuando en un problema dado no se tenga la aditividad puede recurrirse al empleo de otras técnicas de la programación matemática, dependiendo de cada caso en particular.

Cada función en un modelo de programación lineal (ya sea la función objetivo o el lado izquierdo de las restricciones funcionales) es la suma de las contribuciones individuales de las actividades respectivas.

### **2.2.6.3. Divisibilidad**

Las variables de decisión en un modelo de programación lineal pueden tomar cualquier valor, incluyendo valores no enteros, que satisfagan las restricciones funcionales y de no negatividad. Así, estas variables no están restringidas a sólo valores enteros. Como cada variable de decisión representa el nivel de alguna actividad, se supondrá que las actividades se pueden realizar a niveles fraccionales.

## **2.2.7. Limitaciones del Modelo de Programación Lineal**

### **2.2.7.1. Modelo Determinístico**

El modelo de PL involucra únicamente tres tipos de parámetros:  $C_j$ ,  $a_{ij}$  y  $b_i$ ; de ahí su sencillez y gran aplicación. Sin embargo, el valor de dichos parámetros debe ser conocido y constante. Cuando el valor de los parámetros tiene un cierto riesgo o incertidumbre, puede utilizarse la programación paramétrica, la programación estocástica, o realizarse un análisis de sensibilidad.

### **2.2.7.2. Modelo Estático**

En algunos modelos matemáticos se han empleado con éxito las ecuaciones diferenciales, para inducir la variable tiempo en ellos. En este sentido, puede decidirse que la PL utiliza un modelo estático, ya que la variable tiempo no se involucra formalmente. Adquiriendo un poco de

experiencia en la formulación de modelos de PL, puede imbuirse la temporabilidad mencionada, con el uso de subíndices en las variables.

### **2.2.7.3. Modelo que no Sub-Optimiza**

Debido a la forma que se plantea el modelo de PL, o encuentra la solución óptima o declara que ésta no existe. Cuando no es posible obtener una solución óptima y se debe obtener alguna, se recurre a otra técnica más avanzada que la PL, la cual se denomina programación lineal por metas.

### **2.2.8. Funciones de Mínimo Costo**

La programación lineal es el estudio de modelos matemáticos concernientes a la asignación eficiente de los recursos limitados en las actividades conocidas, con el objetivo de satisfacer las metas deseadas (tal como maximizar beneficios o minimizar costos). El propósito de la programación lineal es el de MAXIMIZAR o MINIMIZAR funciones lineales de la forma:

$$f(X) = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots + C_nX_n$$

Sujeta a un sistema de inecuaciones o ecuaciones lineales.

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + \dots + a_{2n}X_n \leq b_2$$

...

...

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + a_{m3}X_3 + \dots + a_{mn}X_n \leq b_m$$

En donde las variables  $X_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) son no negativas.

### **2.2.9. Análisis de Sensibilidad y Post-óptimo**

El objetivo del análisis de sensibilidad es determinar la influencia de ciertos valores en la solución óptima, que nos permite la interpretación razonable de los resultados obtenidos.

En muchos casos la información lograda por la aplicación del análisis de sensibilidad puede ser más importante y más informativa que simple resultado obtenido en la solución óptima. El análisis deviene del resultado de los cambios en: Los coeficientes en la función objetivo y los términos independientes en las restricciones.

### **2.2.10. Evolución de la modelación numérica**

La evolución de la modelación numérica se suele describir dividiendo su historia en base a generaciones de modelos (CUNGE, 1989), (ABBOTT, 1991). La primera generación, en los años 50, consistió simplemente en

utilizar primitivos ordenadores o calculadoras programables para la resolución de ecuaciones matemáticas.

La segunda generación (años 60) fueron modelos numéricos que se construían enteramente, del principio al fin, para un problema concreto, destacando como adelantado a su tiempo, el modelo del delta del río Mekong (Cunge, 1975).

La tercera generación supuso la creación de esquemas numéricos básicos, cada uno para un tipo de problema, que podían luego adaptarse con relativa facilidad para un estudio concreto de un río o un área determinada, es decir, para desarrollar un modelo a partir de unas herramientas existentes. Con esta tercera generación, que se prolongó hasta mediados de los 80, la modelación numérica se convirtió en una herramienta práctica que podía ser adquirida o construida por las principales empresas consultoras y comportó el desarrollo de métodos numéricos refinados y eficientes. Un inconveniente de los modelos de esta generación era su complejidad de uso, por lo que el productor y el usuario generalmente debían ser el mismo, siendo tan solo los resultados los que eran transferidos al cliente.

La cuarta generación ocurrió gracias a la generalización de los ordenadores personales, cada vez más económicos y potentes, y ha

supuesto la popularización definitiva del uso de modelos numéricos en el campo de la hidráulica. En esta generación se han construido una serie de paquetes informáticos, o sistemas de modelación, económicos y de uso sencillo y amigable, de manera que un usuario distinto del constructor puede utilizarlos y crear sus propios modelos para problemas relativamente estándares. Los modelos de la cuarta generación, que son los que mayoritariamente se utilizan actualmente, requieren sin embargo personas con suficiente criterio y conocimiento en hidráulica para asegurar que los datos han estado utilizados de manera correcta y para una buena interpretación de los resultados.

La quinta generación, todavía en sus inicios, sería la inclusión de los modelos hidráulicos dentro de sistemas informáticos más amplios junto con otros modelos complementarios (meteorológicos, hidrológicos etc.), con actualizaciones y adquisición de datos automatizadas (a través por ejemplo, de sensores colocados en sitios estratégicos, imágenes vía satélite, sistemas de información geográfica y otras bases de datos) y verdaderamente expertos, es decir, que integren el conocimiento en distintos campos y sean capaces de expresar los resultados de manera comprensible para una persona no experta en hidráulica, e incluso capaces de tomar decisiones. Abbott (1991) sugiere el término de hidroidformática para esta quinta generación de modelos, que supone la

unión entre la hidráulica computacional y la inteligencia artificial y los sistemas de apoyo a la toma de decisiones (DSS de Decisión Support System).

### **2.2.11. Hidráulica de Sistemas presurizados**

#### **2.2.11.1. Definiciones**

Saldarriaga (1998) manifiesta que en la hidráulica de tuberías tenemos un desarrollo significativo en cuanto a los métodos utilizados y desarrollados, como se muestra a continuación: (a) Método de Hardy Cross con corrección de Caudales en los circuitos (Ing. Norteamericano H. Cross 1936, método de comprobación de diseño). (b) Método de Hardy Cross con corrección de Presiones en los nudos. (c) Método de Newton Raphson (D.W.Martin y G. Peters, 1962 y 1963, método numérico para solución de ecuaciones no lineales, por métodos iterativos). (d) Método de la Teoría Lineal (D.J. Wood y C.O.A. Charles entre 1970 y 1972, basado en la linealización de las ecuaciones de energía, requiere matrices e iteraciones). (e) Método del Gradiente (Según J. Saldarriaga 1998, garantía de conservación de masa en cada nudo y conservación de energía en cada circuito de la red).

### **2.2.11.2. Aplicaciones**

Conducciones abiertas y cerradas. Las conducciones se diseñan para transportar agua desde un punto de inicio hasta su disposición final en un depósito o en otro conducto de mayor tamaño. En el punto de inicio, o ENTRADA, el conducto recibe el agua desde una estructura de captación y luego a lo largo de su recorrido puede recibir caudales adicionales que entran lateralmente. La disposición final del caudal se hace en el sitio de ENTREGA.

Conductos a presión. Son conductos cerrados que funcionan llenos. Aunque su sección transversal no es siempre circular se conocen usualmente como Tuberías. El movimiento del líquido se produce por diferencias de Energía Hidráulica a lo largo del conducto.

La Energía Hidráulica (H) tiene tres componentes que son la Energía Potencial (Z), la Presión Interna (h) y la Energía Cinética (hv) del líquido en movimiento. La relación entre ellas se analiza por medio de la ecuación de Bernoulli:  $H = Z + h + hv$ .

## 2.2.12. Ecuaciones Empíricas para la Fricción en Tuberías

### 2.2.12.1. Ecuación de Darcy-Weisbach

Según J. Saldarriaga (1998), la ecuación de Darcy-Weisbach; escrita de la siguiente manera; proporciona por su fundamentación física, una base racional para el análisis y el cálculo de las pérdidas por fricción en una tubería.

$$h_f = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Sin embargo, a pesar de estar basada en la física clásica presenta el problema de que el factor de fricción "f" es una función no explícita del número de Reynolds y de la rugosidad relativa tal como se estableció en la ecuación de Colebrook-White, cuya forma definitiva es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{\kappa}{3,7d} - \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

Al circular el agua por una tubería, dado que lleva una cierta velocidad que es energía cinética, al rozar con las paredes de las tuberías pierde parte de la velocidad por la fricción que se produce, entre el material líquido contra el sólido de las paredes. En tanto mayor es la velocidad mayor será el roce.

### 2.2.12.2. Ecuación de Hazen-Williams

Una de las ecuaciones empíricas, independiente del análisis de Darcy, más exitosa ha sido la ecuación de Hazen-Williams (desarrollada por G.S. William y A.H. Hazen en 1933).

La pérdida por fricción se define como la pérdida de energía producto de la resistencia que la cañería opone al paso del agua. La fórmula general tiene la siguiente expresión:

$$H_f = JL$$

Donde:

$H_f$  = Pérdida de energía o carga producto de la fricción (m)

$J$  = Pérdidas de carga por cada metro de tubería (m/m)

$L$  = Longitud de la tubería de conducción (m)

Las pérdidas por carga por cada metro de tubería pueden calcularse usando la siguiente fórmula:

$$J = \frac{Q^{1,85}}{(0,28 * C)^{1,85} * D^{4,86}}$$

Donde:

Q = Caudal a transportar (m<sup>3</sup>/s).

D = Diámetro interior de la tubería (m).

C = Coeficiente de rugosidad de Hazen y Williams

**Tabla 1**

Coeficiente de Hazen - Williams para algunos materiales

MATERIAL	C	MATERIAL	C
Asbesto cemento	140	Hierro galvanizado	120
Laton	130-140	Vidrio	140
Ladrillo de saneamiento	100	Plomo	130-140
Hierro fundido, nuevo	130	Plastico (PE, PVC)	140-150
Hierro fundido, 10 años	107-113	Tubería lisa	140
Hierro fundido, 20 años	89-100	Acero nuevo	140-150
Hierro fundido, 30 años	75-90	Acero	130
Hierro fundido, 40 años	64-83	Acero rolado	110
Concreto	120-140	Lata	130
Cobre	130-140	Madera	120
Hierro dúctil	120	Hormigón	120-140

Fuente: Elaboración propia

### 2.2.13. Análisis de Redes de Tuberías

Según J. Saldarriaga (1998), las redes de tuberías se clasifican, de acuerdo con sus configuraciones básicas en redes abiertas, redes cerradas y redes de riegos.

Las redes abiertas, son redes de tubos madres o líneas expresas en sistemas de acueductos, se caracterizan por tener ningún "circuito cerrado" en el sistema.

Las redes cerradas, también conocidas como sistemas de circuitos cerrados o ciclos, su característica primordial es tener algún tipo de circuito cerrado (loop en inglés) en el sistema.

Las redes de riegos, este tipo se utiliza en los sistemas de riego a presión en especial en los de alta frecuencias. Al igual que en las redes abiertas, los riegos tampoco tienen circuitos cerrados, pero a diferencia de aquellas, las tuberías se bifurcan constantemente para cubrir todo el terreno que debe irrigarse.

#### **2.2.14. Dimensionamiento Económico de Redes Ramificadas**

El problema de dimensionado económico de una red ramificada representa avanzar un escalón más en la complejidad de los sistemas que se estudian en el tema tratado. De hecho, el dimensionamiento de una serie de tuberías constituye un caso particular de una red ramificada, en el caso general, el problema de dimensionado de una red ramificada poseerá tantas restricciones de presión mínima como de servicio, al menos, nudos extremos o terminales desde los cuales se suministran caudales de servicio.

### **2.3. Definición de términos**

#### **- Redes abiertas**

Las redes abiertas son conductos ramificados que se alimentan desde uno o varios suministros y conducen el agua entre ellos o desde ellos y los extremos finales por un único recorrido posible.

En puntos determinados de la red pueden ocurrir descargas o salidas de agua, además de las posibles ramificaciones. Esos puntos se denominan nudos de consumo. Pero también es un nudo el punto donde cambian las características del conducto, como su diámetro o su rugosidad, así no haya consumo ni ramificación.

#### **- Optimización**

Optimización es la acción de optimizar. Este verbo hace referencia a buscar la mejor manera de realizar una actividad. El término se usa mucho en la informática.

La optimización de software busca adaptar los programas informáticos para que realicen sus tareas de la forma más rápida posible

#### - Dimensionamiento

Proceso para determinar la medición deseada de la característica de una estructura.

#### - Energía potencial

En un sistema físico, es la energía que mide la capacidad que tiene dicho sistema para realizar un trabajo en función exclusivamente de su posición o configuración. Puede pensarse como la energía almacenada en el sistema, o como una medida del trabajo que un sistema puede entregar.

#### - Programación Lineal

Es un procedimiento o algoritmo matemático mediante el cual se resuelve un problema indeterminado, formulado a través de inecuaciones o ecuaciones lineales, optimizando la función objetivo, también lineal.

Consiste en optimizar (minimizar o maximizar) una función lineal, denominada función objetivo, de tal forma que las variables de dicha función estén sujetas a una serie de restricciones que expresamos mediante un sistema de inecuaciones lineales.

## **CAPITULO III**

### **MARCO METODOLOGICO**

#### **3.1. El Modelo de Optimización**

##### **3.1.1. Información Requerida**

Se requiere recopilar toda la información necesaria para elaborar el modelo de programación lineal, como ser capacidad del sistema actual si existe, disponibilidad de agua, etc.

##### **3.1.2. Elaboración del Modelo y Diseño de la Red de Distribución**

Para el diseño optimizando costos, se tendrá que generar un modelo de programación lineal cuya función objetivo sea de minimización de costos, sujeta a una serie de restricciones de orden técnico y económico. Este modelo establecido, permitirá efectuar el diseño de las líneas componentes de la red de distribución de agua.

Una vez definido el problema del tomador de decisiones, la siguiente etapa consiste en reformularlo de manera conveniente para su análisis. La forma convencional en que la investigación de operaciones (programación lineal) realiza esto es construyendo un modelo matemático

que represente la esencia del problema, a través de la transformación y representación del problema.

### **3.1.3. Transformación y Representación del Problema**

Estará orientada a transformar el problema de diseño minimizando costos en un problema eminentemente matemático de programación lineal, con una función objetivo de minimización de costos y sujeto a una serie de restricciones de orden hidráulico y económico.

La programación lineal en la solución de problemas, es una técnica para el uso eficiente o para la distribución de recursos limitados, con el fin de alcanzar los objetivos deseados.

Estos problemas se caracterizan por el gran número de soluciones que satisfacen las condiciones básicas de cada problema. La selección de una solución particular, como la mejor solución al problema, dependerá en cierto grado del objetivo global.

La solución que satisface tanto las restricciones del problema, como el objetivo, recibe el nombre de solución óptima. Un problema de programación lineal, difiere en que puede ser establecido mediante un modelo matemático, usando relaciones llamadas de "línea recta, o lineales".

El enunciado matemático de un problema de programación lineal incluye un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas, las cuales representan las condiciones del problema y una función lineal que expresa el objetivo del problema.

La combinación lineal de las variables, llamada "La Función Objetivo", deberá ser optimizada por la solución seleccionada; la cual será por maximización o minimización de la función objetivo, es decir la solución óptima maximiza o minimiza cierta combinación lineal de las variables.

Cualquier problema de programación lineal puede expresarse como un sistema de "m", ecuaciones lineales involucrando "n", variables no negativas, además de la función objetivo, la cual consiste en la minimización-maximización de una función lineal de las variables de decisión.

La Transformación y representación del problema de diseño de una red, en un problema de programación lineal se establecerá de la siguiente manera:

Si consideramos una red dada tenemos  $ND_i$  tubos de diámetro diferente, estos se pueden representar por la matriz  $D_{ij}$  donde para la sección "i" se tiene  $j = 1, 2, \dots, ND_i$  diámetros diferentes disponibles.

Asociado a cada diámetro  $D_{ij}$  se tiene el costo anual por unidad de longitud del tubo correspondiente,  $C_{ij}$ .

El costo anual de operación del sistema, por metro de columna de agua de presión, es:

$$C = \frac{Q \cdot t \cdot CE}{270 \cdot E}$$

Donde:

$Q$  : Descarga total del sistema ( $m^3/h$ )

$t$  : Tiempo anual de operación (h)

$CE$  : Costo anual de energía (HP-h)

$E$  : Eficiencia de la bomba

Los diámetros seleccionados y la presión de la bomba deben minimizar la ecuación

$$Z = \sum_{i=1}^{ND} \sum_{j=1}^{ND_i} C_{ij} X_{ij} + C \cdot P_o$$

Donde:

$C_{ij}$  : Costo anual por unidad de longitud del tubo cuyo

Diámetro es  $j$ , para la sección  $i$ .

$X_{ij}$  : Longitud del tubo de diámetro  $j$ , para la sección  $i$ .

$NS$  : Número de secciones de la red.

$C$  : Costo anual de operación.

$P_0$  : Presión de la bomba.

$$\sum_{j=1}^{ND_i} X_{ij} = L_i, \quad i = 1, 2, NS$$

Para cada sección la suma de las longitudes de los diámetros seleccionados, debe ser igual a su longitud

El flujo en cada sección es conocido, así que el gradiente de pérdida de potencial para cada diámetro disponible, usando la ecuación de Hazen-Williams:

$$J_{ij} = 1,131 * 10^9 \left( \frac{Q_i}{C} \right)^{1,852} D^{-4,872}$$

Donde:

$J_{ij}$  : Gradiente de pérdida de carga (m/m)

$Q_i$  : Caudal en la sección  $i$  ( $m^3/h$ )

$D_{ij}$  : Diámetro disponible j (mm)

$C_{ij}$  : Coefic. Hazen-Williams para el diámetro  $D_{ij}$ .

La pérdida de carga total para cada sección está dada por:

$$\sum_{j=1}^{ND_i} J_{ij} X_{ij}, i = 1, 2, \dots, NS$$

En algunos nodos de la red la carga debe ser mayor o igual a una carga mínima; esta restricción es expresada por la ecuación:

$$H_o - \sum_l^j \sum_{j=1}^{ND_i} J_{lj} \cdot X_{lj} \leq H_{kmin}$$

Donde:

$H_o$  : Carga de la bomba.

$L$  : Diferentes secciones que conectan al nodo k, con el  
Nodo donde se encuentra la bomba.

$J_{l,j}$  : Gradiente de pérdida de carga, para el diámetro  
Disponible "j", correspondiente a la sección "i".

$X_{l,j}$  : Longitud de tubo de diámetro j, de la sección "i".

$H_{kmin}$  : Carga mínima requerida en el nodo k.

El potencial de la bomba puede expresarse como:

$$H_o = P_o + E_o$$

Donde:

$P_o$  : Presión de la bomba.

$E_o$  : Elevación de la bomba.

Por lo tanto se puede escribirse:

$$\sum_i^j \sum_{j=1}^{ND_i} J_{ij} \cdot X_{ij} - P_o \leq E_o - H_{kmin}$$

La última restricción es:

$$X_{ij} \geq 0,$$

$$i = 1, 2, \dots, NS.$$

$$j = 1, 2, \dots, ND_i$$

En resumen, el diseño de una red usando este método consiste en encontrar los valores de  $X_{ij}$  y  $P_o$  que minimicen la función:

$$Z = \sum_{i=1}^{ND} \sum_{j=1}^{ND_i} C_{ij} X_{ij} + C.P_o$$

Sujeta a las restricciones siguientes:

$$\sum_{j=1}^{ND_i} X_{ij} \leq L_i, \quad i = 1, 2, NS$$

$$\sum_{l=1}^j \sum_{j=1}^{ND_l} J_{lj} \cdot X_{lj} - P_o \leq E_o - H_{kmin}$$

$$X_{ij} \geq 0,$$

$$i = 1, 2, \dots, NS.$$

$$j = 1, 2, \dots, ND_i$$

### 3.1.4. Solución numérica del modelo de programación lineal

La programación lineal en la solución de problemas, es una técnica para el uso eficiente o para la distribución de recursos limitados, con el fin de alcanzar los objetivos deseados, que este caso específico es el de obtener el dimensionamiento de los diámetros de las tuberías de la red de distribución de agua.

Estos problemas se caracterizan por el gran número de soluciones que satisfacen las condiciones básicas de cada problema. La selección de una

solución particular, como la mejor solución del problema, dependerá en cierto grado del objetivo global que se está planteando.

El problema de programación lineal, difiere en que puede ser establecido mediante un modelo matemático, usando relaciones llamadas de "línea recta" o "lineales".

El enunciado matemático completo de un problema de programación lineal, incluye un conjunto de ecuaciones simultáneas, las cuales representan las condiciones del problema y una función lineal que expresa el objetivo del problema.

