

**UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN**

**Facultad de Ingeniería**

**Escuela Profesional de Ingeniería Metalúrgica y Materiales**

**MODELAMIENTO MATEMÁTICO EN FUNCIÓN DE  
LOS VALORES DE COBRE SECUENCIAL EN  
LIXIVIACIÓN DE COLUMNAS**

**TESIS**

**Presentada por:**

**Bach. LUIS ALBERTO QUISPE COSI**

**Para optar el Título Profesional de:**

**INGENIERO METALURGISTA**

**TACNA - PERÚ**

**2023**

**UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN**

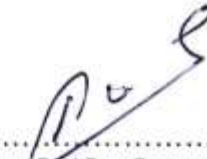
**Facultad de Ingeniería**

Escuela Profesional de Ingeniería Metalúrgica y Materiales

**MODELAMIENTO MATEMÁTICO EN FUNCIÓN DE  
LOS VALORES DE COBRE SECUENCIAL EN  
LIXIVIACIÓN DE COLUMNAS**

Tesis sustentada y aprobada el día 21 de diciembre del 2023, estando integrado el Jurado Calificador por:


**PRESIDENTE**

:   
Dr. Tolomeo Raúl Soto Pérez


**SECRETARIO**

:   
Dr. Matías Carlos Vivar Colquicocha

**VOCAL**

:   
Dr. Luis Fortunato Caso Palpa

**ASESOR**

:   
Dr. Luis Fortunato Caso Palpa

## CERTIFICADO DE SIMILITUD

Yo, Dr. Luis Fortunato Caso Palpa en mi condición de asesor acreditado por la Resolución de facultad N° 07666-2023-FAIN/UNJBG de la tesis titulada **“MODELAMIENTO MATEMÁTICO EN FUNCIÓN DE LOS VALORES DE COBRE SECUENCIAL EN LIXIVIACIÓN DE COLUMNAS”**, presentado por el Bach. LUIS ALBERTO QUISPE COSI para optar el título profesional de Ingeniero Metalurgista. Habiendo cumplido con lo establecido en el reglamento originalidad y de similitud de trabajos de Investigación y producción intelectual considerando que según la revisión, evaluación y análisis realizado a través de software de similitud textual Turnitin cuenta con un nivel de similitud permitido cuyo porcentaje es de 2% por lo que **CERTIFICO LA SIMILARIDAD** de la tesis está de acuerdo al nivel **PERMITIDO**, para continuar con los trámites respectivos para su obtención del título.



Firma del Asesor



DNI: 06452883

Nombres y Apellidos del Asesor: Dr. Luis Fortunato Caso Palpa

## **DEDICATORIA**

El presente trabajo está dedicado a mis padres, que con su amor y apoyo incondicional me empujaron hacía un camino de bien y me motivaron a seguir adelante a pesar de las adversidades.

A mis hermanos, que con su ejemplo me han enseñado a no rendirme frente a las dificultades, con sus consejos me han ayudado a tomar las mejores decisiones y con su compañía me hacen saber que no estoy solo.

A cada persona que ha estado presente durante mi formación académica y profesional, que con su empatía me ayudaron a crecer y no mirar hacia atrás.

## **AGRADECIMIENTOS**

Mi más sincero agradecimiento a mi alma mater, la Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann y a la Escuela Profesional de Ingeniería Metalúrgica y Materiales, que a través de los docentes he podido crecer profesionalmente con su guía y mentoría.

A Dios, por permitirme vivir con salud y energía cada etapa de mi vida y enseñarme que lo más importante es la familia.

Agradecido con mi familia, por esforzarse en darme una buena educación y nunca haberme negado su apoyo.

## ÍNDICE TEMÁTICO

|  |      |
|--|------|
| DEDICATORIA .....                            | iv   |
| AGRADECIMIENTOS .....                        | v    |
| ÍNDICE TEMÁTICO .....                        | vi   |
| ÍNDICE DE TABLAS .....                       | xi   |
| ÍNDICE DE FIGURAS .....                      | xiii |
| RESUMEN.....                                 | xv   |
| ABSTRACT.....                                | xvi  |
| INTRODUCCIÓN .....                           | 1    |
| CAPÍTULO I PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....  | 3    |
| 1.1 Descripción del problema.....            | 3    |
| 1.1.1 Antecedentes del problema .....        | 3    |
| 1.1.2 Problemática de la investigación ..... | 4    |
| 1.2 Formulación del problema.....            | 4    |
| 1.2.1 Problema principal .....               | 4    |
| 1.2.2 Problemas específicos .....            | 5    |

|                                 |  |    |
|---------------------------------|--|----|
| 1.3                             | Justificación e importancia .....                | 5  |
| 1.3.1                           | Justificación teórica .....                      | 5  |
| 1.3.2                           | Justificación práctica .....                     | 6  |
| 1.3.3                           | Justificación metodológica .....                 | 6  |
| 1.4                             | Alcances y limitaciones.....                     | 6  |
| 1.5                             | Objetivos .....                                  | 7  |
| 1.5.1                           | Objetivo General .....                           | 7  |
| 1.5.2                           | Objetivos Específicos .....                      | 7  |
| 1.6                             | Hipótesis.....                                   | 7  |
| 1.6.1                           | Hipótesis general .....                          | 7  |
| 1.6.2                           | Hipótesis específicas .....                      | 8  |
| CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO ..... |  | 9  |
| 2.1.                            | Antecedentes del trabajo de investigación .....  | 9  |
| 2.1.1.                          | Antecedentes internacionales .....               | 9  |
| 2.1.2.                          | Antecedentes nacionales.....                     | 13 |
| 2.2.                            | Bases teóricas .....                             | 16 |
| 2.2.1.                          | Hidrometalurgia.....                             | 16 |
| 2.2.2.                          | Lixiviación de minerales oxidados de cobre ..... | 16 |