Matemáticamente, la programación trata con soluciones no negativas para sistemas indeterminados de ecuaciones lineales. Las únicas soluciones con las que se tendrá que tratar son las correspondientes a cierto subconjunto de ecuaciones.

En tal sentido, la combinación lineal de variables, llamada "función objetivo", deberá ser optimizada por la solución seleccionada; la cual será para nuestro caso particular estudiado por "minimización", de la "función objetivo"; es decir, la solución óptima minimiza la combinación de las variables que este caso será la minimización del costo del sistema.

Luego de establecer este sistema de ecuaciones lineales, que pueden ser bastante grandes, la solución numérica del modelo de optimización puede ser resuelta en forma manual, pero es bastante tedioso, por lo tanto para el presente trabajo de investigación dicha solución se realizó utilizando el método SIMPLEX.

### **3.1.5. Elaboración de programa MATLAB**

Para la solución del modelo usando el algoritmo simplex, se elaboró un código computacional desarrollado en MATLAB, es decir, como archivo tipo .m, el mismo que tiene una estructura bien definida, los datos son leídos a partir de archivos tipo .txt, donde se han ingresado las matrices que corresponden a los coeficientes de la función objetivo, coeficientes de las restricciones de desigualdad, coeficientes de las restricciones de igualdad, coeficientes del lado derecho de las matrices anteriores, coeficientes de valores máximos y mínimos.

El programa elaborado es el siguiente:

```
% Código para calcular el mínimo de una función objetivo
```

```
% con restricciones
```

```
clc; clearall; format compact;
```

```

d=8; %numero de diametros

t=12; %numero de tramos de la red

Z = load('z1.txt'); %coeficientes funcion objetivo

A = load('a1.txt'); %coeficientes restricciones desigualdad

b = load('b1.txt'); % lado derecho restricciones desigualdad

Aeq = load('aeq1.txt'); %coeficientes restricciones igualdad

beq = load('beq1.txt'); % lado derecho restricciones igualdad

[m,n] = size(Z); %determina el tamaño del vector mxn

t = load('var.txt'); %etiquetas de variables

xlb=zeros(1,n); % limite inferior para las variables x1, x2 , x3, etc

xub=[]; % limite superior para las variables x1, x2 , x3 , etc

x0(1:n)=1;% estimado inicial

options=optimset('LargeScale','off','Display','iter');

%Algoritmo de Optimizacion

% -----

```

```

[x,Zmin,flag,output,lambda]=linprog(Z,A,b,Aeq,beq,xlb,xub,x0,options);

% -----

x;

Zmin;

fprintf('-----\n')

fprintf('----- despliegue de resultados -----\n')

fprintf('-----\n')

for i=1:n

xj=x(i); % reasignacion de valores

xx=(i);

    %fprintf('%4.0f\t',xx), fprintf('%6.2f\n',xj)

fprintf('No. de Variable%4.0f %8.2f m\n', xx, xj)

end

% despliegue de resultados

fprintf('Valor de la F.O. S/. = %10.2f\n',Zmin)

```

### **3.2. Caracterización del diseño de investigación**

La formulación conceptual y matemática del modelo de programación lineal lograra el dimensionamiento óptimo de redes abiertas ramificadas de distribución de agua, utilizando la energía potencial disponible representado como altura o cota topográfica.

La metodología a seguir estará basada eminentemente en trabajo de gabinete, que consiste en la revisión de toda la información producida hasta la fecha en el tema, especialmente las publicaciones y adelantos en la investigación.

### **3.3. Acciones para ejecución del Proyecto**

La recolección de datos es eminentemente teórica, sobre trabajos e investigaciones realizadas por los investigadores en otras ramas del conocimiento humano. En este caso se plantea aplicar las técnicas de optimización a la especialidad de la ingeniería hidráulica, específicamente al tema de diseño o dimensionamiento de redes de distribución de agua.

### **3.4. Materiales y/o instrumentos**

Existe una forma estándar del modelo, y se puede formular el modelo matemático, para este problema general de asignación de recursos a actividades. En Datos necesarios para un modelo de programación lineal

que maneja la asignación de recursos a actividades particular, este modelo consiste en elegir valores de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  para: optimizar (maximizar o minimizar)  $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ , sujeta a las restricciones:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n (<=, >=, =) b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n (<=, >=, =) b_2$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (<=, >=, =) b_m$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \dots, x_n \geq 0.$$

### 3.5. Población y muestra

Se estable como muestra un caso particular, al que se le ensayara el modelo de optimización establecido. Sobre este caso se espera encontrar las respuestas aplicando un análisis de sensibilidad sobre los valores de las variables de salida establecidas como son los diámetros de las tuberías y otros.

### 3.6. Tratamiento de datos

La construcción de un modelo matemático se puede iniciar respondiendo a las siguientes preguntas:

- ¿Qué busca determinar el modelo?, o sea ¿cuáles son las variables (incógnitas) del problema?
- ¿Que restricciones deben imponerse a las variables a fin de satisfacer las limitaciones del sistema representado por el modelo?
- ¿Cuál es el objetivo (meta) que necesita alcanzarse para determinar la solución óptima (mejor) de entre todos los valores factibles de las variables?

Una manera efectiva de responder a éstas, es hacer un resumen verbal del problema. Para que un modelo sea lineal debe cumplir con las propiedades de proporcionalidad y aditividad. La proporcionalidad requiere de la contribución de cada variable en la función objetivo o su uso de los recursos sea directamente proporcional al nivel (valor) de la variable. La aditividad requiere que la función objetivo sea la suma directa de las contribuciones individuales de las variables. En forma análoga, el primer miembro o lado izquierdo de la restricción debe ser la suma de los usos individuales de cada variable del recurso correspondiente.

## **CAPÍTULO IV**

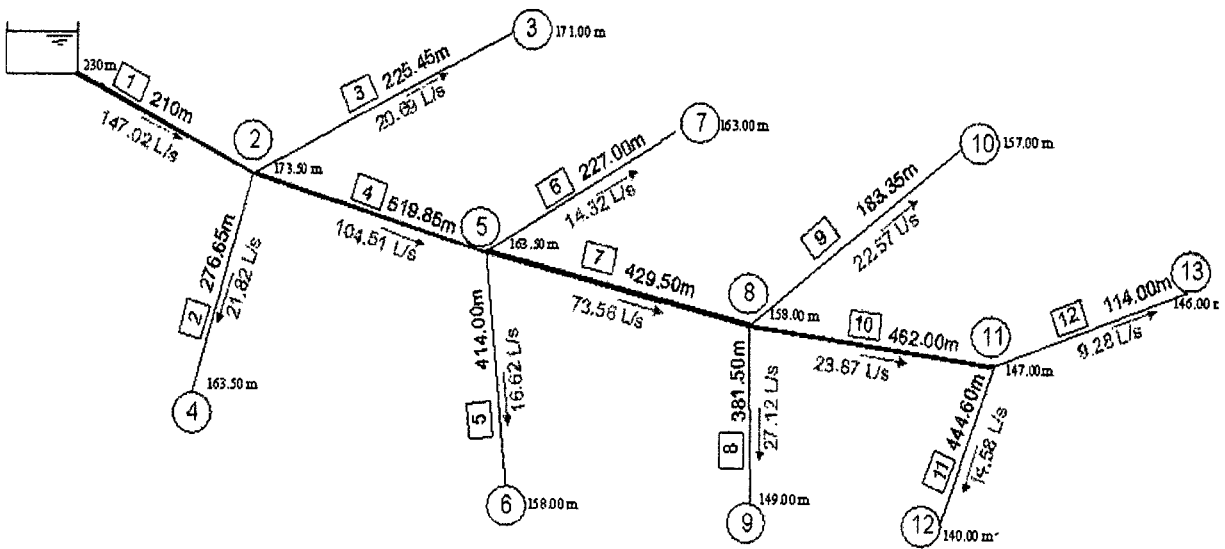
### **DESARROLLO DE LA APLICACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS**

#### **4.1. El Modelo Conceptual y estudio de casos**

El modelo conceptual de optimización fue elaborado planteando una función de minimización de costos, en función a un conjunto de restricciones. La función de minimización de costos requiere el cálculo hidráulico de pérdidas de carga para cada tramo del modelo, según un esquema funcional. El esquema funcional modelado corresponde a las condiciones reales del terreno, tal como se muestra en los planos respectivos. Indudablemente esta simplificación gráfica es bastante útil al generar el modelo de programación lineal.

#### **4.2. Caso 1: Condiciones Topográficas Adecuadas**

En este primer caso, tenemos que la carga de altura topográfica permite dimensionar y operar el sistema en forma natural, es decir, sin requerir de energía externa para su operación, ver figura.



**Figura 1**  
**Condiciones topográficas adecuadas**

#### 4.2.1. Información de Entrada

El modelo de optimización requiere información básica, como ser: caudales, pérdidas de carga unitaria, longitud de tramos, presiones requeridas, funciones de costos de tuberías, bombas, topografía y costo de energía para el bombeo si fuese el caso.

La información de entrada al modelo planteado será la siguiente:

**Tabla 2**

Caudales y longitudes de entrada

SECCION	CAUDAL	LONGITUD
	l/s	m
1	147,02	210,00
2	21,82	276,65
3	20,69	225,45
4	104,51	519,85
5	16,62	414,00
6	14,32	227,00
7	73,56	429,50
8	27,12	381,50
9	22,57	183,35
10	23,87	462,00
11	14,58	444,60
12	9,28	114,00

Fuente: Elaboración propia

Las presiones mínimas requeridas en los nudos externos de la red de distribución de agua para riego establecida, se han definido en función del sistema de riego que se espere se instale o se encuentre instalado. El

valor de "Po" de 30m.c.a. o equivalente a 3,0 atmósferas, es un valor cubre sin dificultades las solicitaciones de presión en el nudo para operar sistemas de riego presurizado como ser goteo, micro aspersión e inclusive aspersión y también en el caso de redes de agua para uso poblacional.

También es necesario contar con los valores de pérdidas de carga unitaria m/m para los diferentes diámetros internos de tuberías ensayadas con DN 90, 110, 140, 160, 200, 250, 315 y 355 mm. Las pérdidas de carga en tuberías de diferentes diámetros asignados al modelo de optimización son:

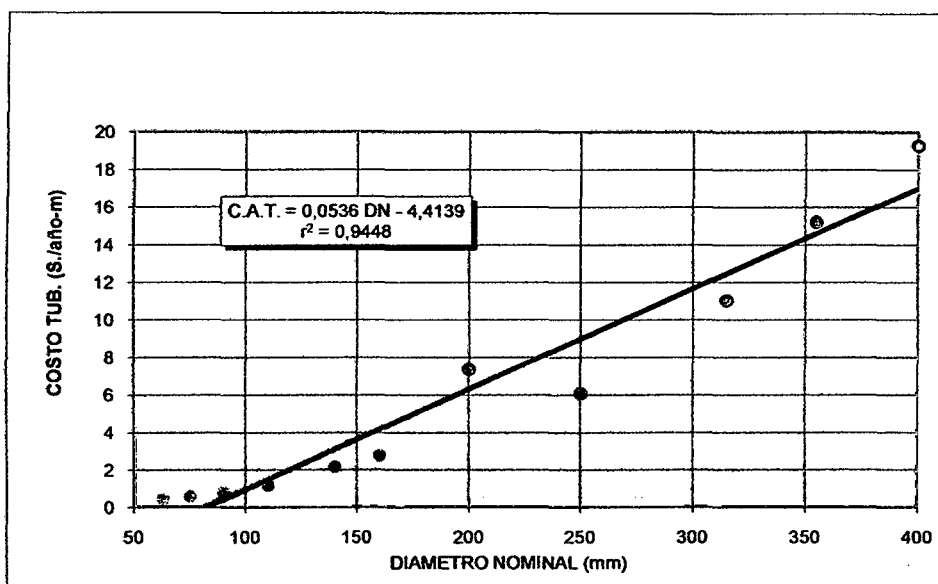
**Tabla 3**

Perdida de carga unitaria en tuberías

No. de Tramo	Caudal (ls)	Diámetro Nominal (mm)							
		355	315	250	200	160	140	110	90
1	147,02	0,0056	0,0101	0,0311	0,0923	0,2733	0,5270	16,971	4,5041
2	21,82	0,0002	0,0003	0,0009	0,0027	0,0080	0,0154	0,0496	0,1316
3	20,69	0,0001	0,0003	0,0008	0,0024	0,0072	0,0140	0,0449	0,1193
4	104,51	0,0030	0,0004	0,0165	0,0491	0,1452	0,2801	0,9020	2,3937
5	16,62	0,0001	0,0002	0,0005	0,0016	0,0048	0,0093	0,0300	0,0795
6	14,32	0,0001	0,0001	0,0004	0,0012	0,0037	0,0071	0,0227	0,0604
7	73,56	0,0016	0,0028	0,0086	0,0256	0,0758	0,1462	0,4707	1,2493
8	27,12	0,0002	0,0004	0,0014	0,0040	0,0119	0,0230	0,0742	0,1969
9	22,57	0,0002	0,0003	0,0010	0,0029	0,0085	0,0164	0,0528	0,1401
10	23,87	0,0002	0,0003	0,0011	0,0032	0,0094	0,0182	0,0585	0,1553
11	14,58	0,0001	0,0001	0,0004	0,0013	0,0038	0,0073	0,0235	0,0624
12	9,28	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0016	0,0032	0,0102	0,0270

Fuente: Elaboración propia

La función de costos de las tuberías ensayadas en el modelo es:



**Figura 2**

Función de costos de tuberías

**Tabla 4**

Costo anual unitario de tuberías

DN (mm)	DI (mm)	C. UNITARIO S./tubo	C. UNITARIO S./m	C. ANUAL S./m
400	380,4	881,00	146,83	19,30
355	337,6	694,00	115,57	15,21
315	299,6	504,00	84,00	11,04
250	237,8	277,00	46,17	6,07
200	190,2	336,00	56,00	7,36
160	152,2	127,00	21,17	2,78
140	133,0	100,00	16,67	2,19
110	104,6	55,00	9,17	1,21
90	85,6	37,37	6,28	0,83
75	71,2	27,50	4,58	0,60
63	59,8	21,00	3,50	0,46

FACTOR DE RECUPERACION DE CAPITAL	FRC = 0,1315
TASA DE INTERES	i = 10%
VIDA UTIL	N = 15

Fuente: Elaboración propia

#### **4.2.2. Variables del Modelo de Optimización**

El modelo de optimización establecido es el siguiente y corresponde a la información y planteamiento hidráulico realizado en las etapas anteriores.

Las variables establecidas son las longitudes de tuberías del diámetro “ $i$ ” y tramo “ $j$ ”. Donde “ $i$ ”, representa el diámetro de la tubería a ser ensayado en el modelo, para este caso se ha considerado  $i=8$ , o sea 8 diámetros posibles para la selección óptima, según las restricciones establecidas.

“ $j$ ”, representa el tramo de la red de distribución, en este caso se ha modelado 12 tramos, por lo tanto la función objetivo tendrá 96 términos correspondientes al costo de las tuberías.

#### **4.2.3. Modelo Matemático de Optimización**

El modelo matemático de optimización usando programación lineal fue elaborado considerando toda la información tratada anteriormente, resultando un modelo con una (01) función objetivo de minimización de costos, sujeta a un conjunto de restricciones distribuidas en dos grupos.

El primer grupo de restricciones del modelo corresponde a las de tipo hidráulico, en la que se plantea que la altura de bombeo menos las pérdidas generadas en la ruta crítica debe ser mayor o igual a la presión mínima requerida en el nudo restando de esta la diferencia topográfica a

favor y sumando esta diferencia si es en contra. En este grupo se han definido 8 restricciones.

El segundo grupo corresponde a restricciones de tipo geométricas en las que la suma de todos los valores de longitudes parciales de un tramo debe ser igual a la longitud del tramo. En este caso se han generado un total de 12 restricciones que corresponden al total de tramos establecidos en el modelo.

Cabe destacar que el modelo se estable para la condición más desfavorable, pudiéndose generar modelos para las demás situaciones en las condiciones o solicitudes de caudal y presión son menores.

De este modelo podemos notar que se están ensayando 08 diámetros posibles entre 355 y 90 mm, que para un total de 12 tramos, se generó la matriz mostrada.

**Tabla 5**

**Modelo matemático de optimización- generación de matrices**

```

UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN
ESCUELA DE POST GRADO

FUNCION OBJETIVO
MIN
R1 21 L11+11 04 L21+6 07 L31+7 36 L41+2 78 L51+2 19 L61+1 21 L71+0 03L81+
R2 21 L12+11 04 L22+6 07 L32+7 36 L42+2 78 L52+2 19 L62+1 21 L72+0 03L91+
R3 21 L13+11 04 L23+6 07 L33+7 36 L43+2 78 L53+2 19 L63+1 21 L73+0 03L101+
R4 21 L14+11 04 L24+6 07 L34+7 36 L44+2 78 L54+2 19 L64+1 21 L74+0 03L111+
R5 21 L15+11 04 L25+6 07 L35+7 36 L45+2 78 L55+2 19 L65+1 21 L75+0 03L121+
R6 21 L16+11 04 L26+6 07 L36+7 36 L46+2 78 L56+2 19 L66+1 21 L76+0 03L131+
R7 21 L17+11 04 L27+6 07 L37+7 36 L47+2 78 L57+2 19 L67+1 21 L77+0 03L141+
R8 21 L18+11 04 L28+6 07 L38+7 36 L48+2 78 L58+2 19 L68+1 21 L78+0 03L151+
R9 21 L19+11 04 L29+6 07 L39+7 36 L49+2 78 L59+2 19 L69+1 21 L79+0 03L161+
R10 21 L20+11 04 L30+6 07 L40+7 36 L50+2 78 L60+2 19 L70+1 21 L80+0 03L171+
R11 21 L21+11 04 L31+6 07 L41+7 36 L51+2 78 L61+2 19 L71+1 21 L81+0 03L181+
R12 21 L22+11 04 L32+6 07 L42+7 36 L52+2 78 L62+2 19 L72+1 21 L82+0 03L191+

```

Fuente: Elaboración propia

A su vez, como se indicó anteriormente, se han generado un conjunto de restricciones hidráulicas y geométricas, las mismas se muestran a continuación:

**Tabla 6**

**Modelo matemático de optimización – generación de matrices hidráulicas y geométricas**

```

LINDO
File Edit Solve Reports Window Help
[Icons]
RESTRICCIONES
ST
ITRANO 1-2
1) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270 L61+1.6971 L71+4.5041 L81+
0.0002 L12+0.0003 L22+0.0009 L32+0.0027 L42+0.0080 L52+0.0154 L62+0.0496 L72+0.1316 L82 <=33.5
ITRANO 1-3
2) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270 L61+1.6971 L71+4.5041 L81+
0.0001 L13+0.0003 L23+0.0008 L33+0.0024 L43+0.0072 L53+0.0140 L63+0.0449 L73+0.1193 L83 <=29.0
ITRANO 1-4-6
3) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270 L61+1.6971 L71+4.5041 L81+
0.0030 L14+0.0054 L24+0.0165 L34+0.0491 L44+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+
0.0001 L16+0.0001 L26+0.0004 L36+0.0012 L46+0.0037 L56+0.0071 L66+0.0227 L76+0.0604 L86 <=37.0
ITRANO 1-4-5
4) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270 L61+1.6971 L71+4.5041 L81+
0.0030 L14+0.0054 L24+0.0165 L34+0.0491 L44+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+
0.0001 L15+0.0002 L25+0.0005 L35+0.0016 L45+0.0048 L55+0.0093 L65+0.0300 L75+0.0795 L85 <=42.0
ITRANO 1-4-7-8
5) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270 L61+1.6971 L71+4.5041 L81+
0.0030 L14+0.0054 L24+0.0165 L34+0.0491 L44+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+
0.0016 L17+0.0028 L27+0.0086 L37+0.0256 L47+0.0758 L57+0.1462 L67+0.4707 L77+1.2493 L87+
0.0002 L18+0.0004 L28+0.0014 L38+0.0040 L48+0.0119 L58+0.0230 L68+0.0742 L78+0.1969 L88 <=51.0
ITRANO 1-4-7-9
6) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270 L61+1.6971 L71+4.5041 L81+
0.0030 L14+0.0054 L24+0.0165 L34+0.0491 L44+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+
0.0016 L17+0.0028 L27+0.0086 L37+0.0256 L47+0.0758 L57+0.1462 L67+0.4707 L77+1.2493 L87+
0.0002 L19+0.0003 L29+0.0010 L39+0.0029 L49+0.0085 L59+0.0164 L69+0.0528 L79+0.1401 L89 <=43.0
ITRANO 1-4-7-10-11
7) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270 L61+1.6971 L71+4.5041 L81+
0.0030 L14+0.0054 L24+0.0165 L34+0.0491 L44+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+
0.0016 L17+0.0028 L27+0.0086 L37+0.0256 L47+0.0758 L57+0.1462 L67+0.4707 L77+1.2493 L87+
0.0002 L110+0.0003 L210+0.0011 L310+0.0032 L410+0.0094 L510+0.0182 L610+0.0585 L710+0.1553 L810+
0.0001 L111+0.0001 L211+0.0004 L311+0.0013 L411+0.0038 L511+0.00734 L611+0.0235 L711+0.0624 L811 <=60.1
ITRANO 1-4-7-10-12
8) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270 L61+1.6971 L71+4.5041 L81+
0.0030 L14+0.0054 L24+0.0165 L34+0.0491 L44+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+
0.0016 L17+0.0028 L27+0.0086 L37+0.0256 L47+0.0758 L57+0.1462 L67+0.4707 L77+1.2493 L87+
0.0002 L110+0.0003 L210+0.0011 L310+0.0032 L410+0.0094 L510+0.0182 L610+0.0585 L710+0.1553 L810+
0.0000 L112+0.0001 L212+0.0002 L312+0.0006 L412+0.0016 L512+0.0032 L612+0.0102 L712+0.0270 L812 <=54.0

9) I11 + L21 + L31 + L41 + L51 + L61 + L71 + L81 = 210.00
10) L12 + L22 + L32 + L42 + L52 + L62 + L72 + L82 = 276.65
11) L13 + L23 + L33 + L43 + L53 + L63 + L73 + L83 = 225.45
12) L14 + L24 + L34 + L44 + L54 + L64 + L74 + L84 = 519.85
13) L15 + L25 + L35 + L45 + L55 + L65 + L75 + L85 = 414.00
14) L16 + L26 + L36 + L46 + L56 + L66 + L76 + L86 = 227.00
15) L17 + L27 + L37 + L47 + L57 + L67 + L77 + L87 = 429.50
16) L18 + L28 + L38 + L48 + L58 + L68 + L78 + L88 = 381.50

```

Fuente: Elaboración propia

#### 4.2.4. Resultados Obtenidos

Luego de la solución computacional del modelo planteado, se llegó a los siguientes resultados para los diámetros de tuberías en cada uno de los tramos de la red de distribución de agua.