|   |           |
|---|-----------|
| 2.2.3. Química de la lixiviación.....             | 18        |
| 2.2.4. Termodinámica.....                         | 20        |
| 2.2.5. Métodos de lixiviación .....               | 21        |
| 2.2.6. Parámetros que afectan la lixiviación..... | 26        |
| 2.2.7. Modelamiento matemático .....              | 31        |
| 2.2.8. Cinética de reacción química .....         | 32        |
| 2.2.9. Análisis de cobre secuencial.....          | 36        |
| 2.2.10. Definición de términos .....              | 38        |
| <b>CAPÍTULO III MARCO METODOLÓGICO .....</b>      | <b>40</b> |
| 3.1. Tipo y diseño de la investigación.....       | 40        |
| 3.1.1. Nivel de investigación .....               | 40        |
| 3.2. Población y muestra .....                    | 41        |
| 3.2.1. Población .....                            | 41        |
| 3.2.2. Muestra.....                               | 41        |
| 3.3. Operacionalización de variables.....         | 41        |
| 3.3.1. Variable independiente.....                | 41        |
| 3.3.2. Variable dependiente .....                 | 41        |

|  |   |    |
|--|---|----|
| 3.4.                                     | Técnicas e instrumentos para recolección de datos ..... | 42 |
| 3.4.1.                                   | Equipos .....   | 43 |
| 3.4.2.                                   | Materiales .....  | 43 |
| 3.5.                                     | Procesamiento y análisis de datos .....                 | 44 |
| CAPÍTULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN ..... |   | 45 |
| 4.1.                                     | Resultados .....  | 45 |
| 4.1.1.                                   | Descripción de las pruebas .....                        | 45 |
| 4.1.2.                                   | Mineral de cabeza.....                                  | 48 |
| 4.1.3.                                   | Solución de riego.....                                  | 50 |
| 4.1.4.                                   | Consumo de ácido .....                                  | 51 |
| 4.1.5.                                   | Potencial Redox de las soluciones.....                  | 53 |
| 4.1.6.                                   | Extracción de cobre .....                               | 56 |
| 4.1.7.                                   | Cinética química.....                                   | 62 |
| 4.1.8.                                   | Constante cinética.....                                 | 71 |
| 4.1.9.                                   | Modelamiento.....                                       | 72 |
| 4.2.                                     | Contrastación de hipótesis general .....                | 76 |
| 4.3.                                     | Discusión .....   | 77 |

|  |    |
|--|----|
| 4.3.1. Pruebas de validación del modelo experimental ..... | 77 |
| CONCLUSIONES .....   | 83 |
| RECOMENDACIONES .....                                      | 85 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                           | 86 |
| ANEXOS .....   | 90 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|  |    |
|--|----|
| <b>Tabla 1</b> <i>Operacionalización de las variables</i> .....                          | 41 |
| <b>Tabla 2</b> <i>Datos de las columnas</i> .....  | 46 |
| <b>Tabla 3</b> <i>Peso mineral húmedo</i> .....  | 45 |
| <b>Tabla 4</b> <i>Datos de aglomeración y carguío</i> .....                              | 46 |
| <b>Tabla 5</b> <i>Datos operacionales</i> .....  | 47 |
| <b>Tabla 6</b> <i>Análisis químico de cabeza</i> .....                                   | 48 |
| <b>Tabla 7</b> <i>Razón de solubilidad</i> .....   | 48 |
| <b>Tabla 8</b> <i>Contraste de las soluciones de riego</i> .....                         | 49 |
| <b>Tabla 9</b> <i>Consumo de ácido</i> .....   | 51 |
| <b>Tabla 10</b> <i>Diferencia de medias en soluciones de riego y PLS</i> .....           | 53 |
| <b>Tabla 11</b> <i>Relación <math>Fe^{3+}/Fe^{2+}</math> en el PLS</i> .....             | 54 |
| <b>Tabla 12</b> <i>Densidades de PLS</i> .....   | 57 |
| <b>Tabla 13</b> <i>Diferencia de cobre entre riego y PLS</i> .....                       | 58 |
| <b>Tabla 14</b> <i>Porcentaje de extracción de cobre</i> .....                           | 59 |
| <b>Tabla 15</b> <i>Extracción máxima</i> .....   | 61 |
| <b>Tabla 16</b> <i>Recuperaciones de pruebas adicionales</i> .....                       | 64 |
| <b>Tabla 17</b> <i>Ajuste de datos a modelos cinéticos C5</i> .....                      | 65 |
| <b>Tabla 18</b> <i>Ajuste de datos a modelos cinéticos C6</i> .....                      | 66 |
| <b>Tabla 19</b> <i>Coeficientes de determinación C5 a C14</i> .....                      | 69 |
| <b>Tabla 20</b> <i>Pendientes del modelo difusión a través de la capa producto</i> ..... | 70 |