**Tabla 7**

Resultados obtenidos con el modelo matemático, programa LINDO

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
L11	0.000000	8.239722
L21	0.000000	15.268595
L31	210.000000	0.000000
L41	0.000000	3.450666
L51	0.000000	5.260870
L61	0.000000	13.627749
L71	0.000000	53.958130
L81	0.000000	152.679260
L12	0.000000	13.771073
L22	0.000000	9.601537
L32	0.000000	4.634317
L42	0.000000	5.932659
L52	0.000000	1.377219
L62	0.000000	0.821512
L72	115.099281	0.000000
L82	161.550720	0.000000
L13	0.000000	13.771183
L23	0.000000	9.602204
L33	0.000000	4.634758
L43	0.000000	5.932930
L53	0.000000	1.377446
L63	0.000000	0.822177
L73	59.505173	0.000000
L83	165.944824	0.000000
L14	0.000000	8.794895
L24	0.000000	4.686247
L34	471.568909	0.000000
L44	0.000000	2.123364
L54	48.281086	0.000000
L64	0.000000	2.858492
L74	0.000000	17.776325
L84	0.000000	55.529137
L15	0.000000	13.770465
L25	0.000000	9.601233
L35	0.000000	4.633535
L45	0.000000	5.931980
L55	0.000000	1.376545
L65	0.000000	0.821091
L75	247.177780	0.000000

Tabla 7

Continuación

The screenshot shows the LINDO Reports Window with a menu bar (File, Edit, Solve, Reports, Window, Help) and a toolbar. The main area displays a list of variables and their values in a three-column format. The variables listed are I37 through I27. The values are displayed in two columns, with some variables having values in both columns.

Variable	Value 1	Value 2
I37	0.000000	6.173742
I47	0.000000	7.767814
I57	0.000000	4.085719
I67	0.000000	4.754932
I77	0.000000	9.579121
I87	0.000000	23.125593
I18	0.000000	13.770823
L28	0.000000	9.601442
L38	0.000000	4.634540
L48	0.000000	5.932592
I58	0.000000	1.377058
I68	0.000000	0.821434
L78	380.132446	0.000000
L88	1.367567	0.000000
I19	0.000000	13.771043
I29	0.000000	9.601478
I39	0.000000	4.634525
L49	0.000000	5.932795
I59	0.000000	1.377171
L69	0.000000	0.821558
I79	59.704880	0.000000
L89	123.645119	0.000000
L110	0.000000	13.391537
L210	0.000000	9.222580
L310	0.000000	4.260930
L410	0.000000	5.572847
I510	0.000000	1.057555
L610	0.000000	0.559398
I710	462.000000	0.000000
L810	0.000000	0.630279
L111	0.000000	13.755779
L211	0.000000	9.585779
I311	0.000000	4.618911
L411	0.000000	5.918304
I511	0.000000	1.364396
L611	0.000000	0.811342
I711	444.600006	0.000000
L811	0.000000	0.025990
I112	0.000000	14.380000
L212	0.000000	10.210000
I312	0.000000	5.240000
L412	0.000000	6.530000
I512	0.000000	1.950000
L612	0.000000	1.360000
I712	0.000000	0.380000
L812	114.000000	0.000000
I27	429.500000	0.000000

Fuente: Elaboración propia

Usando el programa elaborado en MATLAB, se puede corroborar los resultados obtenidos con el programa LINDO.



**Tabla 9****Resumen de resultados finales de diseño**

SECCION	CAUDAL	LONGITUD m	VARIABLE SELECCIONADA	DIAMETRO SELECCIONADO (mm)	LONGITUD DE DISEÑO (m)	OBSERVACIONES
1	147,02	210,00	L31	250	210,00	Un solo diámetro seleccionado
2	21,82	267,65	L72	110	115,10	Telescópico
			L82	90	161,55	
3	20,69	225,45	L73	110	59,91	Telescópico
			L83	90	165,94	
4	104,51	519,85	L34	250	471,57	Telescópico
			L54	160	48,28	
5	16,62	414,00	L75	110	247,18	Telescópico
			L85	90	166,88	
6	14,32	227,00	L86	90	227,00	Un solo diámetro seleccionado
7	73,56	429,50	L27	250	429,50	
8	27,12	381,50	L78	110	380,13	Telescópico
			L88	90	1,37	
9	22,57	183,35	L79	110	59,70	Telescópico
			L89	90	123,65	
10	23,87	462,00	L710	110	462,00	Un solo diámetro seleccionado
11	14,58	444,60	L711	110	444,60	Un solo diámetro seleccionado
12	9,28	114,00	L812	90	114,00	Un solo diámetro seleccionado

Fuente: Elaboración propia

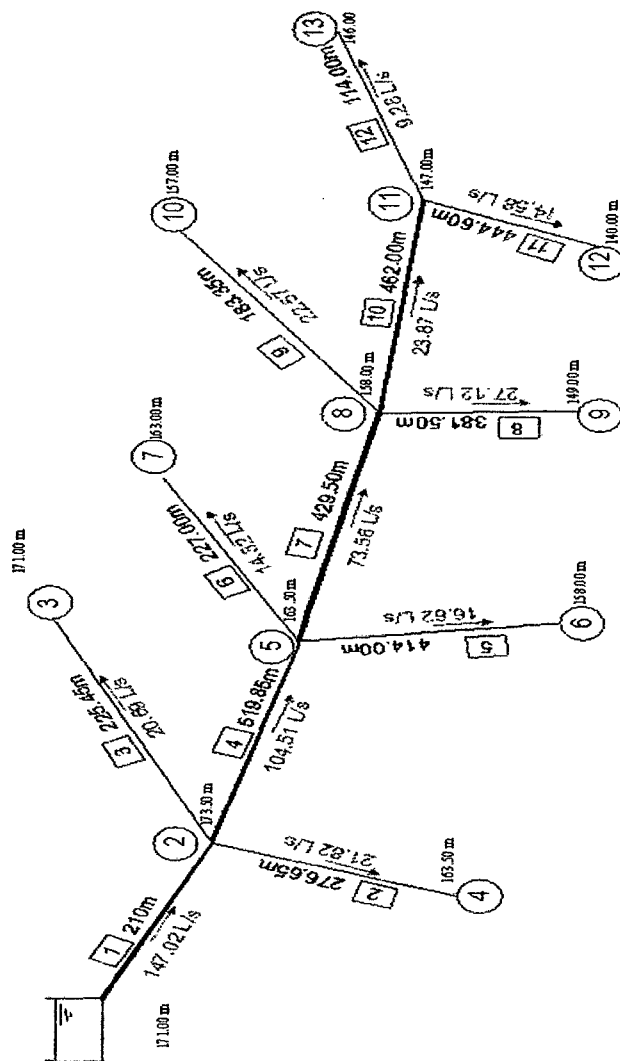
Como se puede observar, el diámetro mayor obtenido es de 250 mm, y el menor de 90mm., lo que denota la gran variedad o rango de valores que se presentan en la red de distribución de agua. Cabe destacar que la optimización es matemática; por lo tanto, es aceptable que en tramo de cómo resultado de la optimización dos diámetros o sea una tubería telescópica, esto en razón a la disponibilidad de energía por disipar a fin de cumplir con los requerimientos de presión mínima en los nudos externos.

En una situación práctica o aplicada, una tubería telescópica optimizada en dos tramos, deberá por lo menos que existir una diferencia de distancias considerable como un 30% a más, para justificar un cambio de diámetro, en virtud a que este cambio de diámetro exige también la utilización de accesorios de cambio de diámetro. En términos generales, la aplicación de estas técnicas, permite lograr un diseño adecuado, que no exige grandes solicitaciones de presión más bien combina los elementos: costo inicial o fijo y costo operativo en un punto de equilibrio que le hemos denominado “óptimo”, lo que genera ahorro significativo en horizontes de planeación de los proyectos de abastecimiento de agua.

#### **4.3. Caso 2: Condiciones Topográficas Inadecuadas**

En este segundo caso, tenemos que la carga de altura topográfica no permite dimensionar y operar el sistema en forma natural, es decir que se requiere de energía externa para su operación, por tanto se debe incluir algún equipo electromecánico como las electrobombas para su funcionamiento. El esquema muestra que la cota del reservorio es 171,00 msnm. En función de este planteamiento el modelo de optimización sufrirá una modificación sustancial al incorpora una nueva variable a ser optimizada y se refiere al componente energético representado por la altura dinámica de la bomba. Se debe considerar que este elemento se

debe modelar como costo de energía mensualizado y a su vez costo del propio equipo de bombeo reducido a valor anual.



**Figura 3**  
Condiciones topográficas inadecuadas

### 4.3.1 Información de Entrada

El modelo de optimización requiere información básica, como ser: caudales, pérdidas de carga unitaria, longitud de tramos, presiones requeridas, funciones de costos de tuberías, bombas, topografía y costo de energía para el bombeo si fuese el caso.

La información de entrada al modelo planteado será la siguiente:

**Tabla 10**

Información de entrada al modelo – caudales y longitud de entrada

SECCION	CAUDAL	LONGITUD
	l/s	m
1	147,02	210,00
2	21,82	276,65
3	20,69	225,45
4	104,51	519,85
5	16,62	414,00
6	14,32	227,00
7	73,56	429,50
8	27,12	381,50
9	22,57	183,35
10	23,87	462,00
11	14,58	444,60
12	9,28	114,00

Fuente: Elaboración propia

Las presiones mínimas requeridas en los nudos externos de la red de distribución de agua para riego establecida, se han definido en función del sistema de riego que se espere se instale o se encuentre instalado. El

valor de “Po” de 30 m.c.a. o equivalente a 3,0 atmósferas, es un valor cubre sin dificultades las solicitudes de presión en el nudo para operar sistemas de riego presurizado como ser goteo, micro aspersión e inclusive aspersión y también en el caso de redes de agua para uso poblacional.

También es necesario contar con los valores de pérdidas de carga unitaria m/m para los diferentes diámetros internos de tuberías ensayadas con DN 90, 110, 140, 160, 200, 250, 315 y 355 mm. Las pérdidas de carga en tuberías de diferentes diámetros asignados al modelo de optimización son:

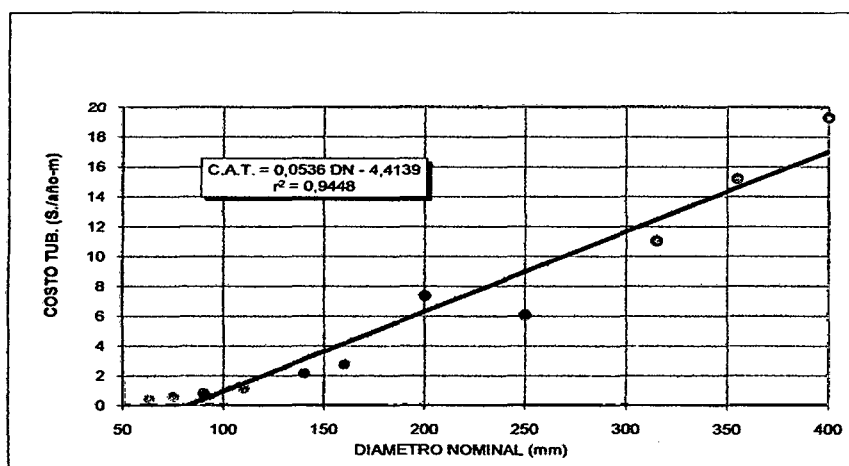
**Tabla 11**

Perdida de carga unitaria en tuberías

No. de Tramo	Caudal (ls)	Diámetro Nominal (mm)							
		355	315	250	200	160	140	110	90
1	147,02	0,0056	0,0101	0,0311	0,0923	0,2733	0,5270	16,971	4,5041
2	21,82	0,0002	0,0003	0,0009	0,0027	0,0080	0,0154	0,0496	0,1316
3	20,69	0,0001	0,0003	0,0008	0,0024	0,0072	0,0140	0,0449	0,1193
4	104,51	0,0030	0,0004	0,0165	0,0491	0,1452	0,2801	0,9020	2,3937
5	16,62	0,0001	0,0002	0,0005	0,0016	0,0048	0,0093	0,0300	0,0795
6	14,32	0,0001	0,0001	0,0004	0,0012	0,0037	0,0071	0,0227	0,0604
7	73,56	0,0016	0,0028	0,0086	0,0256	0,0758	0,1462	0,4707	1,2493
8	27,12	0,0002	0,0004	0,0014	0,0040	0,0119	0,0230	0,0742	0,1969
9	22,57	0,0002	0,0003	0,0010	0,0029	0,0085	0,0164	0,0528	0,1401
10	23,87	0,0002	0,0003	0,0011	0,0032	0,0094	0,0182	0,0585	0,1553
11	14,58	0,0001	0,0001	0,0004	0,0013	0,0038	0,0073	0,0235	0,0624
12	9,28	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0016	0,0032	0,0102	0,0270

Fuente: Elaboración propia

La función de costos de las tuberías ensayadas en el modelo es:



**Figura 4**

Función de costos de tuberías

**Tabla 12**

Costo anual unitario de tuberías

DN (mm)	Di (mm)	C. UNITARIO S./tubo	C. UNITARIO S./m	C. ANUAL S./m
400	380,4	881,00	146,83	19,30
355	337,6	694,00	115,67	15,21
315	299,6	504,00	84,00	11,04
250	237,8	277,00	46,17	6,07
200	190,2	336,00	56,00	7,36
160	152,2	127,00	21,17	2,28
140	130,0	100,00	16,17	2,19
110	104,6	55,00	9,17	1,21
90	85,6	37,70	6,28	0,83
75	71,2	27,50	4,58	0,60
63	59,8	21,00	3,50	0,46

FACTOR DE RECUPERACION DE CAPITAL	FRC = 0.1315
TASA DE INTERES	i = 10%
VIDA UTIL	N = 15

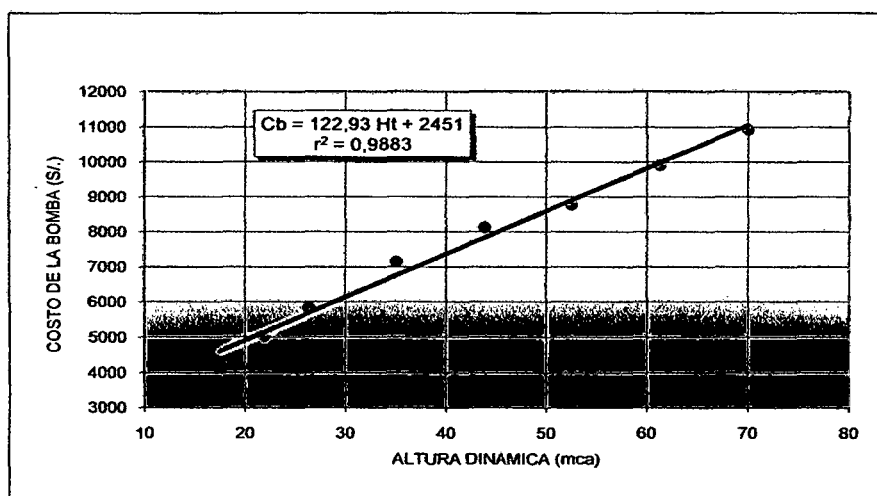
Fuente: Elaboracion propia

A su vez es necesario utilizar una función de costo de equipos de bombeo, para lo cual de la disponibilidad comercial de éstos, se obtuvo lo siguiente:

**Tabla 13**

Función costos de bombas

No.	MODELO	HT (m.c.a.)	COSTO (\$/.)
1	MN 40 200A 10 HP	17,50	4230,00
2	MN 50 200C 12,5 HP	21,88	5020,00
3	MN 40 250B 15 HP	26,25	5838,732
4	MN 40 250A 20 HP	35,00	7147,14
5	MN 50 250B 25 HP	43,75	8117,11
6	MN 50 250A 30 HP	52,50	8770,26
7	MN 65 200B 35 HP	61,25	9899,69
8	MN 65 200A 40 HP	70,00	10920,71



**Figura 5**

Función de costos de bombas

Un aspecto muy importante del modelo de optimización es el costo operativo, de tal forma que su determinación es fundamental para su inclusión en el modelo de optimización.

En tal sentido se ha determinado el costo anual de bombeo en función del costo de energía y costo del equipo de bombeo. Esta combinación de costos permitirá obtener el punto de equilibrio matemático o el óptimo que estamos buscando para producir bajo costo operativo que es muy importante en la evaluación económica de todo proyecto de ingeniería.

**Tabla 14**

**Costo total anual de bombeo**

<b>CCSTO DE ENERGIA</b>		
CCSTO ANUAL (C A E )	C U (KW-hr)*Q*Ht*Ta/(K*Eb)	
CCSTO UNITARIO (C U )	0,51	S/ /KW-hr
CAUDAL (Q)	147,02	l/s
Ht (requerimiento bombeo)	.....	m.c.a.
Ta (horas bombeo anual)	1200	horas
K (factor conversion unad. metrcas)	1C2	adimensional
Eb (eficiencia bomba)	0,70	fracción
CCSTO ANUAL ENERGIA	1260,17	(a) C A E. = 1260,17 Ht
<b>CCSTO EQUIPO DE BOMBEO</b>		
CCSTO BOMBA	A = 122,93 B = 2451,00	C B. = A + B Ht C B. = 122,93 Ht + 2451
F.R.C.	0,1468	
CCSTO ANUAL BOMBA		C A B = 359,72 + 19,04 Ht
<b>CCSTO TOTAL DE BOMBEO</b>		
CCSTO TOTAL DE BOMBEO	C.T.B. = C A E. + C A B.	
C.T.B. = 1 278,21 Ht + 359,72	.....(Utilizado en el modelo)	
FACTOR DE RECUPERACION DE CAPITAL	FRC = 0,1468	
TASA DE INTERES	i = 10%	
VIDA UTIL	N = 12	

Fuente: Elaboración propia

#### **4.3.2. Variables del Modelo de Optimización**

El modelo de optimización establecido es el siguiente y corresponde a la información y planteamiento hidráulico realizado en las etapas anteriores.

Las variables establecidas son las longitudes de tuberías del diámetro "i" y tramo "j". Donde "i", representa el diámetro de la tubería a ser ensayado en el modelo, para este caso se ha considerado  $i=8$  o sea 8 diámetros posibles para la selección óptima, según las restricciones establecidas.

"j", representa el tramo de la red de distribución, en este caso se ha modelado 12 tramos, por lo tanto, la función objetivo tendrá 96 términos correspondientes al costo de la tubería, más 01 término de la función de bombas, puesto que la constante se elimina de la función objetivo. En tal sentido la función objetivo tendrá 97 términos.

#### **4.3.3. Modelo Matemático de Optimización**

El modelo matemático de optimización usando programación lineal, fue elaborado considerando toda la información tratada anteriormente, resultando un modelo con una (01) función objetivo de minimización de costos, sujeta a un conjunto de restricciones distribuidas en dos grupos.

Como en el primer caso, el primer grupo de restricciones del modelo corresponde a las de tipo hidráulico, en la que se plantea que la altura de

bombeo, menos las pérdidas generadas en la ruta crítica, debe ser mayor o igual a la presión mínima requerida en el nudo restando de esta la diferencia topográfica a favor y sumando esta diferencia si es en contra. En este grupo se has definido 8 restricciones.