|                 |  |    |
|-----------------|--|----|
| <b>Tabla 21</b> | <i>Leyes de cabeza por cobre secuencial</i> .....          | 71 |
| <b>Tabla 22</b> | <i>Significancia de coeficientes</i> .....                 | 72 |
| <b>Tabla 23</b> | <i>Resumen del modelo para el ajuste</i> .....             | 73 |
| <b>Tabla 24</b> | <i>Resumen del nuevo modelo para el ajuste</i> .....       | 74 |
| <b>Tabla 25</b> | <i>Análisis de varianza</i> .....                          | 75 |
| <b>Tabla 26</b> | <i>Porcentaje de disolución calculada con solver</i> ..... | 77 |
| <b>Tabla 27</b> | <i>Valores de extracción estimada – columna 5</i> .....    | 78 |
| <b>Tabla 28</b> | <i>Valores de extracción estimada – columna 11</i> .....   | 78 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|                  |  |    |
|------------------|--|----|
| <b>Figura 1</b>  | <i>Modelos cinéticos propuestos de lixiviación</i> .....                       | 10 |
| <b>Figura 2</b>  | <i>Modelo matemático para el consumo de ácido sulfúrico</i> .....              | 15 |
| <b>Figura 3</b>  | <i>Esquema del contacto entre el mineral y la solución lixivante</i> .....     | 17 |
| <b>Figura 4</b>  | <i>Diagrama Eh-pH del Sistema Cu-S-O-H<sub>2</sub>O a 25 °C.</i> .....         | 21 |
| <b>Figura 5</b>  | <i>Esquematzación de un pad de lixiviación</i> .....                           | 22 |
| <b>Figura 6</b>  | <i>Batea de Lixiviación</i> .....  | 25 |
| <b>Figura 7</b>  | <i>Efecto del tamaño de partícula en la cinética de lixiviación</i> .....      | 28 |
| <b>Figura 8</b>  | <i>Comportamiento en la recuperación de cobre y el consumo de ácido</i> .      | 29 |
| <b>Figura 9</b>  | <i>Efecto de la velocidad de agitación en la cinética de lixiviación</i> ..... | 30 |
| <b>Figura 10</b> | <i>Esquematzación del Modelo de núcleo sin reaccionar</i> .....                | 33 |
| <b>Figura 11</b> | <i>Modelos cinéticos SCM</i> .....   | 34 |
| <b>Figura 12</b> | <i>Cobre secuencial</i> .....  | 36 |
| <b>Figura 13</b> | <i>Consumo acumulado de ácido</i> .....  | 52 |
| <b>Figura 14</b> | <i>Rotulado de muestras y contenedores</i> .....                               | 55 |
| <b>Figura 15</b> | <i>Determinación de volumen y densidad de soluciones</i> .....                 | 56 |
| <b>Figura 16</b> | <i>Curva de recuperación</i> .....   | 60 |
| <b>Figura 17</b> | <i>Linealización con modelos cinéticos C5</i> .....                            | 67 |
| <b>Figura 18</b> | <i>Linealización con modelos cinéticos C6</i> .....                            | 68 |
| <b>Figura 19</b> | <i>Extracción real vs estimada – columna 5</i> .....                           | 79 |

|   |    |
|---|----|
| <b>Figura 20</b> <i>Extracción real vs estimada – columna 11</i> .....            | 80 |
| <b>Figura 21</b> <i>Correlación extracción real y estimada – columna 5</i> .....  | 80 |
| <b>Figura 22</b> <i>Correlación extracción real y estimada – columna 11</i> ..... | 81 |

## RESUMEN

El presente trabajo de investigación fue desarrollado y evaluado en una planta hidrometalúrgica de mineral oxidado de cobre donde se aprovecha el alto poder oxidante del agua de mar para el proceso de la lixiviación, precisamente en esta etapa es donde se procura aportar al campo metalúrgico mediante el estudio del modelo cinético que pretende describir la recuperación de cobre en función del tiempo, se efectuó una serie de evaluaciones mediante lixiviación de 14 columnas sometidas a regímenes de riego de 24 horas durante 8640 minutos, el estudio determinó que el tipo de mineral puede ser definido, en términos matemáticos, como un proceso controlado por difusión a través de la capa producto basado en el modelo de núcleo reducido.

De la evaluación metalúrgica se desprende como ecuación general del proceso al siguiente modelo matemático:  $K=0,000015 + 0,000038 \%CuSAc + 0,000525 \%CuSCN - 0,000297 \%CuRes$ , pruebas posteriores de validación demuestran que el modelo es capaz de predecir los porcentajes de extracción con los análisis químicos iniciales del mineral de cabeza al alcanzar coeficientes de correlación mayores a 97 %, este tipo de análisis químico es conocido como Cobre Secuencial.