El segundo grupo corresponde a restricciones de tipo geométricas en las que la suma de todos los valores de longitudes parciales de un tramo debe ser igual a la longitud del tramo. En este caso se han generado un total de 12 restricciones que corresponden al total de tramos establecidos en el modelo.

Cabe destacar que el modelo se establece para la condición más desfavorable, pudiéndose generar modelos para las demás situaciones en las condiciones o solicitudes de caudal y presión son menores.

De este modelo podemos notar que se están ensayando 08 diámetros posibles entre 355 y 90 mm, que para un total de 12 tramos, se generó la matriz mostrada.

## Tabla15

### Modelo matemático de optimización – generación de matrices

```
LINDO
File Edit Solve Reports Window Help
D:\CURSOS UPT, UNIBG\TESIS VARIAS UPT UNIBG\TESIS TORIBIO CARAMBOLAS\caso2.ltx
!UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN
!ESCUELA DE POST GRADO

!FUNCION OBJETIVO
MIN
1278.21 Ht+15.21 L11+11.04 L21+6.07 L31+7.36 L41+2.78 L51+2.19 L61+1.21 L71+0.83L81+
15.21 L12+11.04 L22+6.07 L32+7.36 L42+2.78 L52+2.19 L62+1.21 L72+0.83L82+
15.21 L13+11.04 L23+6.07 L33+7.36 L43+2.78 L53+2.19 L63+1.21 L73+0.83L83+
15.21 L14+11.04 L24+6.07 L34+7.36 L44+2.78 L54+2.19 L64+1.21 L74+0.83L84+
15.21 L15+11.04 L25+6.07 L35+7.36 L45+2.78 L55+2.19 L65+1.21 L75+0.83L85+
15.21 L16+11.04 L26+6.07 L36+7.36 L46+2.78 L56+2.19 L66+1.21 L76+0.83L86+
15.21 L17+11.04 L27+6.07 L37+7.36 L47+2.78 L57+2.19 L67+1.21 L77+0.83L87+
15.21 L18+11.04 L28+6.07 L38+7.36 L48+2.78 L58+2.19 L68+1.21 L78+0.83L88+
15.21 L19+11.04 L29+6.07 L39+7.36 L49+2.78 L59+2.19 L69+1.21 L79+0.83L89+
15.21 L110+11.04 L210+6.07 L310+7.36 L410+2.78 L510+2.19 L610+1.21 L710+0.83L810+
15.21 L111+11.04 L211+6.07 L311+7.36 L411+2.78 L511+2.19 L611+1.21 L711+0.83L811+
15.21 L112+11.04 L212+6.07 L312+7.36 L412+2.78 L512+2.19 L612+1.21 L712+0.83L812
```

Fuente: Elaboración propia

A su vez, como se indicó anteriormente, se han generado un conjunto de restricciones hidráulicas y geométricas, las mismas se muestran a continuación:

**Tabla 16**

**Modelo de optimización – generación de restricciones**

**Hidráulicas y geométricas**

```

LINDO
File Edit Solve Reports Window Help
D A:\CURSOS UPT, UNJBG\TESIS VARIAS UPT UNJBG\TESIS TORIBIO CARAMBOLAS\caso2.lbr
|RESTRICCIONES
ST
|TRAMO 1-2
1) Ht-0.0056 I11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 I41-0.2733 I51-0.5270 L61-1.6971 L71-4.5041 I81-
0.0002 I12-0.0003 L22-0.0009 I32-0.0027 I42-0.0080 I52-0.0154 L62-0.0496 L72-0.1316L82>=22.
|TRAMO 1-3
2) Ht-0.0056 I11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 I41-0.2733 I51-0.5270 L61-1.6971 L71-4.5041 I81-
0.0001 I13-0.0003 L23-0.0008 I33-0.0024 I43-0.0072 I53-0.0140 L63-0.0449 L73-0.1193 I83 >=
|TRAMO 1-4-6
3) Ht-0.0056 I11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 I41-0.2733 I51-0.5270 L61-1.6971 L71-4.5041 I81-
0.0030 I14-0.0054 L24-0.0165 I34-0.0491 I44-0.1452 I54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 I84-
0.0001 I16-0.0001 L26-0.0004 I36-0.0012 I46-0.0037 I56-0.0071 L66-0.0227 L76-0.0604 I86 >=2
|TRAMO 1-4-5
4) Ht-0.0056 I11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 I41-0.2733 I51-0.5270 L61-1.6971 L71-4.5041 I81-
0.0030 I14-0.0054 L24-0.0165 I34-0.0491 I44-0.1452 I54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 I84-
0.0001 I15-0.0002 L25-0.0005 I35-0.0016 I45-0.0048 I55-0.0093 L65-0.0300 L75-0.0795 I85 >=1
|TRAMO 1-4-7-8
5) Ht-0.0056 I11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 I41-0.2733 I51-0.5270 L61-1.6971 L71-4.5041 I81-
0.0030 I14-0.0054 L24-0.0165 I34-0.0491 I44-0.1452 I54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 I84-
0.0016 I17-0.0028 L27-0.0086 I37-0.0256 I47-0.0758 I57-0.1462 L67-0.4707 L77-1.2493 I87-
0.0002 I18-0.0004 L28-0.0014 I38-0.0040 I48-0.0119 I58-0.0230 L68-0.0742 L78-0.1969 I88 >=E
|TRAMO 1-4-7-9
6) Ht-0.0056 I11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 I41-0.2733 I51-0.5270 L61-1.6971 L71-4.5041 I81-
0.0030 I14-0.0054 L24-0.0165 I34-0.0491 I44-0.1452 I54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 I84-
0.0016 I17-0.0028 L27-0.0086 I37-0.0256 I47-0.0758 I57-0.1462 L67-0.4707 L77-1.2493 I87-
0.0002 I19-0.0003 L29-0.0010 I39-0.0029 I49-0.0085 I59-0.0164 L69-0.0528 L79-0.1401 I89 >=1
|TRAMO 1-4-7-10-11
7) Ht-0.0056 I11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 I41-0.2733 I51-0.5270 L61-1.6971 L71-4.5041 I81-
0.0030 I14-0.0054 L24-0.0165 I34-0.0491 I44-0.1452 I54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 I84-
0.0016 I17-0.0028 L27-0.0086 I37-0.0256 I47-0.0758 I57-0.1462 L67-0.4707 L77-1.2493 I87-
0.0002 I110-0.0003 I210-0.0011 I310-0.0032 I410-0.0094 I510-0.0182 L610-0.0585 L710-0.1553
0.0001 I111-0.0001 L211-0.0004 I311-0.0013 I411-0.0038 I511-0.00734 L611-0.0235 L711-0.0624
|TRAMO 1-4-7-10-12
8) Ht-0.0056 I11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 I41-0.2733 I51-0.5270 L61-1.6971 L71-4.5041 I81-
0.0030 I14-0.0054 L24-0.0165 I34-0.0491 I44-0.1452 I54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 I84-
0.0016 I17-0.0028 L27-0.0086 I37-0.0256 I47-0.0758 I57-0.1462 L67-0.4707 L77-1.2493 I87-
0.0002 I110-0.0003 I210-0.0011 I310-0.0032 I410-0.0094 I510-0.0182 L610-0.0585 L710-0.1553
0.0000 I112-0.0001 L212-0.0002 I312-0.0006 I412-0.0016 I512-0.0032 L612-0.0102 L712-0.0270

9) I11 + I21 + I31 + I41 + I51 + I61 + I71 + I81 = 210.00
10) I12 + I22 + I32 + I42 + I52 + I62 + I72 + I82 = 276.65
11) I13 + I23 + I33 + I43 + I53 + I63 + I73 + I83 = 225.45
12) I14 + I24 + I34 + I44 + I54 + I64 + I74 + I84 = 519.85
    
```

Fuente: Elaboración Propia

**4.3.4. Resultados Obtenidos**

Luego de la solución computacional del modelo planteado, se llegó a los siguientes resultados para los diámetros de tuberías en cada uno de los tramos de la red de distribución de agua.

Tabla 17

Resultados obtenidos con el modelo, programa LINDO

LINDO		
File Edit Solve Reports Window Help		
Reports Window		
LP OPTIMUM FOUND AT STEP 55		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	52953.23	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
HT	31.356359	0.000000
L11	210.000000	0.000000
L21	0.000000	12.621944
L31	0.000000	23.454355
L41	0.000000	102.970802
L51	0.000000	329.746796
L61	0.000000	653.438721
L71	0.000000	2148.092285
L81	0.000000	5735.647461
L12	0.000000	12.584444
L22	0.000000	8.417310
L32	0.000000	3.464503
L42	0.000000	4.806082
L52	0.000000	0.377953
L62	176.651459	0.000000
L72	99.998535	0.000000
L82	0.000000	1.969708
L13	0.000000	8.578735
L23	0.000000	4.569097
L33	225.449997	0.000000
L43	0.000000	2.572892
L53	0.000000	1.841566
L63	0.000000	6.703856
L73	0.000000	30.499701
L83	0.000000	89.774162
L14	0.000000	3.095405
L24	111.447296	0.000000
L34	408.402710	0.000000
L44	0.000000	15.886578
L54	0.000000	54.335136
L64	0.000000	114.146301
L74	0.000000	391.620636
L84	0.000000	1059.145874
L15	0.000000	12.584444
L25	0.000000	8.419179
L35	0.000000	3.463382
L45	0.000000	4.805459
L55	0.000000	0.376956
L65	317.879242	0.000000

Tabla 17

Continuación

The screenshot shows the LINDO Reports Window with a menu bar (File, Edit, Solve, Reports, Window, Help) and a toolbar. The main window displays a list of variables and their values in a table format. The variables are listed on the left, and their values are shown in two columns on the right. The values are mostly 0.000000, with some non-zero values for variables like L68, L78, L69, L79, L610, L710, L711, L811, L212, L312, L412, L512, L612, L712, L812, and L27.

Variable	Value 1	Value 2
L57	0.000000	7.917837
L67	0.000000	12.282681
L77	0.000000	34.141418
L87	0.000000	88.560318
L18	0.000000	12.583593
L28	0.000000	8.417421
L38	0.000000	3.466563
L48	0.000000	4.806328
L58	0.000000	0.377539
L68	286.523438	0.000000
L78	94.976570	0.000000
L88	0.000000	1.968555
L19	0.000000	12.583846
L29	0.000000	8.416538
L39	0.000000	3.465385
L49	0.000000	4.806539
L59	0.000000	0.377308
L69	111.087364	0.000000
L79	72.262642	0.000000
L89	0.000000	1.970385
L110	0.000000	12.582283
L210	0.000000	8.414715
L310	0.000000	3.464169
L410	0.000000	4.805236
L510	0.000000	0.376005
L610	392.997528	0.000000
L710	69.002487	0.000000
L810	0.000000	1.973946
L111	0.000000	13.430967
L211	0.000000	9.260967
L311	0.000000	4.298263
L411	0.000000	5.610149
L511	0.000000	1.090943
L611	0.000000	0.587027
L711	444.600006	0.000000
L811	0.000000	0.565955
L112	0.000000	14.380000
L212	0.000000	10.210000
L312	0.000000	5.240000
L412	0.000000	6.530000
L512	0.000000	1.950000
L612	0.000000	1.360000
L712	0.000000	0.380000
L812	114.000000	0.000000
L27	429.500000	0.000000

Fuente: Elaboración propia

Según los resultados, obtenidos el valor de la función objetivo optimizada

es de S/. 52 953,23.

Los valores resultantes de diseño utilizando el modelo de programación lineal, se dieron en forma de diámetros uniformes para algunos tramos de la red y diámetros telescópicos para otros tramos de la red, tal como se muestra en el siguiente cuadro resumen de resultados.

**Tabla 18**

Resumen de resultados finales de diseño

SECCION	CAUDAL	LONGITUD m	VARIABLE SELECCIONADA	DIAMETRO SELECCIONADO (mm)	LONGITUD DE DISEÑO (m)	OBSERVACIONES
1	147,02	210,00	L11	355	210,00	Un solo diámetro seleccionado
2	21,82	267,65	L62	140	176,65	Telescópico
			L72	110	100,00	
3	20,69	225,45	L73	250	225,45	Un solo diámetro seleccionado
4	104,51	519,85	L24	315	111,44	Telescópico
			L34	250	408,81	
5	16,62	414,00	L65	140	317,88	Telescópico
			L75	110	96,12	
6	14,32	227,00	L56	160	227,00	Un solo diámetro seleccionado
7	73,56	429,50	L27	315	429,50	Un solo diámetro seleccionado
8	27,12	381,50	L68	140	286,52	Telescópico
			L78	110	94,98	
9	22,57	183,35	L69	140	111,09	Telescópico
			L79	110	72,26	
10	23,87	462,00	L610	140	393,00	Telescópico
			L710	110	69,00	
11	14,58	444,60	L711	110	444,60	Un solo diámetro seleccionado
12	9,28	114,00	L812	90	114,00	Un solo diámetro seleccionado

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en este segundo caso, el diámetro mayor obtenido es de 355 mm, y el menor de 90 mm, lo que denota la gran variedad o rango de valores que se presentan en la red de distribución de agua. Cabe destacar que la optimización es matemática, por lo tanto es aceptable que en tramo se de cómo resultado de la optimización dos

diámetros, o sea, una tubería telescópica; esto en razón a la disponibilidad de energía por disipar a fin de cumplir con los requerimientos de presión mínima en los nudos externos.

En una situación práctica o aplicativa, una tubería telescópica optimizada en dos tramos, deberá por lo menos que existir una diferencia de distancias considerable como un 30% a más para justificar un cambio de diámetro, en virtud a que este cambio de diámetro exige también la utilización de accesorios de cambio de diámetro. En términos generales, la aplicación de estas técnicas, permite lograr un diseño adecuado, que no exige grandes solicitaciones de presión más bien combina los elementos: costo inicial o fijo y costo operativo en un punto de equilibrio que le hemos denominado "óptimo", lo que genera ahorro significativo en horizontes de planeación de los proyectos de abastecimiento de agua.

Asimismo, se tiene que el valor de la altura dinámica optimizada corresponde a 31,36 m.c.a. Esta altura dinámica ha sido obtenida en función del modelo planteado, el mismo que ha considerado en el proceso de optimización, tanto los costos de tuberías, costo de energía para el bombeo y costo del equipo de bombeo propiamente dicho.

## **CAPÍTULO V**

### **COMPROBACIÓN Y VALIDACIÓN**

#### **5.1. Consideraciones Generales y Herramientas para Validación**

Una vez obtenidos los resultados de la aplicación del modelo de optimización en el caso 1, establecemos un modelo digital usando el software EPANET, que es un programa de libre disponibilidad, creado para ordenadores, que realiza simulaciones en periodo extendido del comportamiento hidráulico y de la calidad del agua en redes de distribución a presión. En general, una red consta de tuberías, nudos (conexiones entre tuberías), bombas, válvulas y tanques de almacenamiento o depósitos. EPANET determina el caudal que circula por cada una de las conducciones, la presión en cada uno de los nudos, el nivel de agua en cada tanque y la concentración de diferentes componentes químicos a través de la red durante un determinado periodo de simulación analizado en diferentes componentes químicos a través de la red durante un determinado periodo de simulación analizado en diferentes intervalos de tiempo. Además del conocimiento de la concentración de diferentes componentes químicos, es posible determinar

el tiempo de permanencia del agua en las tuberías, así como estudios de la procedencia del agua en cada punto de la red.

## **5.2. Uso de EPANET**

EPANET modela los distintos componentes físicos y no físicos que configuran en un sistema de distribución de agua, y sus parámetros operacionales. Ofrece también una visión general de los métodos de cálculo que emplea para simular el comportamiento hidráulico de la red y la evolución de la calidad del agua.

Los datos de entrada necesarios varían dependiendo del componente, considerando en la evaluación es así como por ejemplo:

Para depósitos se necesita: altura piezométrica y calidad del agua.

Para tanques se necesita: cota de solera, diámetro y niveles de agua.

En el caso de bombas se necesita: nudo de aspiración, impulsión y curva característica.

Para tuberías se necesita: caudal, diámetro, longitud, coeficiente de rugosidad.

En los nudos se necesita: cota y demanda de agua.

Los datos que se obtienen son:

En las tuberías: caudales, velocidades, pérdidas, factor de fricción y calidad del agua.

En los nudos: altura, presión y calidad del agua.

Para la realización del modelo de calidad del agua es necesario disponer de un modelo hidráulico preciso y completo. EPANET es un motor de análisis hidráulico actual que incluye las siguientes características:

No existe límite en el tamaño de la red que se desea analizar.

Calcula las pérdidas por fricción en las conducciones mediante las expresiones de Hazen-Williams, Darcy - Weisbach, o Chezy - Manning.

Incluye pérdidas menores en elementos tales como codos, acoplamientos, etc.

Modela bombas funcionando tanto a velocidad de giro constante como a velocidad de giro variable.

Calcula la energía consumida y el coste de bombeo de las estaciones.

Modela diferentes tipos de válvulas, incluyendo válvulas de regulación, válvulas de retención, válvulas de aislamiento, válvulas reductoras de presión, válvulas de control de caudal, etc.

Permite el almacenamiento de agua en tanques que presenten cualquier geometría (por ejemplo que la sección del tanque sea variable con la altura del mismo).

Considera la posibilidad de establecer diferentes categorías de consumo en los nudos, cada una de ellas con su propia curva de modulación.

Modeliza consumos dependientes de la presión que salen al exterior del sistema a través de emisores (rociadores, aspersores).

Puede determinar el funcionamiento del sistema simplemente con el nivel de agua en el tanque y controles de tiempo a utilizar un complicado sistema de regulación temporal.

EPANET, es de disponibilidad libre en la red, y tiene todas las características que puede tener un software comercial. El siguiente cuadro muestra un comparativo de EPANET con otros programas.

**Tabla 19**

**Comparativo del programa EPANET con otros programas**

PROGRAM	PURPOSE	ADDITIONAL FEATURES <sup>1</sup>				LIMITATION max. nodes	ROM/RAM MB	DEMO available	COSTS approx. comparison in US\$
		Simulation	WQA <sup>2</sup>	GUI <sup>3</sup>	GIS/CAD/DB				
<u>AquaNet</u>	"Simulation and modelling for pressurized pipe systems"	X	X	X	GIS linkable	unlimited	10/18		\$1,999
<u>Archimede</u>	"Simulation and verification of fluid pressurized distribution networks in steady state flow conditions"	X	-	X	DXF files	100 to unlimited	10/8	Yes	Full release: \$490 - 990 Lite release: \$180 Free release: (10 nodes)
<u>Branch / Loop</u>	"Least-cost design and calculation of branched / looped water distribution networks"	-	-	-	-	125 763	0.5/0.25		Free
<u>Cross</u>	"Hydraulic calculation for water supply pipes"	X	-	X	CAD module GIS linkable	10'000	10/256		Base module: \$3,700 CAD module: \$3,800
<u>Epanet 2.0</u>	"Extended period simulation of hydraulic and water-quality behaviour within pressurized networks"	X	X	X	-	unlimited	2/16		Free
<u>Eraclito</u>	"Modular system for the management of fluid underpressure networks and open channel systems"	X	-	X	GIS module DB module	200 to unlimited	16/10	Yes	Base module: \$2,600 Each add-on 100 nodes: \$520 GIS module: \$780
<u>H2Omet/ H2Omap</u>	"A comprehensive GIS-based water distribution analysis, design and optimization software"	X	X	X	DE-driven GIS-enabled	1'000 to unlimited	200/64		Base module: \$4,000 Unlimited nodes: \$18,000
<u>Helix delta-Q</u>	"Design & optimizes pipe networks quickly & easily for compressible & incompressible fluids"	-	-	X	DXF files	unlimited	4/32		\$950
<u>Mike Net</u>	"Advanced EPANET based water distribution modelling software"	X	X	X	DB-linked GIS-enabled	250 to unlimited	20/16	Yes	Basic: \$995 to \$10,995 WQA: \$1'495 to \$12,495
<u>Netis</u>	"Design and analysis of intermittent water distribution systems"	X	X		Exp - Imp DB	unlimited	100/16		Free
<u>OptiDesigner</u>	"Optimal design of water distribution systems" (EPANET based)	-	-	-	-	unlimited	5/32	Yes	\$350
<u>Pipe2000</u>	"Hydraulic modelling software for simple or complex pipe systems"	X	X	X	AutoCAD files GIS-enabled	250 to 20'000	20/128	Yes	Base module: \$1,495 Each add-on 1000 nodes: \$500 GIS-CAD module: \$500
<u>Stamet</u>	"Simulation and analysis of distribution networks"	X		X	Exp - Imp CAD/GIS/DB	200 to unlimited	20/16	Yes	Base module: \$1,810 Light version: dep. on nodes
<u>Wadiso SA</u>	"Comprehensive computer program for the analysis and design of potable water distribution systems"	X	X	X	Integr. CAD Exp - Imp GIS	1'000 to 10'000	130/128	Yes	Base module: \$3,500
<u>WaterCAD 5.0</u>	"Complete water distribution analysis and design tool"	X	X	X	CAD interface GIS integrated	10 to unlimited	25/32	Yes	\$185 - \$25,000

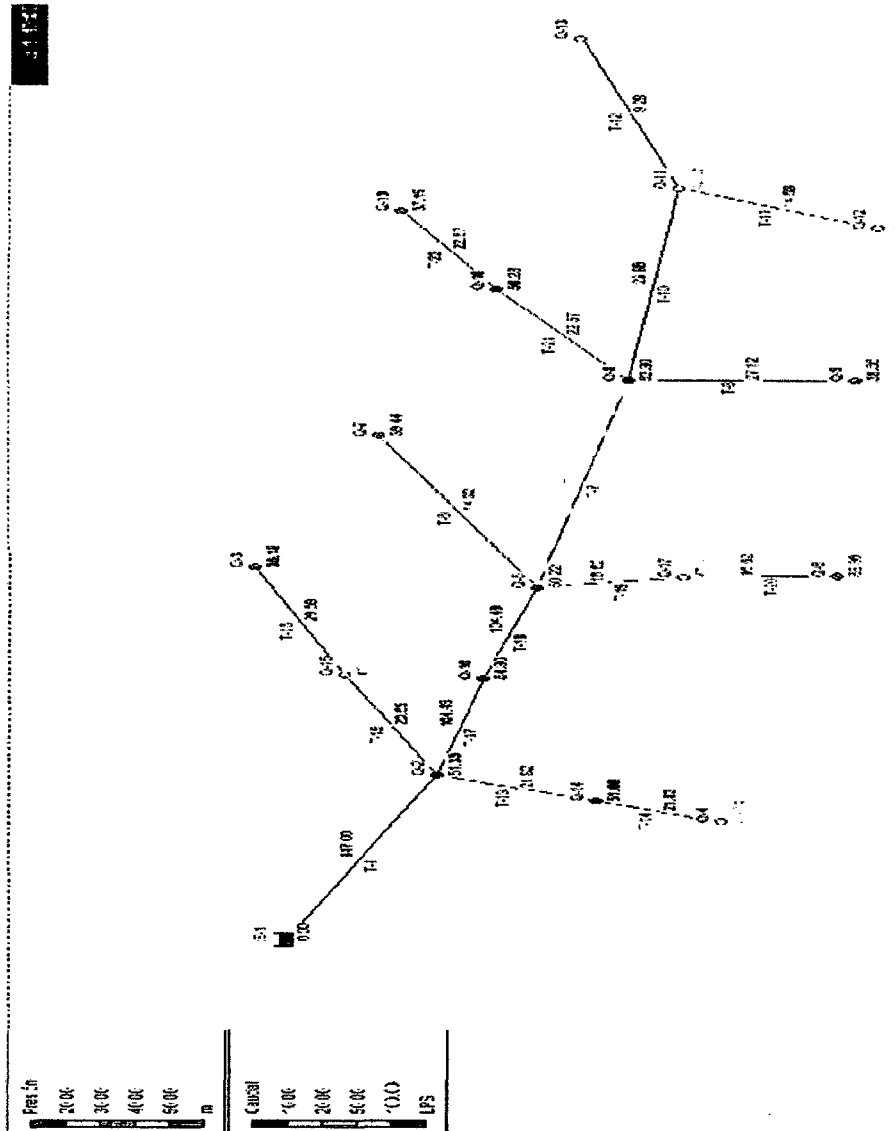
<sup>1</sup> Features additional to "network design and optimization"

<sup>2</sup> Water Quality Analysis

<sup>3</sup> Graphical User Interface

**5.3. Caso 1: Condiciones Topográficas Adecuadas**

Usando EPANET, descrito en el punto anterior, se procedió a modelar la red ensayada en el caso 1, para lo cual se obtuvo los siguientes resultados:



**Figura 6**

Resultados- caso 1: condiciones topográficas adecuadas,  
en EPATENT

**Tabla 20**

Estado de los nudos de la red

ID Nudo	Cota	Demanda Base	Altura	Presión
	m	LPS	m	m
Nudo Q-12	140,0	14,58	180,84	40,84
Nudo Q-13	146,0	9,28	186,63	40,63
Nudo Q-11	147,0	0,00	189,05	42,05
Nudo Q-9	149,0	27,12	187,56	38,56
Nudo Q-10	157,0	22,57	194,19	37,19
Nudo Q-18	157,6	0,00	207,83	50,23
Nudo Q-6	158,0	16,62	196,96	38,96
Nudo Q-8	158,0	0,00	210,30	52,30
Nudo Q-17	160,2	0,00	207,40	47,18
Nudo Q-7	163,0	14,32	202,44	39,44
Nudo Q-5	163,0	0,00	213,22	50,2
Nudo Q-4	163,5	21,82	203,64	40,14
Nudo Q-16	164,4	0,00	218,73	54,30
Nudo Q-14	169,3	0,00	220,38	51,08
Nudo Q-3	171,0	20,69	207,18	36,18
Nudo Q-15	172,9	0,00	222,76	49,88
Nudo Q-2	173,5	0,00	224,86	51,36
Embalse E-	230,0	Sin Valor	230,00	0,00

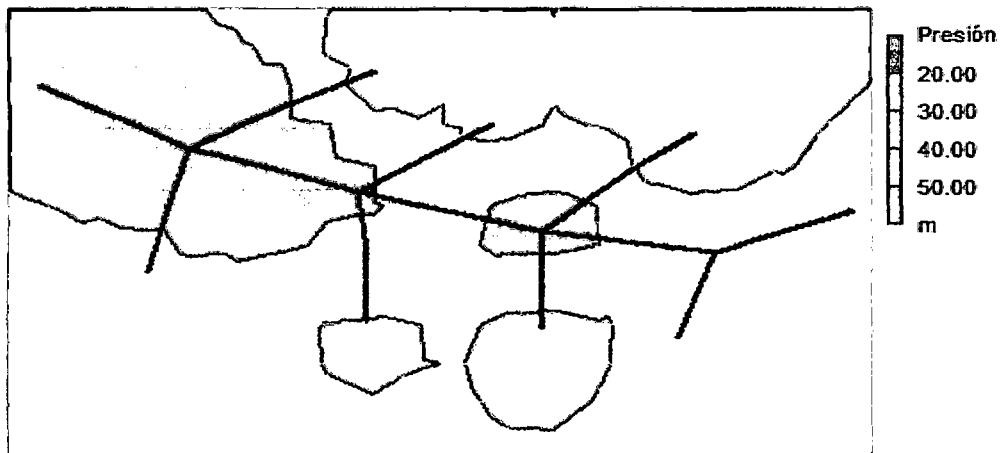
Fuente: Elaboración propia

**Tabla 21**

Estados de las líneas de la red

ID Línea	Longitud	Diametro	Caudal	Velocidad
	m	mm	LPS	m/s
Tubería T-14	161,6	90	21,8	3,4
Tubería T-12	114,0	90	9,3	1,5
Tubería T-16	165,9	90	20,7	3,3
Tubería T-22	123,7	90	22,6	3,6
Tubería T-20	166,8	90	16,6	2,6
Tubería T-6	227,0	90	14,3	2,3
Tubería T-15	59,5	110	20,7	2,2
Tubería T-21	59,7	110	22,6	2,4
Tubería T-19	247,2	110	16,6	1,8
Tubería T-10	462,0	110	23,9	2,5
Tubería T-11	444,6	110	14,6	1,5
Tubería T-13	115,1	110	21,8	2,3
Tubería T-8	390,0	110	27,1	2,9
Tubería T-18	48,3	160	104,5	4,2
Tubería T-1	210,0	250	147,0	3,0
Tubería T-7	429,5	250	73,6	1,5
Tubería T-17	471,5	250	104,5	2,1

Fuente: Elaboración Propia



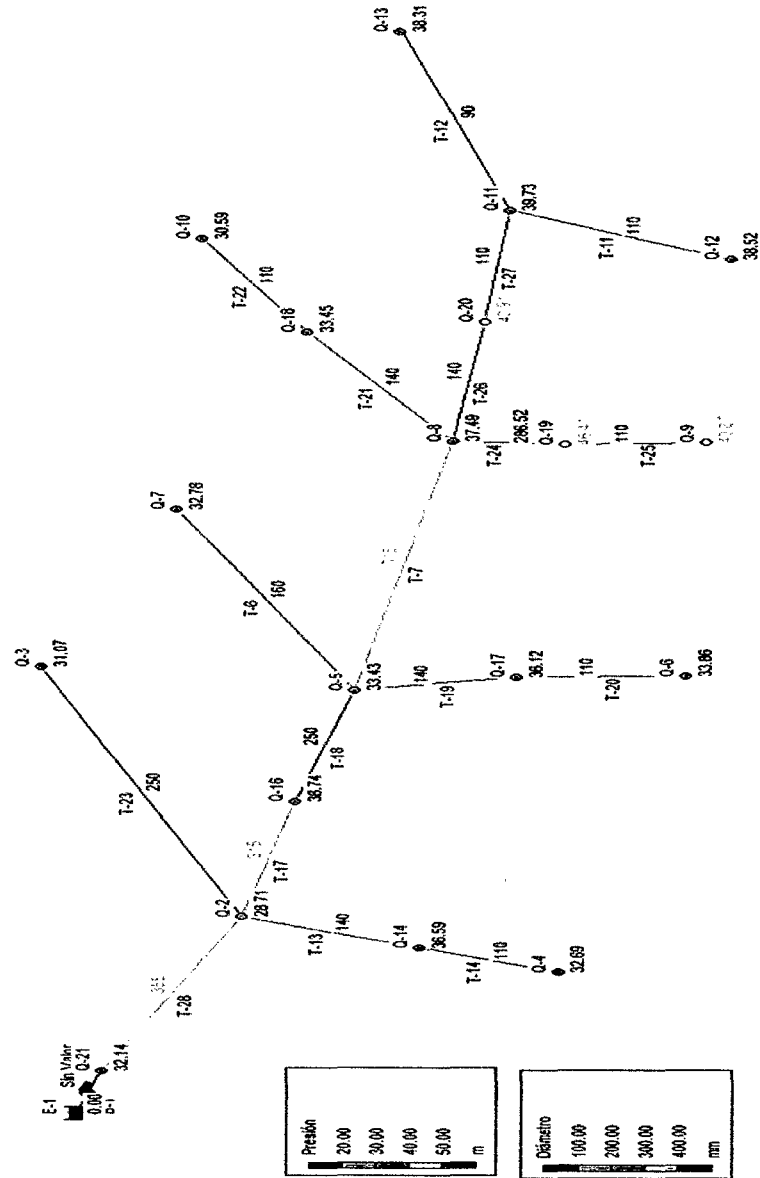
**Figura 7**

Resultados - modelamiento de la red ensayada, caso 1, en EPANET

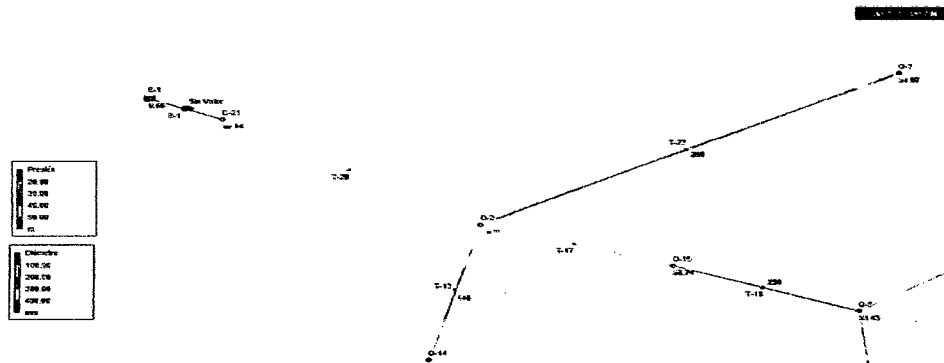
Como se puede observar, los resultados obtenidos de la modelización en EPANET, corresponden a los rangos o criterios de diseño impuestos en el modelo de programación lineal implementado, por tanto, se da por validados los resultados obtenidos, bajo la consideración que la red diseñada cumple con las condiciones o exigencias hidráulicas preestablecidas y es de mínimo costo.

#### **5.4. Caso 2: Condiciones Topográficas Inadecuadas**

Usando EPANET, de la misma manera que el caso descrito en el punto anterior, se procedió a modelar la red ensayada en el caso 2, para lo cual se obtuvo los siguientes resultados:



**Figura 8**  
 Resultados – caso 2: condiciones topográficas adecuadas, en EPANET



**Figura 9**

Resultados – caso 2: condiciones topográficas adecuadas en EPANET

**Tabla 22**

Estado de los nudos de la red

ID Nudo	Cota	Demanda Bas	Altura	Presión
	m	LPS	m	m
Nudo Q-12	140,0	14,6	178,5	38,5
Nudo Q-13	146,0	9,3	184,3	38,3
Nudo Q-11	147,0	0,0	186,7	39,7
Nudo Q-20	147,0	0,0	189,9	42,9
Nudo Q-9	149,0	27,1	189,9	40,9
Nudo Q-19	149,0	0,0	185,4	46,4
Nudo Q-18	157,0	0,0	190,5	33,5
Nudo Q-10	157,0	22,6	187,6	30,6
Nudo Q-17	158,0	0,0	194,1	36,1
Nudo Q-6	158,0	16,6	191,9	33,9
Nudo Q-8	158,0	0,0	195,5	37,5
Nudo Q-16	163,0	0,0	201,7	38,7
Nudo Q-5	163,0	0,0	196,4	33,4
Nudo Q-7	163,0	14,3	195,8	32,8
Nudo Q-4	163,5	21,8	196,2	32,7
Nudo Q-14	163,5	0,0	200,1	36,6
Nudo Q-21	171,0	0,0	203,1	32,1
Embalse E-1	171,0	-147,0	171,0	0,0
Nudo Q-3	171,0	20,7	202,1	31,1
Nudo Q-2	173,5	0,0	202,2	28,7

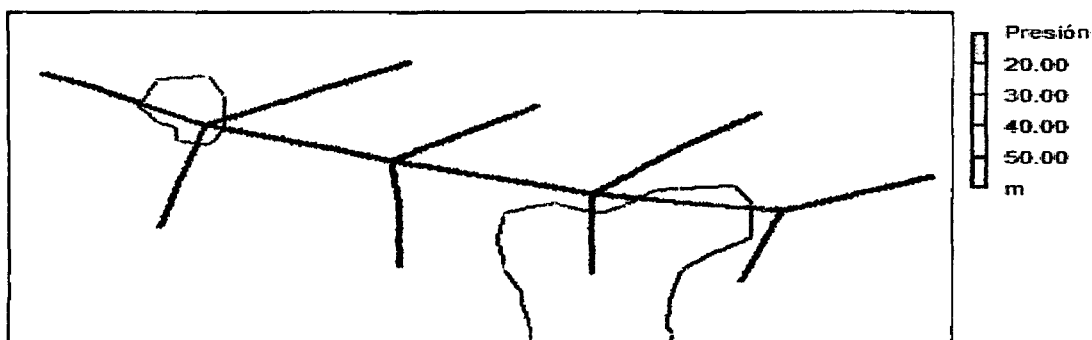
Fuente: Elaboración propia

**Tabla 23**

Estado de las líneas de la red

ID Línea	Longitud	Diámetro	Caudal	Velocidad
	m	mm	LPS	m/s
Tubería T-12	114,0	90,0	9,3	1,5
Tubería T-20	96,1	110,0	16,6	1,8
Tubería T-22	69,0	110,0	22,6	2,4
Tubería T-27	69,0	110,0	23,9	2,5
Tubería T-25	95,0	110,0	27,1	2,9
Tubería T-14	100,0	110,0	21,8	2,3
Tubería T-11	444,6	110,0	14,6	1,5
Tubería T-13	176,6	140,0	21,8	1,4
Tubería T-21	393,0	140,0	22,6	1,5
Tubería T-26	393,0	140,0	23,9	1,6
Tubería T-19	317,9	140,0	16,6	1,1
Tubería T-6	227,0	160,0	14,3	0,7
Tubería T-23	225,5	250,0	20,7	0,6
Tubería T-18	408,4	250,0	104,5	2,1
Tubería T-24	140,0	286,5	27,1	0,6
Tubería T-17	111,4	315,0	104,5	1,3
Tubería T-7	429,5	315,0	73,6	0,9
Tubería T-28	210,0	355,0	147,0	1,5
Bomba B-1	Sin Valor	Sin Valor	147,0	0,0

Fuente: Elaboración propia



**Figura 10**

Resultados – modelamiento de la red ensayada, caso 2, en EPANET

En este caso, también se puede observar, que los resultados obtenidos de la modelización en EPANET, corresponden a los rangos o criterios de diseño impuestos en el modelo de programación lineal implementado para el Caso 2; es decir, cuando las condiciones topográficas no permiten la operación adecuada de la red de distribución, por tanto, se incorporó en el modelo una bomba para suplir la deficiencia en la presión requerida; por tanto, se da por validados los resultados obtenidos, bajo la consideración que la red diseñada cumple con las condiciones o exigencias hidráulicas preestablecidas y es de mínimo costo para costos de instalación y operativos por energía eléctrica utilizada.

## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **CONCLUSIONES**

1. Se elaboró y desarrolló un modelo en programación lineal para el dimensionamiento óptimo de redes abiertas ramificadas de distribución de agua, utilizando la energía potencial disponible para dos casos establecidos; es decir, cuando las condiciones topográficas son adecuadas y permiten operar el sistema en forma natural y un segundo caso de condiciones inadecuadas para la operación natural del sistema, lo que involucra el uso de equipos de bombeo.
2. Se logró plantear y establecer un modelo de optimización para el diseño de la red de distribución de agua, utilizando técnicas de Programación Lineal, con información actual sobre empresas que se dedican a la comercialización de tuberías y equipos de bombeo.
3. Se eligió una metodología idónea para el dimensionamiento óptimo de redes a nivel definitivo, utilizando el modelo matemático y un Software Educativo de uso libre denominado "LINDO", el mismo que fue obtenido de la red INTERNET, y la aplicación de un código computacional propio elaborado en MATLAB; se logró realizar el diseño

de la red de distribución y la altura de bombeo óptima, minimizando costos del sistema de distribución para los casos propuestos, es claro que para sistemas con mayor cantidad de variables es probable que el software educacional tenga limitaciones en cuanto al número de variables o ecuaciones que se planteen, en tanto se tendrá que recurrir a una versión comercial con licencia del software empleado o en su defecto probar otras alternativas como uso de Microsoft Excel u otros que permiten resolver sistemas de programación lineal.

4. Como resultado del modelo ensayada Caso 1: Condiciones Topográficas Adecuadas, se obtuvo el valor de la función objetivo optimizada en S/. 7 207,96. Los valores resultantes de diseño utilizando el modelo de programación lineal se dieron en forma de diámetros uniformes para algunos tramos de la red y diámetros telescópicos para otros tramos de la red. Como se puede observar el diámetro mayor obtenido es de 250 mm, y el menor de 90 mm, lo que denota la gran variedad o rango de valores que se presentan en la red de distribución de agua. Cabe destacar que la optimización es matemática, por lo tanto es aceptable que en tramo se de cómo resultado de la optimización dos diámetros o sea una tubería telescópica, esto en razón a la disponibilidad de energía por disipar a

fin de cumplir con los requerimientos de presión mínima en los nudos externos.

5. Como resultado del modelo ensayado Caso 2: Condiciones Topográficas Inadecuadas, se tiene que la función objetivo optimizada es de S/. 52 953,23. Los valores resultantes de diseño utilizando el modelo de programación lineal se dieron en forma de diámetros uniformes para algunos tramos de la red y diámetros telescópicos para otros tramos de la red, tal como se muestra en el siguiente cuadro resumen de resultados.
6. Como se puede observar en este segundo caso, el diámetro mayor obtenido es de 355 mm, y el menor de 90 mm., lo que denota la gran variedad o rango de valores que se presentan en la red de distribución de agua. Cabe destacar que la optimización es matemática, por lo tanto es aceptable que en tramo se de cómo resultado de la optimización dos diámetros o sea una tubería telescópica, esto en razón a la disponibilidad de energía por disipar a fin de cumplir con los requerimientos de presión mínima en los nudos externos.
7. Asimismo, se tiene que el valor de la altura dinámica optimizada corresponde a 31,36 m.c.a. Esta altura dinámica ha sido obtenida en función del modelo planteado, el mismo que ha considerado en el

proceso de optimización, tanto los costos de tuberías, costo de energía para el bombeo y costo del equipo de bombeo propiamente dicho.

8. Se determinó la metodología para la validación de los resultados del modelo con otros modelos, utilizando software libre como es el caso EPANET, se pudieron comprobar y validar los resultados obtenidos, con lo que se da plena seguridad sobre los resultados obtenidos ya que han sido debidamente validados.