Palabras claves: Curado, modelamiento matemático, lixiviación, PLS, modelos cinéticos, núcleo reducido, difusión a través de la capa producto, pH, óxido de cobre, lixiviación en columnas

## ABSTRACT

This thesis was developed and evaluated in a hydrometallurgical plant of oxidized copper ore where the high oxidizing power of seawater is used for the leaching process, precisely at this stage is where it try to contribute to the metallurgical field by studying the kinetic model that aims to describe the recovery of copper as a function of time, a serie of metallurgical tests were to run by leaching, 14 columns subjected to 24 hour irrigation regimes for about 8640 minutes, the study determined that the type of mineral can be defined, in mathematical terms, as a diffusion through of product layer process based on the reduced core model.

From the metallurgical tests, the following mathematical model is derived as the general equation of the process:  $K=0.000015 + 0.000038 \%CuSAc + 0.000525 \%CuSCN - 0.000297 \%CuRes$ , additional validation tests shows that the model is able to predict the extraction percentages with the initial chemical analyses of the head ore by reaching correlation coefficients greater than 97 %, this kind of analysys are knwon as secuential copper.

Key words: Acid curing, mathematical modeling, leaching, PLS, kinetic models, reduced core, diffusion through the product layer, pH, copper oxide, column leaching.

## INTRODUCCIÓN

El tratamiento de minerales oxidados de cobre tradicionalmente se ha realizado mediante el contacto con una solución diluida de ácido sulfúrico, proceso conocido como lixiviación, este busca la extracción del cobre con la formación de sulfato de cobre soluble en agua, que tras pasar por etapas de purificación de soluciones es reducido a su estado elemental mediante electrodeposición. Con el pasar de los años, la caída en las leyes de los yacimientos y la presencia de minerales cada vez más complejos han dificultado la operación de estos tratamientos motivando la realización de estudios a favor de la innovación en el tratamiento hidrometalúrgico del cobre.

La realización de modelos matemáticos ha ayudado a tener una idea más clara del comportamiento que puede tener cada muestra mineral frente al tratamiento que recibe para la extracción del metal valioso, ya que mediante la ejecución de pruebas metalúrgicas en las que se aseguren ciertas condiciones de operación como la granulometría, la acidez de la solución, la relación sólido líquido, etc. se pueden obtener datos representativos y precisos acerca del efecto de cada una de las variables consideradas en su desarrollo, las cuales pueden ser importantes para el análisis matemático y estadístico y la posterior toma de decisiones.

Diversos estudios enfocados en la determinación de la cinética de la lixiviación de minerales oxidados de cobre indican que los modelos de núcleo sin

reaccionar son los que describen mejor este proceso; por ello, en la presente investigación se busca elaborar un modelo matemático sujeto al comportamiento de una muestra mineral, que mediante la data recolectada con la ejecución de pruebas metalúrgicas de lixiviación de columnas y en función de las leyes de cabeza obtenidas con los análisis de cobre secuencial, nos permita tener un adecuado ajuste para el desarrollo de la herramienta predictora, validada estadísticamente, la cual será capaz de pronosticar el comportamiento metalúrgico de esta muestra al ser lixiviada.

# CAPÍTULO I

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 Descripción del problema

El desarrollo de las pruebas de lixiviación en columnas tiene como objetivo la evaluación cinética de las especies químicas valiosas, así como la estimación de ratios de consumo, entre ellos, la cantidad de ácido, el consumo de algún reactivo en especial, así como el total de agua necesario para alcanzar la humedad y aglomeración adecuada. La correcta interpretación de los resultados sirve para predecir el comportamiento del mineral evaluado cuando es sometido a condiciones operativas de trabajo y con las cuales podemos hacer predicciones de tiempos de lixiviación, así como estimaciones de costos operativos.

#### *1.1.1 Antecedentes del problema*

La sociedad estadounidense de minería, metalurgia y exploración (SME) a través de la recopilación de trabajos de hidrometalurgia de cobre elaborada por Jergensen (1999) recomienda los criterios necesarios que se deben tomar en cuenta para un adecuado modelamiento de un proceso dinámico de lixiviación, siendo estos, el nivel de producción deseado, la topografía del área del PAD de lixiviación, el plan de mina y la curva de extracción del tipo de mineral evaluado proveniente de los test de columnas.

### ***1.1.2 Problemática de la investigación***

La consideración de las dos últimas recomendaciones del SME mencionadas en el párrafo anterior, el plan de mina y la curva de extracción, han sido base para el desarrollo del modelo matemático en el presente trabajo de investigación, en lo concerniente al plan de mina, la caracterización mineralógica del cobre es fundamental para el desarrollo del modelamiento, en tanto que, los criterios cinéticos son pautados por la data obtenida de las evaluaciones de lixiviación en columnas.

Es imperativo mencionar, que los datos que en lo sucesivo serán presentados, provienen de evaluaciones metalúrgicas realizadas por el personal de la empresa hidrometalúrgica de cobre, precisamente el objeto del desarrollo de este trabajo es brindar un enfoque complementario al modelo desarrollado por la empresa; si bien es cierto, el enfoque actual permite estimar los tiempos de recuperación, se sustentará que este se puede mejorar en función a los criterios de los valores de cobre secuencial y no solo a los valores individuales de cada prueba.