## **RECOMENDACIONES**

1. Al concluir la tesis planteada se recomienda la utilización de las técnicas de programación lineal para aplicaciones que tengan relación con la distribución de recursos escasos, optimización con maximización de beneficios y minimización de costos, tal como el caso planteado en el presente trabajo de investigación.
2. Cuando se presenta la situación de diámetros telescópicos en los tramos de la red, deberá tenerse presente que las longitudes sean considerables o que el cambio de diámetro no genere mayores gastos que la situación de mantener el mismo, por la corta distancia de uno respecto al otro. En una situación práctica es muy importante tomar una decisión adecuada en el sentido de decidirse por un cambio de

diámetro y que ésta sea favorable desde el punto de vista operacional y de instalación.

3. La técnica utilizada en el presente trabajo de investigación es aplicable a los diferentes problemas que se presentan en el campo de acción de la Ingeniería, pero es recomendable su aplicación, siempre y cuando se refieran a distribución de recursos escasos y problemas de maximización o minimización de alguna función.
4. Se recomienda emplear siempre alguna forma de comprobación o validación de resultados, al tratarse de técnicas eminentemente matemáticas, lo que dará seguridad sobre los resultados obtenidos.

## BIBLIOGRAFÍA

- Abbott, M.B., Damsgaard, A., Rodenhuis, (1972). A design system for two-dimensional nearly-horizontal flows. J. Hydr. Res. Vol 11, No. 1. Colorado, USA.
- Abbott, M.B., cunge, J.A. (1975). Two dimensional Modelling of Tidal Deltas and Estuaries.18th Chapter in Unsteady Flow in Open Channels (Vol II) by Mahmood, K., Yevjevich, V. Water Resources Publication. Fort Collins, Colorado, USA.
- Abbott, M.B. (1991). Hydroinformatics.Information technology and the aquatic environment. Averbury Technical. Billing&SonsLtf, Worcester.
- Agencia para el Desarrollo Internacional AID "Manual sobre pequeños sistemas de abastecimiento de agua. Centro Regional de ayuda técnica".
- Alberto E. Olivares. Cálculo de Distribución de agua para edificios. Segunda edición. Tercera impresión. Caracas, 1.952.
- Alfred Douglass Flinn, Robert Spurr Weston, Clinton Lathrop Bogert. Water Works Hanbook of design construction and operation. Editorial Mc.Graw - Hill Book Company, inc. Tercera edición. New York and London, 1.927.

Bladé Castellet E. (2005). Modelación del Flujo en Lámina Libre sobre Cauces Naturales. Análisis Integrado con Esquemas en Volúmenes Finitos en Una y Dos Dimensiones. Tesis Doctoral Universitat Politècnica de Catalunya Departament D'enginyeria Hidràulica, Marítima Ambiental Escola Tècnica Superior D'enginyers de Camins Canals Ports. p. 307, Barcelona, España.

Cálculo de Sistemas Hidroneumáticos. Caracas, 1985.

E. A. BRUN, A. Martinot Lagarde y J. Marthieu. Mecánica de los Fluidos. Tomos 1 y 2. Editorial: Labor, S.A. España, 1.979.

Chapra, S. C.; Canale, R. P. (2003). Métodos Numéricos para Ingenieros. Mc. Graw-Hill Interamericana Editores S. A. de C.V. p. 851-957.

Colegio de Ingenieros de Venezuela. Curso de Bombas Hidráulicas. Caracas, 1.993.

Colegio de Ingenieros de Venezuela. Curso para Instalaciones Sanitarias en edificios. Caracas 1.983.

Clemmens, A. J., (1978). Discusión of dimensionless solutions of border irrigation advance by STREALKOFF, T., KATAPODES, N., (1977). In Journal of irrigation and Drainage Engineering. ASCE, vol. 104, num. 3, p. 337-339.

Cueto-Felgueroso, L., (2005). Partículas, Volúmenes Finitos y Mallas No Estructuradas: Simulación Numérica de Dinámica de Fluidos. Tesis

- Doctoral, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad da Coruña, España, p. 183.
- Crane, División de Ingenieros, Flujo de fluidos en Válvulas, Accesorios y Tuberías. Editorial: McGraw Hill/Interamericana de México, S.A. México, 1990. Dos Ramos G. Roberto y Gómez G. Camilo.
- Cunge, J.A. (1989). Review of recent developements in river modelling. In Hydraulic and Environmental Modelling of Coastal, Estuarine and River Waters. Proceedings of the International Conference. R. A. Falconer, P. Goodwin and R.G.S. Matteweditors. University of Bradford, 19-21.
- Eyer, Okun. "Abastecimiento de agua, remoción de aguas residuales".
- Instituto de Informática de la PUCP – INFOPUC, Manual del Seminario de Solver y Simulación de Montecarlo con Crystal Ball. Documento de trabajo, 2008.
- Josém de Azevedo Netto, Swami de Villela Manual de Hidráulica.
- King H.W. Handbook of Hidraulics Abacos de Equivalencias.
- Litrico, X.; Fromion, V. (2006). Boundary control of linearized Saint-Venant equations oscillating modes. Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com). ELSEVIER, Automática. Francia.p. 6.
- López Cualla. (1999). Diseño de Acueductos y Alcantarillados. Ed. Alfaomega.

- Mejia, J. A. (1997). Simulacao Numérica de Escoamentos Rasos Usando o Método de Volúmenes Finitos. Dr. Tese, Escola Politécnica da Universidade de Sao Paulo. Brasil, p. 126.
- Moussa R., Bocquillon C. (1996). Criteria for the choice of flood-routing methods in natural channels. *Journal of Hydrology* vol. 186 núm.1 p. 30.
- Narvaez R. (2005). "Sistema de Abastecimiento de Agua y Alcantarillado Sanitario" -Teoría y Problemas. Trujillo, Perú.
- Ortiz, J.; Nikolskii, I.; Palacios, O.; Acosta, R. (1999). Pérdidas de Agua de Riego por Percolación Profunda Durante el Proceso de Infiltración. *Revista TERRA Latinoamericana, Revista Mexicana de la Ciencia del Suelo*, vol 17, núm. 2, p. 115-124.
- Organización Panamericana de la Salud. "Manual de operación de abastecimiento de agua".
- Reyna, M., Reyna, T. (1999). Interacción de los procesos de escorrentía e infiltración. <http://www.unesco.org.uy/phi/libros/congreso/36reyna.pdf> II Congreso Argentino de Hidrogeología, IV Seminario Hispano Argentino sobre temas actuales de la Hidrología Subterránea. Santa Fe, Argentina.
- Saucedo, H., Fuentes, C., Zavala, M. (2005). El sistema de ecuaciones de Saint-Venat y Richards: 2. Acoplamiento numérico para la fase de

avance. Revista Ingeniería Hidráulica en México, vol XX, núm. 2,  
p. 109-119.

Simón Arocha. Abastecimientos de agua. Ediciones Vega.1990

Strealkoff, T., Katapodes, N. (1984). D. Border irrigation hydraulics with  
zero inercia. In Journal of irrigation and Drainage  
Engineering.ASCE, vol. 110, núm. 4, p. 175-387.

Zhou, J. G. (1995). Velocity-Deph Coupling in Shallow-Water Flows.  
Journal of Hydraulics Engineering, ASCE, v. 121, n. 10, p 717-724.

## **ANEXOS**

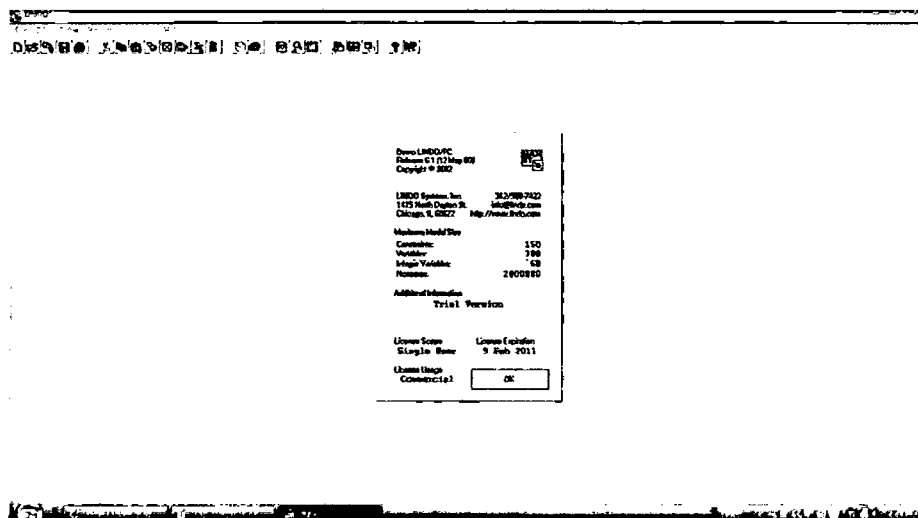
Anexo 1: Salidas del Programa LINDO

Anexo 2: Caso 1; Condiciones Topográficas Adecuadas

Anexo 3: Caso 2; Condiciones Topográficas Inadecuadas

## **ANEXO No. 01**

## EL PROGRAMA LINDO



## USO DEL PROGRAMA "LINDO"

### Notas generales:

- La función Objetivo en todos los modelos debe empezar con **MAX** o **MIN**
- Los nombres de las variables están limitados a 8 caracteres
- El nombre para restricciones debe terminar con paréntesis
- Los operadores reconocidos (+, -, >, <, =)
- Cualquier comentario agregado empieza con signo de exclamación
- Se permite separación de líneas
- Sólo acepta valores en el lado derecho de las restricciones
- Sólo variables y coeficientes del lado izquierdo de las ecuaciones
- Permite el uso de 300 variables y 150 restricciones.

Quando se abre el programa aparece una ventana principal. Todas las otras ventanas estarán contenidas dentro de esta ventana. La ventana principal contiene un menú de comandos y la barra de comandos. La ventana más pequeña llamada "UNTITLED" ("sin título"), indicando que no se le ha asignado ningún nombre aún; es una ventana en blanco para el nuevo modelo.

Los comandos en la barra son:

- |              |                |
|--------------|----------------|
| 1.File Menu  | 4.Reports Menu |
| 2.Edit Menu  | 5.Window Menu  |
| 3.Solve Menu | 6.Help Menu    |

**Se copiará el modelo directamente sobre esta ventana. Se desarrolla el objetivo y define las variables.**

**Si un usuario desea por ejemplo:**

**Minimize  $4X + 3Y$**

**Subject to**

**$2X + 3Y < 24$**

**$3X + 6Y < 18$**

**Eso es exactamente lo que debe copiar dentro de LINDO, después de iniciar el programa.**

**Las palabras SUBJECT TO o simplemente ST, colocadas en una línea, debe preceder a las restricciones. Finalmente en la línea después de la última restricción escribimos la palabra END, que le informe que ha terminado de copiar su modelo. Hay tres estilos básicos para usar el software Lindo. Para problemas pequeños y medianos, Lindo es sencillo de utilizar interactivamente desde el teclado e introducir un modelo es fácil de hacer. También puede usarse con archivos creados en otro lado.**

**What is LINDO?**

**The LINDO Application Programming Interface (API) provides a means for software developers to incorporate optimization into their own application programs. LINDO is designed to solve a wide range of optimization problems, including linear programs, mixed integer programs, quadratic programs, and general nonlinear non-convex programs. These problems arise in areas of business, industry, research, and government. Specific application areas where LINDO has proven to be of great use include product distribution, ingredient blending, production and personnel scheduling, inventory management... The list could easily occupy the rest of this chapter.**

**Optimization helps you find the answer that yields the best result; attains the highest profits, output, or happiness; or achieves the lowest cost, waste, or discomfort. Often these problems involve making the most efficient use of your resources—including money, time, machinery, staff, inventory, and more.**

**Optimization problems are often classified as linear or nonlinear, depending on whether the relationships in the problem are linear with respect to the variables.**

**The most fundamental type of optimization problems is the linear program (LP) of the form:**

**Minimize (or maximize)  $c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$**

**Such that**

**$A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \dots + A_{1n}x_n \text{ ? } b_1$**

**$A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \dots + A_{2n}x_n \text{ ? } b_2$**

**: ... :**

**$A_{m1}x_1 + A_{m2}x_2 + \dots + A_{mn}x_n \text{ ? } b_m$**

**$L_1 \leq x_1 \leq U_1$**

**$L_2 \leq x_2 \leq U_2$**

**:**

**$L_n \leq x_n \leq U_n$**

where  $A_{ij}$ ,  $c_j$ ,  $b_i$ ,  $L_j$ ,  $U_j$  are known real numbers; ? is one of the relational operators ' $\leq$ ', ' $=$ ', or ' $\geq$ '; and  $x_1, x_2, \dots, x_n$  are the decision variables (unknowns) for which optimal values are sought.

The expression being optimized is called the objective function and  $c_1, c_2, \dots, c_n$  are the objective coefficients. The relationships whose senses are expressed with ? are the constraints;  $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{in}$  are the coefficients; and  $b_i$  is the right-hand side value for the  $i$ th constraint.  $L_j$  and  $U_j$  represent lower and upper bounds for the  $j$ th decision variable and can be finite or infinite.

### **Linear Solvers**

There are three linear solvers—the Primal Simplex, Dual Simplex, and the Barrier Methods. The simplex method (primal or dual) solves the LP by moving along the edges of the feasible region defined by the constraint set. By contrast, the barrier method walks through the interior of the feasible region while searching an optimal solution. All three methods either terminate with an optimal solution or return a flag indicating that the LP is infeasible or unbounded.

In general, it is difficult to say which algorithm will be fastest for a particular model. A rough guideline is Primal Simplex tends to do better on sparse models with fewer rows than columns. Dual Simplex tends to do well on sparse models with fewer columns than rows or models that are primal and/or dual degenerate, while Barrier works best on structured models or very large models. The simplex methods use a state-of-the-art implementation of the revised simplex method with product form inverse.

The barrier solver uses a homogeneous self-dual algorithm. All three use extensive preprocessing to help reduce the complexity of the LP and improve its numerical properties.

## **ANEXO No. 02**

# CASO 1: CONDICIONES TOPOGRÁFICAS ADECUADAS

## FORMULACION DEL MODELO

### UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN IESCUELA DE POST GRADO

#### IFUNCION OBJETIVO

MIN

15.21 L11+11.04 L21+6.07 L31+7.36 L41+2.78 L51+2.19 L61+1.21  
L71+0.83L81+15.21 L12+11.04 L22+6.07 L32+7.36 L42+2.78 L52+2.19  
L62+1.21 L72+0.83L82+15.21 L13+11.04 L23+6.07 L33+7.36 L43+2.78  
L53+2.19 L63+1.21 L73+0.83L83+15.21 L14+11.04 L24+6.07 L34+7.36  
L44+2.78 L54+2.19 L64+1.21 L74+0.83L84+15.21 L15+11.04 L25+6.07  
L35+7.36 L45+2.78 L55+2.19 L65+1.21 L75+0.83L85+15.21 L16+11.04  
L26+6.07 L36+7.36 L46+2.78 L56+2.19 L66+1.21 L76+0.83L86+15.21  
L17+11.04 L21+6.07 L37+7.36 L47+2.78 L57+2.19 L67+1.21  
L77+0.83L87+15.21 L18+11.04 L28+6.07 L38+7.36 L48+2.78 L58+2.19  
L68+1.21 L78+0.83L88+15.21 L19+11.04 L29+6.07 L39+7.36 L49+2.78  
L59+2.19 L69+1.21 L79+0.83L89+15.21 L110+11.04 L210+6.07  
L310+7.36 L410+2.78 L510+2.19 L610+1.21 L710+0.83L810+15.21  
L111+11.04 L211+6.07 L311+7.36 L411+2.78 L511+2.19 L611+1.21  
L711+0.83L811+15.21 L112+11.04 L212+6.07 L312+7.36 L412+2.78  
L512+2.19 L612+1.21 L712+0.83L812

#### IRESTRICCIONES HIDRAULICAS

ST

##### ITRAMO 1-2

1) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270  
L61+1.6971 L71+4.5041 L81+0.0002 L12+0.0003 L22+0.0009  
L32+0.0027 L42+0.0080 L52+0.0154 L62+0.0496 L72+0.1316L82 <=33.5

##### ITRAMO 1-3

2) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270  
L61+1.6971 L71+4.5041 L81+0.0001 L13+0.0003 L23+0.0008  
L33+0.0024 L43+0.0072 L53+0.0140 L63+0.0449 L73+0.1193 L83 <=29.0

##### ITRAMO 1-4-6

3) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270  
L61+1.6971 L71+4.5041 L81+0.0030 L14+0.0054 L24+0.0165L34+0.0491  
L44+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+0.0001  
L16+0.0001 L26+0.0004 L36+0.0012L46+0.0037L56+0.0071L66+0.0227  
L76+0.0604 L86 <=37.0

##### ITRAMO 1-4-5

4) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270  
L61+1.6971 L71+4.5041 L81+0.0030 L14+0.0054 L24+0.0165L34+0.0491

L44+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+0.0001  
L15+0.0002 L25+0.0005 L35+0.0016L45+0.0048L55+0.0093L65+0.0300  
L75+0.0795 L85 <=42.0

**ITRAMO 1-4-7-8**

5) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270  
L61+1.6971 L71+4.5041 L81+0.0030 L14+0.0054 L24+0.0165L34+0.0491  
L44+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937L84+0.0016 L17+0.0028  
L27+0.0086 L37+0.0256L47+0.0758L57+0.1462L67+0.4707 L77+1.2493  
L87+ 0.0002 L18+0.0004 L28+0.0014L38+0.0040L48+0.0119 L58+0.0230  
L68+0.0742 L78+0.1969 L88 <=51.0

**ITRAMO 1-4-7-9**

6) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270  
L61+1.6971L71+4.5041 L81+0.0030 L14+0.0054L24+0.0165L34+0.0491  
L44+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+0.0016L17+0.0028  
L27+0.0086 L37+0.0256L47+0.0758 L57+0.1462 L67+0.4707L77+1.2493  
L87+0.0002L19+0.0003L29+0.0010L39+0.0029L49+0.0085L59+0.0164  
L69+0.0528 L79+0.1401 L89 <=43.0

**ITRAMO 1-4-7-10-11**

7) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270  
L61+1.6971L71+4.5041L81+0.0030L14+0.0054L24+0.0165L34+0.0491L4  
4+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+ 0.0016 L17+0.0028  
L27+0.0086 L37+0.0256L47+0.0758L57+0.1462 L67+0.4707 L77+1.2493  
L87+0.0002L110+0.0003L210+0.0011L310+0.0032L410+0.0094L510+0.0  
182 L610+0.0585 L710+0.1553 L810+0.0001 L111+0.0001 L211+0.0004  
L311+0.0013 L411+0.0038 L511+0.00734 L611+0.0235 L711+0.0624  
L811<=60.0

**ITRAMO 1-4-7-10-12**

8) 0.0056 L11+0.0101 L21+0.0311 L31+0.0923 L41+0.2733 L51+0.5270  
L61+1.6971L71+4.5041L81+0.0030L14+0.0054L24+0.0165L34+0.0491L4  
4+0.1452 L54+0.2801 L64+0.9020 L74+2.3937 L84+ 0.0016 L17+0.0028  
L27+0.0086 L37+0.0256L47+0.0758L57+0.1462 L67+0.4707 L77+1.2493  
L87+0.0002L110+0.0003L210+0.0011L310+0.0032L410+0.0094L510+0.0  
182 L610+0.0585 L710+0.1553 L810+ 0.0000 L112+0.0001 L212+0.0002  
L312+0.0006L412+0.0016L512+0.0032L612+0.0102L712+0.0270L812<=  
54.0

**IRESTRICCIONES GEOMETRICAS**

- 9)  $L11 + L21 + L31 + L41 + L51 + L61 + L71 + L81 = 210.00$
- 10)  $L12 + L22 + L32 + L42 + L52 + L62 + L72 + L82 = 276.65$
- 11)  $L13 + L23 + L33 + L43 + L53 + L63 + L73 + L83 = 225.45$
- 12)  $L14 + L24 + L34 + L44 + L54 + L64 + L74 + L84 = 519.85$
- 13)  $L15 + L25 + L35 + L45 + L55 + L65 + L75 + L85 = 414.00$
- 14)  $L16 + L26 + L36 + L46 + L56 + L66 + L76 + L86 = 227.00$
- 15)  $L17 + L27 + L37 + L47 + L57 + L67 + L77 + L87 = 429.50$
- 16)  $L18 + L28 + L38 + L48 + L58 + L68 + L78 + L88 = 381.50$
- 17)  $L19 + L29 + L39 + L49 + L59 + L69 + L79 + L89 = 183.35$

- 18)  $L110 + L210 + L310 + L410 + L510 + L610 + L710 + L810 = 462.00$   
 19)  $L111 + L211 + L311 + L411 + L511 + L611 + L711 + L811 = 444.60$   
 20)  $L112 + L212 + L312 + L412 + L512 + L612 + L712 + L812 = 114.00$