## **1.2 Formulación del problema**

### ***1.2.1 Problema principal***

Lo vertido anteriormente permite hacer el planteamiento de la siguiente pregunta:

Bn ¿Es posible desarrollar un modelo matemático que permita describir el

comportamiento cinético del mineral evaluado en función de los valores de cobre secuencial?

### ***1.2.2 Problemas específicos***

¿Es posible describir el comportamiento cinético de un mineral lixiviado en pruebas de columnas mediante el uso de modelos matemáticos validados estadísticamente?

¿Cuáles son los términos significativos que gobiernan el modelo matemático?

## **1.3 Justificación e importancia**

Dentro de un contexto industrial metalúrgico, donde por lo general los costos operativos son significativamente altos, la importancia de un modelo matemático permite tomar decisiones de manera acertada, la posibilidad de realizar predicciones adecuadas estará en función del desarrollo de un modelo idóneo, los criterios que a continuación son presentados pretenden sustentar el desarrollo del presente trabajo.

### ***1.3.1 Justificación teórica***

El propósito de la presente investigación está enfocado en aportar al conocimiento existente sobre modelación matemática de pruebas de lixiviación en columnas, se demostrará que, el uso de predictores basados en los valores del análisis de cobre secuencial en la constitución del modelo matemático es factible

reconociendo al mismo tiempo que, el desarrollo del modelo constituye un poderoso instrumento de predicción. Los resultados obtenidos serán potencialmente útiles para poder ser implementados en los cálculos de producción.

### **1.3.2 *Justificación práctica***

El carácter práctico de un trabajo de investigación está dado en la medida en que el conocimiento generado aporte o ayude a resolver el problema planteado, la justificación práctica estaría descrita de la siguiente manera:

«Esta investigación se realiza porque existe la necesidad de desarrollar el modelo matemático que utilice variables predictoras, basadas en los análisis de cobre secuencial, que describa el comportamiento cinético del mineral cuprífero oxidado, utilizado en la producción de cobre catódico recuperado a partir de la lixiviación con agua de mar».

### **1.3.3 *Justificación metodológica***

El modelo matemático fue elaborado con la aplicación de técnicas experimentales y estadísticas sujetas a ser investigadas una vez que sea demostrada su validez, de esta forma está sustentado la aplicación del método científico en la presente tesis, otorgando la confiabilidad necesaria a los resultados obtenidos para poder ser utilizados en otros trabajos similares de investigación.

## **1.4 Alcances y limitaciones**

Los resultados que se desprenden del presente trabajo no constituyen una

guía exacta para la aplicación del modelo desarrollado en otros procesos de lixiviación similares, condiciones como la caracterización mineralógica, factores ambientales, tecnología usada entre otros deben ser entendidas como aspectos intrínsecos que son propias de cada operación; por lo que queda a criterio de cada investigador el uso del conocimiento generado. Así mismo, los datos y resultados presentados en la parte experimental corresponden a un número limitado de pruebas desarrolladas por temas de confidencialidad empero representan una cantidad suficiente para demostrar la secuencia de generar un modelo matemático basado en los análisis de cobre secuencial.

## **1.5 Objetivos**

### ***1.5.1 Objetivo General***

- Desarrollar un modelo matemático a fin de describir el comportamiento cinético del mineral evaluado en función de los valores de cobre secuencial.

### ***1.5.2 Objetivos Específicos***

- Describir a través de modelos matemáticos validados el comportamiento cinético del mineral evaluado en pruebas de lixiviación de columnas.
- Determinar los términos significativos que componen el modelo matemático.

## **1.6 Hipótesis**

### ***1.6.1 Hipótesis general***

- La correcta interpretación de los datos obtenidos en pruebas de lixiviación en

columnas, permitirá desarrollar un modelo matemático capaz describir el comportamiento cinético del mineral evaluado en función de valores de cobre secuencial.

### ***1.6.2 Hipótesis específicas***

- El ajuste adecuado de los datos obtenidos en pruebas de lixiviación de columnas a modelos matemáticos validados permitirá describir el comportamiento cinético del mineral evaluado.
- La aplicación del criterio estadístico necesario permitirá determinar los términos con mayor significancia en la constitución del modelo matemático.

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

#### **2.1. Antecedentes del trabajo de investigación**

##### ***2.1.1. Antecedentes internacionales***

La facultad de ingeniería de la universidad chilena Arturo Prat, a través de sus investigadores (Saldaña et al., 2022) realizaron una revisión exhaustiva de diferentes modelos matemáticos desarrollados por diferentes investigadores en un intento de describir el proceso de lixiviación en términos matemáticos, el trabajo comienza mencionando la importancia del proceso de lixiviación en la industria cuprífera, al resaltar el uso generalizado de este proceso en yacimientos de baja y alta ley por cuestiones asociados a la minimización de costos operativos. En cuanto a la modelización del proceso de lixiviación, se clasifica en dos los tipos de modelos: empíricos y deterministas, indicando que la construcción de modelos empíricos demanda el manejo de una gran cantidad de datos históricos para parametrizar un sistema de lixiviación, si se toma en cuenta el alto costo de instalación de equipos para la medición de todas las variables asociadas al proceso, el desarrollo de estos modelos son frecuentemente inviables, esta falta de desarrollo de modelos empíricos en escala industrial da cabida al desarrollo de modelos deterministas que utilizan factores fisicoquímicos dominantes para su elaboración.

Destacan dos enfoques matemáticos para explicar de manera conceptual la

cinética de la lixiviación, ambos resumidos en las interacciones existentes entre solutos y solventes, siendo en el caso de lixiviación de cobre, el mineral de cobre y solución ácida respectivamente, así como la transformación parcial del soluto con respecto al tiempo, estos modelos cinéticos son:

- Modelo de núcleo sin reaccionar (SCM por sus siglas en inglés) también conocido como núcleo decreciente
- Modelo de conversión progresiva (MCP por sus siglas en inglés)

En la figura 1 y a manera de resumen, quedan representados los principales modelos cinéticos que describen el proceso de lixiviación, algunos de estos modelos serán considerados en el desarrollo de la presente tesis.

### Figura 1

*Modelos cinéticos propuestos de lixiviación*

| Model  | Mechanism  |
|--|--|
| $k = 1 - (1 - X)^{1/3}$  | Chemical reaction control  |
| $k = 1 - \frac{2}{3}X - (1 - X)^{2/3}$                                     | Diffusion control  |
| $k = 1 - (1 - 0.45X)^{1/3}$  | Surface chemical reaction by shrinking core model  |
| $k = [1 - (1 - X)^{1/3}]^2$  | Diffusion through product layer  |
| $k = 1 - \frac{2}{3}X - (1 - X)^{1/3}$                                     | Diffusion through a porous product layer by shrinking core model                           |
| $k = \frac{1}{3}ln(1 - X) + (1 - X)^{1/3} - 1$                             | Interfacial transfer and diffusion across the product layer                                |
| $k = 1 - 3(1 - X)^{2/3} + 2(1 - X)$  | Diffusion of hydrogen ions through a product layer by shrinking core model                 |
| $k = 1 - (1 - X)^{2/3}$  | Mixed control model by shrinking core model (diffusion control; chemical reaction control) |
| $k = -ln(1 - X)$   | Mixed control model (surface reaction control; and diffusion through sulfur layer)         |
| $k = \frac{1}{2}(1 - X)^{-5/3} - \frac{1}{4}(1 - X)^{-4/3} + \frac{1}{20}$ | Mixed control model based on reactant concentrations                                       |

*Nota:* “X” representa la fracción disuelta mientras que “k” viene a estar dado por el valor de la constante cinética. Tomado de Saldaña et al. (2022)

Es importante mencionar, que en el estudio también son mencionados otras formulaciones matemáticas donde se han considerado modelos exponenciales inversos, así como modelos potenciales de regresión múltiple lineales y no lineales.

Así mismo, Apua & Madiba (2021) a través de una publicación científica en la revista del Instituto de Ingenieros Químicos de Taiwán, explicaron el desarrollo de un modelo matemático predictivo en la extracción de elementos en un mineral oxidado de cobre mediante lixiviación con ácido sulfúrico, lo medular del trabajo desarrollado fue estudiar y comprender el mecanismo que permite la disolución del cobre principalmente, esto quiere decir que se hizo un profundo análisis sobre el mecanismo que describe la reacción y la velocidad de disolución mediante la determinación del orden de reacción. Los resultados obtenidos de extracción en cobre, cobalto y hierro fueron ajustados al modelo cinético de núcleo reducido, los factores evaluados fueron tiempo de lixiviación, velocidad de agitación, pH del medio y temperatura, las extracciones óptimas fueron de 97,02% para cobre, 85,41% para cobalto mientras que el hierro alcanzó 39,64%, los parámetros hallados bajo estos resultados fueron: concentración de ácido sulfúrico de 0,77 M, P80 -62,23 mm, relación sólido/líquido de 13%, 60 minutos de lixiviación, pH: 1,0, temperatura de 70°C y velocidad de agitación de 500 rpm. En el estudio del mecanismo cinético se utilizó cuatro modelos de núcleo reducido, siendo estos:

- Proceso controlado por reacción química

$$x = kt$$

- Proceso controlado por difusión a través de una película

$$1 - (1 - x)^{1/3} = kt$$

- Proceso controlado a través de la capa producto

$$1 - 3(1 - x)^{2/3} + 2(1 - x) = kt$$

- Proceso controlado a través de un proceso mixto (combinación de difusión de película y reacción química).

$$\left[ (1 - x)^{-\frac{1}{3}} - 1 \right] + \left( \frac{1}{3} \right) \ln(1 - x) = k$$

Todos los modelos mencionados fueron ploteados con el porcentaje de conversión o disolución versus el tiempo de extracción de cada elemento, de la comparación de los coeficientes de determinación “R<sup>2</sup>” se determinó que el mecanismo mixto es el que controla el proceso para todos los elementos, a partir de esta ecuación cinética se calculó la energía de activación para cada uno de los elementos, la pendiente de cada uno de los gráficos (logaritmo neperiano del modelo cinético mixto versus 1/T donde T representa el valor de las diferentes temperaturas de lixiviación realizadas) multiplicado por la constante de gases ideales R permitió determinar las Ea de 24,0; 28,1; y 19,5 kJ/moles para Cu, Co y Fe respectivamente.