END

## REPORTE DE SALIDA

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 25

### OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 7207.965

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
L11	0.000000	8.239722
L21	0.000000	15.268595
L31	210.000000	0.000000
L41	0.000000	3.450666
L51	0.000000	5.260870
L61	0.000000	13.627749
L71	0.000000	53.958130
L81	0.000000	152.679260
L12	0.000000	13.771073
L22	0.000000	9.601537
L32	0.000000	4.634317
L42	0.000000	5.932659
L52	0.000000	1.377219
L62	0.000000	0.821512
L72	115.099281	0.000000
L82	161.550720	0.000000
L13	0.000000	13.771183
L23	0.000000	9.602204
L33	0.000000	4.634758
L43	0.000000	5.932930
L53	0.000000	1.377446
L63	0.000000	0.822177
L73	59.505173	0.000000
L83	165.944824	0.000000
L14	0.000000	8.794895
L24	0.000000	4.686247
L34	471.568909	0.000000
L44	0.000000	2.123364
L54	48.281086	0.000000

L64	0.000000	2.858492
L74	0.000000	17.776325
L84	0.000000	55.529137
L15	0.000000	13.770465
L25	0.000000	9.601233
L35	0.000000	4.633535
L45	0.000000	5.931980
L55	0.000000	1.376545
L65	0.000000	0.821091
L75	247.177780	0.000000
L85	166.822220	0.000000
L16	0.000000	14.380000
L26	0.000000	10.210000
L36	0.000000	5.240000
L46	0.000000	6.530000
L56	0.000000	1.950000
L66	0.000000	1.360000
L76	0.000000	0.380000
L86	227.000000	0.000000
L17	0.000000	15.188537
L37	0.000000	6.173742
L47	0.000000	7.767814
L57	0.000000	4.085719
L67	0.000000	4.754932
L77	0.000000	9.579121
L87	0.000000	23.125593
L18	0.000000	13.770823
L28	0.000000	9.601442
L38	0.000000	4.634540
L48	0.000000	5.932592
L58	0.000000	1.377058
L68	0.000000	0.821434
L78	380.132446	0.000000
L88	1.367567	0.000000
L19	0.000000	13.771043
L29	0.000000	9.601478
L39	0.000000	4.634525
L49	0.000000	5.932795
L59	0.000000	1.377171
L69	0.000000	0.821558
L79	59.704880	0.000000
L89	123.645119	0.000000
L110	0.000000	13.391537
L210	0.000000	9.222580
L310	0.000000	4.260930
L410	0.000000	5.572847

L510	0.000000	1.057555
L610	0.000000	0.559398
L710	462.000000	0.000000
L810	0.000000	0.630279
L111	0.000000	13.755779
L211	0.000000	9.585779
L311	0.000000	4.618911
L411	0.000000	5.918304
L511	0.000000	1.364396
L611	0.000000	0.811342
L711	444.600006	0.000000
L811	0.000000	0.025990
L112	0.000000	14.380000
L212	0.000000	10.210000
L312	0.000000	5.240000
L412	0.000000	6.530000
L512	0.000000	1.950000
L612	0.000000	1.360000
L712	0.000000	0.380000
L812	114.000000	0.000000
L27	429.500000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
1)	0.000000	4.634146
2)	0.000000	5.107527
3)	1.966899	0.000000
4)	0.000000	7.676768
5)	0.000000	3.096985
6)	0.000000	4.352806
7)	0.000000	10.436767
8)	1.370100	0.000000
9)	0.000000	-7.167985
10)	0.000000	-1.439854
11)	0.000000	-1.439328
12)	0.000000	-6.491795
13)	0.000000	-1.440303
14)	0.000000	-0.830000
15)	0.000000	-0.050082
16)	0.000000	-1.439796
17)	0.000000	-1.439828
18)	0.000000	-1.820551
19)	0.000000	-1.455264
20)	0.000000	-0.830000

NO. ITERATIONS= 25

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	OBJ COEFFICIENT RANGES		
	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
L11	15.210000	INFINITY	8.239722
L21	22.080000	INFINITY	15.268595
L31	6.070000	3.450665	INFINITY
L41	7.360000	INFINITY	3.450666
L51	2.780000	INFINITY	5.260870
L61	2.190000	INFINITY	13.627749
L71	1.210000	INFINITY	53.958130
L81	0.830000	INFINITY	152.679260
L12	15.210000	INFINITY	13.771073
L22	11.040000	INFINITY	9.601537
L32	6.070000	INFINITY	4.634317
L42	7.360000	INFINITY	5.932659
L52	2.780000	INFINITY	1.377219
L62	2.190000	INFINITY	0.821512
L72	1.210000	0.579725	0.380000
L82	0.830000	0.380000	1.969708
L13	15.210000	INFINITY	13.771183
L23	11.040000	INFINITY	9.602204
L33	6.070000	INFINITY	4.634758
L43	7.360000	INFINITY	5.932930
L53	2.780000	INFINITY	1.377446
L63	2.190000	INFINITY	0.822177
L73	1.210000	0.580912	0.380000
L83	0.830000	0.380000	1.979612
L14	15.210000	INFINITY	8.794895
L24	11.040000	INFINITY	4.686247
L34	6.070000	1.786466	0.085988
L44	7.360000	INFINITY	2.123364
L54	2.780000	0.085988	1.786466
L64	2.190000	INFINITY	2.858492
L74	1.210000	INFINITY	17.776325
L84	0.830000	INFINITY	55.529133
L15	15.210000	INFINITY	13.770465
L25	11.040000	INFINITY	9.601233
L35	6.070000	INFINITY	4.633535
L45	7.360000	INFINITY	5.931980
L55	2.780000	INFINITY	1.376545
L65	2.190000	INFINITY	0.821091
L75	1.210000	0.033072	0.380000

L85	0.830000	0.380000	0.033072
L16	15.210000	INFINITY	14.380000
L26	11.040000	INFINITY	10.210000
L36	6.070000	INFINITY	5.240000
L46	7.360000	INFINITY	6.530000
L56	2.780000	INFINITY	1.950000
L66	2.190000	INFINITY	1.360000
L76	1.210000	INFINITY	0.380000
L86	0.830000	0.380000	INFINITY
L17	15.210000	INFINITY	15.188537
L37	6.070000	INFINITY	6.173742
L47	7.360000	INFINITY	7.767814
L57	2.780000	INFINITY	4.085719
L67	2.190000	INFINITY	4.754932
L77	1.210000	INFINITY	9.579120
L87	0.830000	INFINITY	23.125593
L18	15.210000	INFINITY	13.770823
L28	11.040000	INFINITY	9.601442
L38	6.070000	INFINITY	4.634540
L48	7.360000	INFINITY	5.932592
L58	2.780000	INFINITY	1.377058
L68	2.190000	INFINITY	0.821434
L78	1.210000	0.081980	0.380000
L88	0.830000	0.380000	0.081980
L19	15.210000	INFINITY	13.771043
L29	11.040000	INFINITY	9.601478
L39	6.070000	INFINITY	4.634525
L49	7.360000	INFINITY	5.932795
L59	2.780000	INFINITY	1.377171
L69	2.190000	INFINITY	0.821558
L79	1.210000	0.058328	0.380000
L89	0.830000	0.380000	0.058328
L110	15.210000	INFINITY	13.391537
L210	11.040000	INFINITY	9.222580
L310	6.070000	INFINITY	4.260930
L410	7.360000	INFINITY	5.572847
L510	2.780000	INFINITY	1.057555
L610	2.190000	INFINITY	0.559398
L710	1.210000	0.559398	INFINITY
L810	0.830000	INFINITY	0.630279
L111	15.210000	INFINITY	13.755779
L211	11.040000	INFINITY	9.585779
L311	6.070000	INFINITY	4.618911
L411	7.360000	INFINITY	5.918304
L511	2.780000	INFINITY	1.364396
L611	2.190000	INFINITY	0.811342

L711	1.210000	0.025990	INFINITY
L811	0.830000	INFINITY	0.025990
L112	15.210000	INFINITY	14.380000
L212	11.040000	INFINITY	10.210000
L312	6.070000	INFINITY	5.240000
L412	7.360000	INFINITY	6.530000
L512	2.780000	INFINITY	1.950000
L612	2.190000	INFINITY	1.360000
L712	1.210000	INFINITY	0.380000
L812	0.830000	0.380000	INFINITY
L27	0.000000	4.085719	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
1	33.500000	9.438142	13.247160
2	29.000000	4.427185	12.346295
3	37.000000	INFINITY	1.966899
4	42.000000	12.235300	8.257700
5	51.000000	46.642250	0.167801
6	43.000000	5.212236	10.794220
7	60.000000	0.167801	5.212236
8	54.000000	INFINITY	1.370100
9	210.000000	199.799866	142.353210
10	276.649994	267.079834	71.718399
11	225.449997	274.973145	37.109680
12	519.849976	376.592438	417.981506
13	414.000000	275.256653	153.903137
14	227.000000	32.564552	227.000000
15	429.500000	2219.205566	429.500000
16	381.500000	2.261463	236.882950
17	183.350006	204.435974	37.203686
18	462.000000	89.098053	2.868385
19	444.600006	221.797287	7.140448
20	114.000000	50.744427	114.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

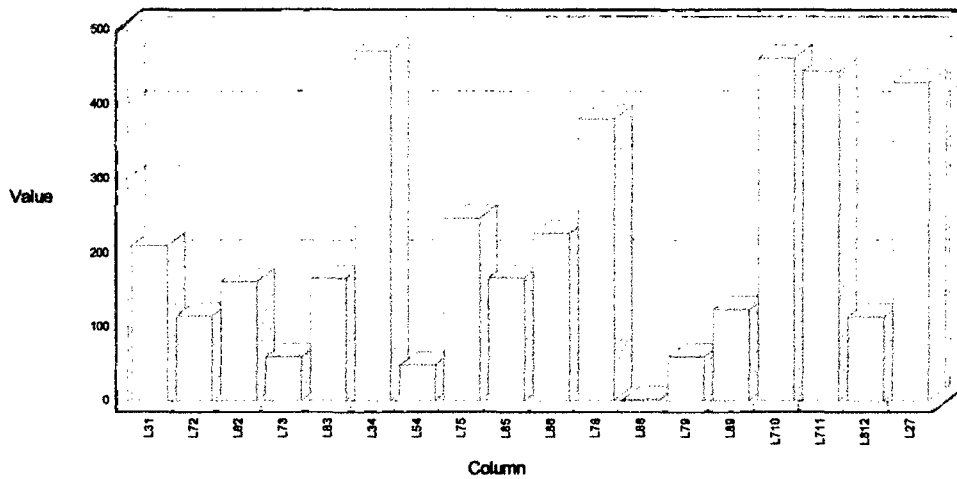
OBJ COEFFICIENT RANGES

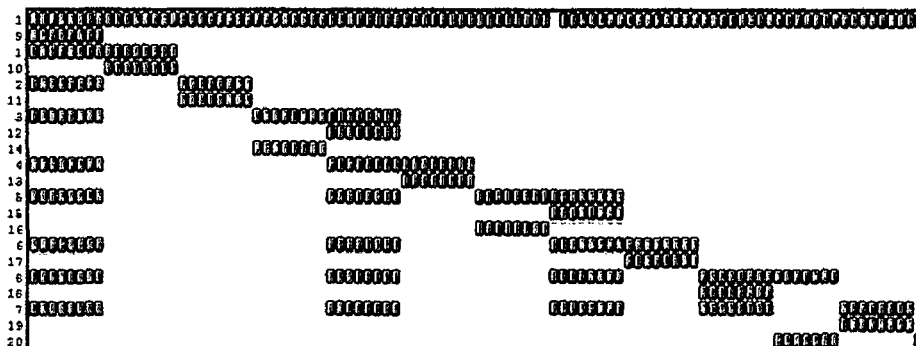
VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
L11	15.210000	INFINITY	8.239722
L21	22.080000	INFINITY	15.268595
L31	6.070000	3.450665	INFINITY
L41	7.360000	INFINITY	3.450665

L51	2.780000	INFINITY	5.260870
L61	2.190000	INFINITY	13.627749
L71	1.210000	INFINITY	53.958130
L81	0.830000	INFINITY	152.679260
L12	15.210000	INFINITY	13.771073
L22	11.040000	INFINITY	9.601537
L32	6.070000	INFINITY	4.634317
L42	7.360000	INFINITY	5.932659
L52	2.780000	INFINITY	1.377219
L62	2.190000	INFINITY	0.821512
L72	1.210000	0.579725	0.380000
L82	0.830000	0.380000	1.969708
L13	15.210000	INFINITY	13.771183
L23	11.040000	INFINITY	9.602204
L33	6.070000	INFINITY	4.634758
L43	7.360000	INFINITY	5.932930
L53	2.780000	INFINITY	1.377446
L63	2.190000	INFINITY	0.822177
L73	1.210000	0.580912	0.380000
L83	0.830000	0.380000	1.979612
L14	15.210000	INFINITY	8.794895
L24	11.040000	INFINITY	4.686247
L34	6.070000	1.786466	0.085988
L44	7.360000	INFINITY	2.123364
L54	2.780000	0.085988	1.786466
L64	2.190000	INFINITY	2.858492
L74	1.210000	INFINITY	17.776325
L84	0.830000	INFINITY	55.529133
L15	15.210000	INFINITY	13.770465
L25	11.040000	INFINITY	9.601233
L35	6.070000	INFINITY	4.633535
L45	7.360000	INFINITY	5.931980
L55	2.780000	INFINITY	1.376545
L65	2.190000	INFINITY	0.821091
L75	1.210000	0.033072	0.380000
L85	0.830000	0.380000	0.033072
L16	15.210000	INFINITY	14.380000
L26	11.040000	INFINITY	10.210000
L36	6.070000	INFINITY	5.240000
L46	7.360000	INFINITY	6.530000
L56	2.780000	INFINITY	1.950000
L66	2.190000	INFINITY	1.360000
L76	1.210000	INFINITY	0.380000
L86	0.830000	0.380000	INFINITY
L17	15.210000	INFINITY	15.188537
L37	6.070000	INFINITY	6.173742

L47	7.360000	INFINITY	7.767814
L57	2.780000	INFINITY	4.085719
L67	2.190000	INFINITY	4.754932
L77	1.210000	INFINITY	9.579120
L87	0.830000	INFINITY	23.125593
L18	15.210000	INFINITY	13.770823
L28	11.040000	INFINITY	9.601442
L38	6.070000	INFINITY	4.634540
L48	7.360000	INFINITY	5.932592
L58	2.780000	INFINITY	1.377058
L68	2.190000	INFINITY	0.821434
L78	1.210000	0.081980	0.380000
L88	0.830000	0.380000	0.081980
L19	15.210000	INFINITY	13.771043
L29	11.040000	INFINITY	9.601478
L39	6.070000	INFINITY	4.634525
L49	7.360000	INFINITY	5.932795
L59	2.780000	INFINITY	1.377171
L69	2.190000	INFINITY	0.821558
L79	1.210000	0.058328	0.380000
L89	0.830000	0.380000	0.058328
L110	15.210000	INFINITY	13.391537
L210	11.040000	INFINITY	9.222580
L310	6.070000	INFINITY	4.260930
L410	7.360000	INFINITY	5.572847
L510	2.780000	INFINITY	1.057555
L610	2.190000	INFINITY	0.559398
L710	1.210000	0.559398	INFINITY
L810	0.830000	INFINITY	0.630279
L111	15.210000	INFINITY	13.755779
L211	11.040000	INFINITY	9.585779
L311	6.070000	INFINITY	4.618911
L411	7.360000	INFINITY	5.918304
L511	2.780000	INFINITY	1.364396
L611	2.190000	INFINITY	0.811342
L711	1.210000	0.025990	INFINITY
L811	0.830000	INFINITY	0.025990
L112	15.210000	INFINITY	14.380000
L212	11.040000	INFINITY	10.210000
L312	6.070000	INFINITY	5.240000
L412	7.360000	INFINITY	6.530000
L512	2.780000	INFINITY	1.950000
L612	2.190000	INFINITY	1.360000
L712	1.210000	INFINITY	0.380000
L812	0.830000	0.380000	INFINITY
L27	0.000000	4.085719	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES			
ROW	CURRENT	ALLOWABLE	ALLOWABLE
	RHS	INCREASE	DECREASE
1	33.500000	9.438142	13.247160
2	29.000000	4.427185	12.346295
3	37.000000	INFINITY	1.966899
4	42.000000	12.235300	8.257700
5	51.000000	46.642250	0.167801
6	43.000000	5.212236	10.794220
7	60.000000	0.167801	5.212236
8	54.000000	INFINITY	1.370100
9	210.000000	199.799866	142.353210
10	276.649994	267.079834	71.718399
11	225.449997	274.973145	37.109680
12	519.849976	376.592438	417.981506
13	414.000000	275.256653	153.903137
14	227.000000	32.564552	227.000000
15	429.500000	2219.205566	429.500000
16	381.500000	2.261463	236.882950
17	183.350006	204.435974	37.203686
18	462.000000	89.098053	2.868385
19	444.600006	221.797287	7.140448
20	114.000000	50.744427	114.000000





Rows: 21 Columns: 96 Nonzeros: 414

### THE TABLEAU

ROW (BASIS)		L11	L21	L31	L41	L51	L61
1	ART	8.240	15.269	0.000	3.451	5.261	13.628
1	L82	-0.311	-0.256	0.000	0.746	2.954	6.048
2	L31	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	SLK 4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	L73	0.343	0.282	0.000	-0.823	-3.255	-6.665
5	L88	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	L54	-0.198	-0.163	0.000	0.476	1.882	3.853
7	L34	0.198	0.163	0.000	-0.476	-1.882	-3.853
8	SLK 9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	L75	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	L72	0.311	0.256	0.000	-0.746	-2.954	-6.048
11	L83	-0.343	-0.282	0.000	0.823	3.255	6.665
12	L711	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	L85	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	L86	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	L27	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	L78	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	L89	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	L710	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	L79	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	L812	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ART	ART	8.240	15.269	0.000	3.451	5.261	13.628

ROW	L71	L81	L12	L22	L32	L42	L52
1	53.958	152.679	13.771	9.602	4.634	5.933	1.377
1	20.317	54.549	-0.602	-0.601	-0.594	-0.572	-0.507
2	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	-22.392	-60.121	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	12.945	34.755	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	-12.945	-34.755	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	-20.317	-54.549	1.602	1.601	1.594	1.572	1.507
11	22.392	60.121	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ART	53.958	152.679	13.771	9.602	4.634	5.933	1.377

ROW	L62	L72	L82	L13	L23	L33	L43
1	0.822	0.000	0.000	13.771	9.602	4.635	5.933
1	-0.417	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	1.602	1.599	1.593	1.571
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	1.417	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	-0.602	-0.599	-0.593	-0.571
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ART	0.822	0.000	0.000	13.771	9.602	4.635	5.933

ROW	L53	L63	L73	L83	L14	L24	L34
1	1.377	0.822	0.000	0.000	8.795	4.686	0.000

1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	1.507	1.415	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.105	-0.086	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	1.105	1.086	1.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	-0.507	-0.415	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ART	1.377	0.822	0.000	0.000	8.795	4.686	0.000

ROW	L44	L54	L64	L74	L84	L15	L25
1	2.123	0.000	2.858	17.776	55.529	13.770	9.601
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.253	1.000	2.048	6.880	18.471	0.000	0.000
7	0.747	0.000	-1.048	-5.880	-17.471	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.604	1.602
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.604	-0.602
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ART	2.123	0.000	2.858	17.776	55.529	13.770	9.601





19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ART	13.771	9.601	4.635	5.933	1.377	0.821	0.000

ROW	L88	L19	L29	L39	L49	L59	L69
1	0.000	13.771	9.601	4.635	5.933	1.377	0.822
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	-0.603	-0.601	-0.593	-0.572	-0.507	-0.417
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	1.603	1.601	1.593	1.572	1.507	1.417
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ART	0.000	13.771	9.601	4.635	5.933	1.377	0.822

ROW	L79	L89	L110	L210	L310	L410	L510
1	0.000	0.000	13.392	9.223	4.261	5.573	1.058
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.058	0.058	0.057	0.055	0.049
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.475	0.474	0.468	0.451	0.400
6	0.000	0.000	-0.453	-0.452	-0.446	-0.430	-0.382
7	0.000	0.000	0.453	0.452	0.446	0.430	0.382
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	-1.178	-1.176	-1.160	-1.117	-0.992
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	0.000	0.000	1.178	1.176	1.160	1.117	0.992
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	-0.475	-0.474	-0.468	-0.451	-0.400



15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	-0.161	-0.132	0.000	0.317	0.000	0.000	0.000
17	0.226	0.185	0.000	-0.446	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	-0.226	-0.185	0.000	0.446	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000
ART	1.364	0.811	0.000	0.026	14.380	10.210	5.240

ROW	L412	L512	L612	L712	L812	L27	SLK 2
1	6.530	1.950	1.360	0.380	0.000	0.000	4.634
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	12.195
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	-0.026	-0.025	-0.024	-0.017	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-12.195
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000
ART	6.530	1.950	1.360	0.380	0.000	0.000	4.634

ROW	SLK	3 SLK	4 SLK	5 SLK	6 SLK	7 SLK	8
1	5.108	0.000	7.677	3.097	4.353	10.437	
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
3	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	-1.000	
4	-13.441	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
5	0.000	0.000	0.000	8.150	0.000	-8.150	
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	7.770	
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-7.770	
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.000	
9	0.000	0.000	-20.202	0.000	0.000	20.202	
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
11	13.441	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	0.000	0.000	20.202	0.000	0.000	-20.202
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	-8.150	0.000	8.150
17	0.000	0.000	0.000	0.000	11.455	-11.455
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	0.000	0.000	0.000	-11.455	11.455
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ART	5.108	0.000	7.677	3.097	4.353	10.437

ROW SLK 9

1	0.000	-7207.965
1	0.000	161.551
2	0.000	210.000
3	0.000	1.967
4	0.000	59.505
5	0.000	1.368
6	0.000	48.281
7	0.000	471.569
8	1.000	1.370
9	0.000	247.178
10	0.000	115.099
11	0.000	165.945
12	0.000	444.600
13	0.000	166.822
14	0.000	227.000
15	0.000	429.500
16	0.000	380.132
17	0.000	123.645
18	0.000	462.000
19	0.000	59.705
20	0.000	114.000
ART	0.000	0.000

## **ANEXO No. 03**

## CASO 2: CONDICIONES TOPOGRÁFICAS INADECUADAS

### FORMULACION DEL MODELO

UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN  
ESCUELA DE POST GRADO

#### FUNCION OBJETIVO

MIN

1278.21 HT+15.21 L11+11.04 L21+6.07 L31+7.36 L41+2.78 L51+2.19  
L61+1.21 L71+0.83L81+15.21 L12+11.04 L22+6.07 L32+7.36 L42+2.78  
L52+2.19 L62+1.21 L72+0.83L82+15.21 L13+11.04 L23+6.07 L33+7.36  
L43+2.78 L53+2.19 L63+1.21 L73+0.83L83+15.21 L14+11.04 L24+6.07  
L34+7.36 L44+2.78 L54+2.19 L64+1.21 L74+0.83L84+15.21 L15+11.04  
L25+6.07 L35+7.36 L45+2.78 L55+2.19 L65+1.21 L75+0.83L85+15.21  
L16+11.04L26+6.07L36+7.36L46+2.78L56+2.19L66+1.21L76+0.83L86+1  
5.21 L17+11.04 L21+6.07 L37+7.36 L47+2.78 L57+2.19 L67+1.21  
L77+0.83L87+15.21 L18+11.04 L28+6.07 L38+7.36 L48+2.78 L58+2.19  
L68+1.21L78+0.83L88+15.21L19+11.04L29+6.07L39+7.36L49+2.78L59+  
2.19L69+1.21L79+0.83L89+15.21L110+11.04L210+6.07L310+7.36L410+  
2.78L510+2.19L610+1.21L710+0.83L810+15.21L111+11.04L211+6.07L3  
11+7.36L411+2.78L511+2.19L611+1.21L711+0.83L811+15.21L112+11.0  
4L212+6.07L312+7.36L412+2.78L512+2.19L612+1.21L712+0.83L812

#### RESTRICCIONES HIDRAULICAS

ST

TRAMO 1-2

1) Ht-0.0056 L11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 L41-0.2733 L51-0.5270  
L61-1.6971 L71-4.5041 L81-0.0002 L12-0.0003 L22-0.0009 L32-0.0027  
L42-0.0080 L52-0.0154 L62-0.0496 L72-0.1316L82>=22.5

TRAMO 1-3

2) Ht-0.0056 L11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 L41-0.2733 L51-0.5270  
L61-1.6971 L71-4.5041 L81-0.0001 L13-0.0003 L23-0.0008 L33-0.0024  
L43-0.0072 L53-0.0140 L63-0.0449 L73-0.1193 L83 >=30.0

TRAMO 1-4-6

3) Ht-0.0056 L11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 L41-0.2733 L51-0.5270  
L61-1.6971 L71-4.5041 L81- 0.0030 L14-0.0054 L24-0.0165L34-0.0491  
L44-0.1452 L54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 L84-0.0001 L16-0.0001  
L26-0.0004 L36-0.0012 L46-0.0037 L56-0.0071 L66-0.0227 L76-0.0604  
L86 >=22.0

TRAMO 1-4-5

4) Ht-0.0056 L11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 L41-0.2733 L51-0.5270  
L61-1.6971 L71-4.5041 L81- 0.0030 L14-0.0054 L24-0.0165L34-0.0491  
L44-0.1452 L54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 L84- 0.0001 L15-0.0002

L25-0.0005 L35-0.0016 L45-0.0048 L55-0.0093 L65-0.0300 L75-0.0795  
L85 >=17.0

!TRAMO 1-4-7-8

5) Ht-0.0056 L11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 L41-0.2733 L51-0.5270  
L61-1.6971 L71-4.5041 L81- 0.0030 L14-0.0054 L24-0.0165L34-0.0491  
L44-0.1452 L54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 L84-0.0016 L17-0.0028  
L27-0.0086 L37-0.0256 L47-0.0758 L57-0.1462 L67-0.4707 L77-1.2493  
L87- 0.0002 L18-0.0004 L28-0.0014 L38-0.0040 L48-0.0119 L58-  
0.0230 L68-0.0742 L78-0.1969 L88 >=8.0

!TRAMO 1-4-7-9

6) Ht-0.0056 L11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 L41-0.2733 L51-0.5270  
L61-1.6971 L71-4.5041 L81- 0.0030 L14-0.0054 L24-0.0165L34-0.0491  
L44-0.1452 L54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 L84-0.0016 L17-0.0028  
L27-0.0086 L37-0.0256 L47-0.0758 L57-0.1462 L67-0.4707 L77-1.2493  
L87- 0.0002 L19-0.0003 L29-0.0010 L39-0.0029 L49-0.0085 L59-  
0.0164 L69-0.0528 L79-0.1401 L89 >=16.0

!TRAMO 1-4-7-10-11

7) Ht-0.0056 L11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 L41-0.2733 L51-0.5270  
L61-1.6971 L71-4.5041 L81- 0.0030 L14-0.0054 L24-0.0165L34-0.0491  
L44-0.1452 L54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 L84-0.0016 L17-0.0028  
L27-0.0086 L37-0.0256 L47-0.0758 L57-0.1462 L67-0.4707 L77-1.2493  
L87-0.0002 L110-0.0003 L210-0.0011 L310-0.0032 L410-0.0094 L510-  
0.0182 L610-0.0585 L710-0.1553 L810-0.0001 L111-0.0001 L211-0.0004  
L311-0.0013 L411-0.0038 L511-0.00734 L611-0.0235 L711-0.0624  
L811>=0.0

!TRAMO 1-4-7-10-12

8) Ht-0.0056 L11-0.0101 L21-0.0311 L31-0.0923 L41-0.2733 L51-0.5270  
L61-1.6971 L71-4.5041 L81- 0.0030 L14-0.0054 L24-0.0165L34-0.0491  
L44-0.1452 L54-0.2801 L64-0.9020 L74-2.3937 L84-0.0016 L17-0.0028  
L27-0.0086 L37-0.0256 L47-0.0758 L57-0.1462 L67-0.4707 L77-1.2493  
L87-0.0002 L110-0.0003 L210-0.0011 L310-0.0032 L410-0.0094 L510-  
0.0182 L610-0.0585 L710-0.1553 L810- 0.0000 L112-0.0001 L212-0.0002  
L312-0.0006 L412-0.0016 L512-0.0032 L612-0.0102 L712-0.0270  
L812>=5.0

#### !RESTRICCIONES GEOMETRICAS

- 9)  $L11 + L21 + L31 + L41 + L51 + L61 + L71 + L81 = 210.00$
- 10)  $L12 + L22 + L32 + L42 + L52 + L62 + L72 + L82 = 276.65$
- 11)  $L13 + L23 + L33 + L43 + L53 + L63 + L73 + L83 = 225.45$
- 12)  $L14 + L24 + L34 + L44 + L54 + L64 + L74 + L84 = 519.85$
- 13)  $L15 + L25 + L35 + L45 + L55 + L65 + L75 + L85 = 414.00$
- 14)  $L16 + L26 + L36 + L46 + L56 + L66 + L76 + L86 = 227.00$
- 15)  $L17 + L27 + L37 + L47 + L57 + L67 + L77 + L87 = 429.50$
- 16)  $L18 + L28 + L38 + L48 + L58 + L68 + L78 + L88 = 381.50$
- 17)  $L19 + L29 + L39 + L49 + L59 + L69 + L79 + L89 = 183.35$
- 18)  $L110 + L210 + L310 + L410 + L510 + L610 + L710 + L810 = 462.00$

$$19) L111 + L211 + L311 + L411 + L511 + L611 + L711 + L811 = 444.60$$

$$20) L112 + L212 + L312 + L412 + L512 + L612 + L712 + L812 = 114.00$$

END

## REPORTE DE SALIDA

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 55

### OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 52953.23

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
HT	31.356359	0.000000
L11	210.000000	0.000000
L21	0.000000	12.621944
L31	0.000000	23.454355
L41	0.000000	102.970802
L51	0.000000	329.746796
L61	0.000000	653.438721
L71	0.000000	2148.092285
L81	0.000000	5735.647461
L12	0.000000	12.584444
L22	0.000000	8.417310
L32	0.000000	3.464503
L42	0.000000	4.806082
L52	0.000000	0.377953
L62	176.651459	0.000000
L72	99.998535	0.000000
L82	0.000000	1.969708
L13	0.000000	8.578735
L23	0.000000	4.569097
L33	225.449997	0.000000
L43	0.000000	2.572892
L53	0.000000	1.841566
L63	0.000000	6.703856
L73	0.000000	30.499701
L83	0.000000	89.774162
L14	0.000000	3.095405
L24	111.447296	0.000000
L34	408.402710	0.000000
L44	0.000000	15.886578

L54	0.000000	54.335136
L64	0.000000	114.146301
L74	0.000000	391.620636
L84	0.000000	1059.145874
L15	0.000000	12.584444
L25	0.000000	8.419179
L35	0.000000	3.463382
L45	0.000000	4.805459
L55	0.000000	0.376956
L65	317.879242	0.000000
L75	96.120773	0.000000
L85	0.000000	1.963478
L16	0.000000	11.241916
L26	0.000000	7.071916
L36	0.000000	2.200923
L46	0.000000	3.754941
L56	227.000000	0.000000
L66	0.000000	0.532080
L76	0.000000	4.700446
L86	0.000000	16.762329
L17	0.000000	15.125543
L37	0.000000	6.478212
L47	0.000000	8.964694
L57	0.000000	7.917837
L67	0.000000	12.282681
L77	0.000000	34.141418
L87	0.000000	88.560318
L18	0.000000	12.583593
L28	0.000000	8.417421
L38	0.000000	3.466563
L48	0.000000	4.806328
L58	0.000000	0.377539
L68	286.523438	0.000000
L78	94.976570	0.000000
L88	0.000000	1.968555
L19	0.000000	12.583846
L29	0.000000	8.416538
L39	0.000000	3.465385
L49	0.000000	4.806539
L59	0.000000	0.377308
L69	111.087364	0.000000
L79	72.262642	0.000000
L89	0.000000	1.970385
L110	0.000000	12.582283
L210	0.000000	8.414715
L310	0.000000	3.464169

L410	0.000000	4.805236
L510	0.000000	0.376005
L610	392.997528	0.000000
L710	69.002487	0.000000
L810	0.000000	1.973946
L111	0.000000	13.430967
L211	0.000000	9.260967
L311	0.000000	4.298263
L411	0.000000	5.610149
L511	0.000000	1.090943
L611	0.000000	0.587027
L711	444.600006	0.000000
L811	0.000000	0.565955
L112	0.000000	14.380000
L212	0.000000	10.210000
L312	0.000000	5.240000
L412	0.000000	6.530000
L512	0.000000	1.950000
L612	0.000000	1.360000
L712	0.000000	0.380000
L812	114.000000	0.000000
L27	429.500000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
1)	0.000000	-28.654970
2)	0.000000	-801.807251
3)	0.000000	-330.023438
4)	0.000000	-47.342995
5)	0.000000	-19.140627
6)	0.000000	-26.923077
7)	0.000000	-24.317619
8)	2.370100	0.000000
9)	0.000000	-22.367975
10)	0.000000	-2.631287
11)	0.000000	-6.711446
12)	0.000000	-13.457838
13)	0.000000	-2.630290
14)	0.000000	-4.001087
15)	0.000000	-0.197068
16)	0.000000	-2.630234
17)	0.000000	-2.631538
18)	0.000000	-2.632581
19)	0.000000	-1.781464
20)	0.000000	-0.830000

NO. ITERATIONS= 55

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	OBJ COEFFICIENT RANGES		
	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
HT	1278.209961	9138.193359	287.744751
L11	15.210000	12.621945	INFINITY
L21	22.080000	INFINITY	12.621945
L31	6.070000	INFINITY	23.454355
L41	7.360000	INFINITY	102.970802
L51	2.780000	INFINITY	329.746796
L61	2.190000	INFINITY	653.438721
L71	1.210000	INFINITY	2148.092285
L81	0.830000	INFINITY	5735.647461
L12	15.210000	INFINITY	12.584444
L22	11.040000	INFINITY	8.417310
L32	6.070000	INFINITY	3.464503
L42	7.360000	INFINITY	4.806082
L52	2.780000	INFINITY	0.377953
L62	2.190000	0.310721	0.821512
L72	1.210000	0.579725	1.746756
L82	0.830000	INFINITY	1.969708
L13	15.210000	INFINITY	8.578735
L23	11.040000	INFINITY	4.569097
L33	6.070000	1.841566	INFINITY
L43	7.360000	INFINITY	2.572892
L53	2.780000	INFINITY	1.841566
L63	2.190000	INFINITY	6.703856
L73	1.210000	INFINITY	30.499701
L83	0.830000	INFINITY	89.774162
L14	15.210000	INFINITY	3.095405
L24	11.040000	2.545110	1.737084
L34	6.070000	1.737084	3.193967
L44	7.360000	INFINITY	15.886577
L54	2.780000	INFINITY	54.335136
L64	2.190000	INFINITY	114.146301
L74	1.210000	INFINITY	391.620636
L84	0.830000	INFINITY	1059.145874
L15	15.210000	INFINITY	12.584445
L25	11.040000	INFINITY	8.419179
L35	6.070000	INFINITY	3.463382
L45	7.360000	INFINITY	4.805459
L55	2.780000	INFINITY	0.376957

L65	2.190000	0.309643	0.821091
L75	1.210000	0.578974	1.734000
L85	0.830000	INFINITY	1.963478
L16	15.210000	INFINITY	11.241916
L26	11.040000	INFINITY	7.071916
L36	6.070000	INFINITY	2.200923
L46	7.360000	INFINITY	3.754941
L56	2.780000	0.532080	INFINITY
L66	2.190000	INFINITY	0.532080
L76	1.210000	INFINITY	4.700446
L86	0.830000	INFINITY	16.762329
L17	15.210000	INFINITY	15.125543
L37	6.070000	INFINITY	6.478212
L47	7.360000	INFINITY	8.964694
L57	2.780000	INFINITY	7.917837
L67	2.190000	INFINITY	12.282681
L77	1.210000	INFINITY	34.141422
L87	0.830000	INFINITY	88.560318
L18	15.210000	INFINITY	12.583593
L28	11.040000	INFINITY	8.417421
L38	6.070000	INFINITY	3.466563
L48	7.360000	INFINITY	4.806328
L58	2.780000	INFINITY	0.377539
L68	2.190000	0.310273	0.821434
L78	1.210000	0.579586	1.741441
L88	0.830000	INFINITY	1.968555
L19	15.210000	INFINITY	12.583846
L29	11.040000	INFINITY	8.416538
L39	6.070000	INFINITY	3.465385
L49	7.360000	INFINITY	4.806539
L59	2.780000	INFINITY	0.377308
L69	2.190000	0.310023	0.821558
L79	1.210000	0.579806	1.738481
L89	0.830000	INFINITY	1.970385
L110	15.210000	INFINITY	12.582283
L210	11.040000	INFINITY	8.414715
L310	6.070000	INFINITY	3.464169
L410	7.360000	INFINITY	4.805236
L510	2.780000	INFINITY	0.376005
L610	2.190000	0.308615	0.586324
L710	1.210000	0.580233	1.463936
L810	0.830000	INFINITY	1.973946
L111	15.210000	INFINITY	13.430968
L211	11.040000	INFINITY	9.260968
L311	6.070000	INFINITY	4.298263
L411	7.360000	INFINITY	5.610149

L511	2.780000	INFINITY	1.090943
L611	2.190000	INFINITY	0.587027
L711	1.210000	0.565956	INFINITY
L811	0.830000	INFINITY	0.565955
L112	15.210000	INFINITY	14.380000
L212	11.040000	INFINITY	10.210000
L312	6.070000	INFINITY	5.240000
L412	7.360000	INFINITY	6.530000
L512	2.780000	INFINITY	1.950000
L612	2.190000	INFINITY	1.360000
L712	1.210000	INFINITY	0.380000
L812	0.830000	0.380000	INFINITY
L27	0.000000	6.478212	INFINITY

**RIGHTHAND SIDE RANGES**

ROW	CURRENT	ALLOWABLE	ALLOWABLE
	RHS	INCREASE	DECREASE
1	22.500000	3.419950	6.041480
2	30.000000	1.237065	3.419950
3	22.000000	4.043580	1.237065
4	17.000000	1.989700	6.580101
5	8.000000	4.862800	14.669998
6	16.000000	2.630360	4.043580
7	0.000000	2.780800	2.370100
8	5.000000	2.370100	INFINITY
9	210.000000	INFINITY	210.000000
10	276.649994	222.074677	121.804031
11	225.449997	1546.331177	225.449997
12	519.849976	839.494446	74.973633
13	414.000000	213.946228	219.336670
14	227.000000	1092.859497	227.000000
15	429.500000	939.414429	429.500000
16	381.500000	211.426086	197.708893
17	183.350006	160.387817	76.582954
18	462.000000	152.791199	270.731628
19	444.600006	118.331924	100.855301
20	114.000000	87.781464	114.000000







8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	-2.937	-11.595	-23.748	-79.775	-214.162	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.444
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

ROW	L25	L35	L45	L55	L65	L75	L85
1	8.419	3.463	4.805	0.377	0.000	0.000	1.963
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	-0.440	-0.425	-0.372	-0.217	0.000	1.000	3.391
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	1.440	1.425	1.372	1.217	1.000	0.000	-2.391
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

ROW	L16	L26	L36	L46	L56	L66	L76
1	11.242	7.072	2.201	3.755	0.000	0.532	4.700
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	-0.324	-0.324	-0.297	-0.225	0.000	0.306	1.712
4	0.174	0.174	0.159	0.121	0.000	-0.164	-0.918
5	0.070	0.070	0.064	0.049	0.000	-0.066	-0.371





2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	1.000	3.398	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	-0.447	-0.444	-0.424	-0.372
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	1.000	0.000	-2.398	0.000	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	1.447	1.444	1.424	1.372
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

ROW	L510	L610	L710	L810	L111	L211	L311
1	0.376	0.000	0.000	1.974	13.431	9.261	4.298
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	-0.218	0.000	1.000	3.402	-0.581	-0.581	-0.573
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.023	0.023	0.023
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	1.218	1.000	0.000	-2.402	0.581	0.581	0.573
19	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

ROW	L411	L511	L611	L711	L811	L112	L212
-----	------	------	------	------	------	------	------



8	ROW	SLK	2 SLK	3 SLK	4 SLK	5 SLK	6 SLK	7 SLK
	1	28.655	801.807	330.023	47.343	19.141	26.923	24.318
	1	29.240	-29.240	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	0.000	-1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	0.000	-90.090	90.090	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	0.000	-48.309	48.309	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	-19.531	0.000	19.531	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	-27.473	0.000	0.000	27.473	0.000
	7	0.000	0.000	-24.814	0.000	0.000	0.000	24.814
	8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.000
	9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	10	-29.240	29.240	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	12	0.000	90.090	-90.090	0.000	0.000	0.000	0.000
	13	0.000	0.000	48.309	-48.309	0.000	0.000	0.000
	14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	16	0.000	0.000	19.531	0.000	-19.531	0.000	0.000
	17	0.000	0.000	27.473	0.000	0.000	-27.473	0.000
	18	0.000	0.000	24.814	0.000	0.000	0.000	-24.814
	19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

ROW	SLK	9
1	0.00E+00	-0.53E+05
1	0.000	99.999
2	0.000	31.356
3	0.000	408.403
4	0.000	96.121
5	0.000	94.977
6	0.000	72.263
7	0.000	69.002
8	1.000	2.370
9	0.000	210.000
10	0.000	176.651
11	0.000	225.450
12	0.000	111.447
13	0.000	317.879
14	0.000	227.000
15	0.000	429.500
16	0.000	286.523
17	0.000	111.087
18	0.000	392.998

19	0.000	444.600
20	0.000	114.000