Finalmente, se evaluó el ajuste de los valores obtenidos de recuperación con diferentes modelos matemáticos de orden cero, orden  $\frac{1}{2}$ , orden 1 y orden 2 para comprender el comportamiento de disolución del mineral y determinar la velocidad de disolución de los tres elementos en la solución ácida. Ninguno de los modelos mencionados presentó un buen ajuste; por lo que fue necesario utilizar dos modelos adicionales, el modelo propuesto por Hixson y Crowell y el propuesto por Gompertz, siendo este último el que mejores coeficientes de determinación  $R^2$  presentó (Cu:  $R^2 = 0,8952$ ; Co:  $R^2 = 0,7962$ ; Fe:  $R^2 = 0,9027$ ). En base a este modelo se hallaron los términos constantes para alzar un buen ajuste, se determinó que la ecuación  $\%Cu = 98,5 + (-91,2/t)$  describe el comportamiento de disolución del cobre de manera adecuada. ( $R^2 = 0,99$ ).

### ***2.1.2. Antecedentes nacionales***

En la búsqueda del entendimiento de los principales parámetros y variables involucradas en el proceso de lixiviación de una planta específica ubicada en la región Moquegua, Zúñiga (2019) desarrolló su tesis basada en pruebas de lixiviación de mineral cuprífero (sulfuro secundario principalmente calcocita y covelita) mediante la evaluación metalúrgica de 11 columnas, para ello usó un diseño experimental factorial de 8 pruebas y 3 puntos centrales a fin de obtener mejores recuperaciones. El tiempo de lixiviación, el pH en la solución de riego y la densidad de riego fueron las variables evaluadas a dos niveles. La interacción de

estas variables permitió alcanzar una extracción máxima de 97,12% donde se determinó que los valores óptimos fueron: tiempo de lixiviación de 48 días, pH de 1,69 y densidad de riego 14,17 lt/hr/m<sup>2</sup>.

Si bien es cierto que, la evaluación de este tipo de mineral (sulfuro secundario) difiere del tipo de mineral usado en el desarrollo de la tesis, debemos destacar los criterios metalúrgicos en común en la lixiviación con el uso de columnas donde principalmente podemos efectuar un estudio detallado al tener un alto grado de control de las variables involucradas, otra característica que se tiene en común en este tipo de pruebas tipo Batch es la posibilidad de efectuar muestreos diarios donde se mide la velocidad de disolución del cobre.

El criterio de utilizar el análisis de cobre secuencial como variables predictoras, es compartido por Surco (2012) en su trabajo de tesis para la optimización del proceso de aglomeración y lixiviación en una planta de lixiviación de cobre, tesis sustentada en la Universidad Nacional de Ingeniería bajo la hipótesis de que la cantidad óptima de ácido sulfúrico en el proceso de aglomeración disminuye la concentración de ácido libre, este planteamiento está basado en el concepto termodinámico de que una menor concentración iónica promueve una mayor actividad química en la solución lixivante y por ende una mejor solubilidad de iones cobre, las variables predictoras utilizadas en la construcción del modelo matemático que describe el consumo de ácido en la etapa de aglomeración fueron:

%CuSAc, %FeOx y %  $CO_3^{2-}$  , donde CuSAc (variable en común) representa el cobre soluble en ácido, FeOx representa a los diferentes tipos de hierro en forma de óxidos y  $CO_3^{2-}$  representa el porcentaje de carbonatos, se menciona solo estas tres variables ya que el consumo de ácido sulfúrico según los resultados obtenidos depende principalmente de éstas. El modelo queda representado de acuerdo a la siguiente figura:

**Figura 2**

*Modelo matemático para el consumo de ácido sulfúrico*

$$\text{Moles } H^+ = \frac{\%CuSAc}{3\,175} + \frac{6\%FeOx}{28\,000} + \frac{\%CO_3^{2-}}{3\,000} \times f$$

$$\text{Moles } H_2SO_4 = \frac{[\text{Moles } H^+]^2 - K_w}{[\text{Moles } H^+] + K_a}$$

$$\text{Ratio (kg } H_2SO_4 / \text{ TM Mineral)} = \frac{9\,800\,000 \cdot \text{Moles } H_2SO_4}{\% H_2SO_4}$$

*Nota:* constante de acidez ( $K_a$ ), constante de disociación de agua ( $K_w$ ), factor de ajuste ( $f$ ). Figura tomada de la tesis de Surco (2012).

Del estudio mencionado se desprende que mediante la optimización del consumo de ácido sulfúrico en el proceso de aglomeración es posible lograr un ahorro anual de US\$ 571 926,5.

## **2.2. Bases teóricas**

### **2.2.1. Hidrometalurgia**

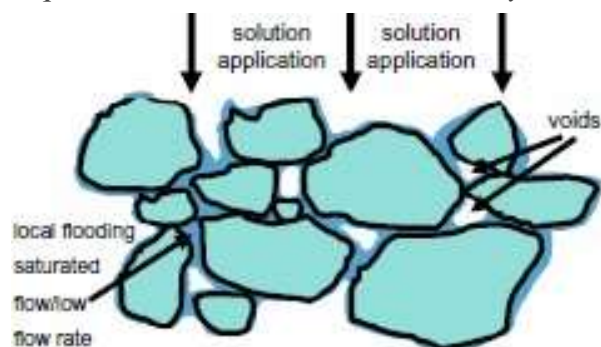
“La hidrometalurgia corresponde a la tecnología de extraer los metales, desde los materiales que los contienen, mediante medios físico-químicos acuosos”, (Domic, 2001, p4), su aplicación se centra en la disolución de los metales valiosos contenidos en minerales mediante el contacto con algún medio acuoso en el que el metal de interés es soluble, principalmente minerales oxidados por su alta solubilidad en soluciones acuosas. Aunque también, puede ser usado para el tratamiento de metales en su estado elemental como es el caso del oro en la cianuración o en menor escala se aplica con los sulfuros o concentrados de flotación, aunque estas últimas solo a nivel de laboratorio. Cuando el metal de interés es transferido desde la fase sólida a la fase acuosa, la solución cargada es enviada a etapas de concentración y/o purificación en donde se eliminan elementos que puedan interferir con el proceso de extracción. Finalmente, el material valioso es reducido a su estado elemental mediante electrodeposición. Este conjunto de operaciones unitarias (lixiviación, purificación y recuperación) son los pilares de la hidrometalurgia, el correcto manejo de cada una de ellas garantiza buenos resultados operativos los que deberán verse reflejados en la obtención de un producto de alta calidad.

### **2.2.2. Lixiviación de minerales oxidados de cobre**

El tratamiento hidrometalúrgico de minerales oxidados de cobre principalmente usa como agente lixivante al ácido sulfúrico, en este se busca preparar al mineral para la aplicación y contacto con el licor lixivante, y así recuperar el metal desde la solución. El cobre contenido en la solución, ahora denominada PLS (pregnant leaching solution) puede ser recuperado con la aplicación de métodos como la cementación y la extracción por solventes, este último involucra extraer el cobre de la fase acuosa con un solvente orgánico, y eliminar las impurezas. El solvente orgánico cargado con cobre después es descargado con una solución concentrada de ácido sulfúrico. Finalmente, el cobre es reducido mediante electrolisis desde la solución cargada de sulfato de cobre (Gupta & Mukherjee, 1990)

**Figura 3**

*Esquema del contacto entre el mineral y la solución lixivante*

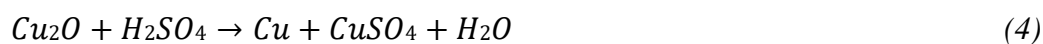
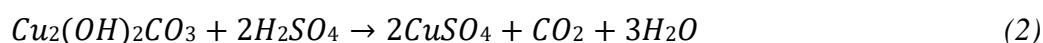
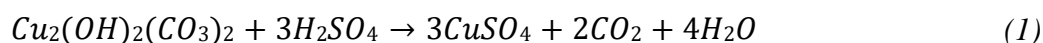


*Nota:* Los espacios blancos entre el mineral representan espacios vacíos, responsables de la compactación que tiene una pila de mineral al ser lixiviado. Obtenido de (Free, 2022).

Los métodos más usados para el procesamiento de los minerales oxidados de cobre, y con mayor aplicación a nivel industrial, son la lixiviación en pilas/Pads, lixiviación en bateas y la lixiviación por agitación, de los cuales el que tiene mayor aplicación es la lixiviación en pilas. Su ciclo de tratamiento oscila de 3 a 6 meses y es usado para minerales de bajo grado; la lixiviación en bateas tiene un ciclo de 6 a 8 días y se aplica a minerales con una cinética de lixiviación relativamente rápida; por último la lixiviación por agitación es el método más rápido teniendo un ciclo de tratamiento de solo algunas horas (entre 4 a 6 h).

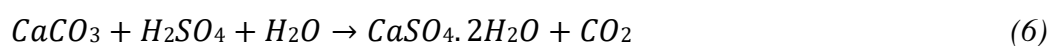
### **2.2.3. *Química de la lixiviación***

Los fenómenos químicos que ocurren en la interacción entre metales y minerales con otras especies en un medio acuoso pueden ser amplios, la lixiviación al ser un proceso dinámico da origen al contacto entre diversas especies que no necesariamente tienen influencia directa y/o indirecta en la recuperación del metal de interés, en este caso el cobre, según (Free, 2022) estas reacciones se pueden clasificar como reacciones de precipitación, hidrolisis, electroquímicas, de conversión, de acomplejamiento, de solvatación y de disociación iónica. Esto expone la necesidad de conocer las reacciones gobernantes del proceso de lixiviación de cobre. A continuación, se detalla las reacciones químicas de las interacciones del ácido sulfúrico con los principales minerales oxidados de cobre (azurita, malaquita, tenorita, cuprita y crisocola).



A partir de estas reacciones se puede interpretar que la especie obtenida de la lixiviación de cobre es en forma de sulfato, esto gracias a la acción del ácido sulfúrico (que también cumple una función acomplejante).

Por otro lado, es sabido que el ácido al entrar en contacto con el mineral no reacciona únicamente con los minerales de cobre, la materia sin valor o ganga la cual está presente en mayor proporción, también interactúa con el ácido sulfúrico elevando los consumos del reactivo, (Bingöl & Canbazoğlu, 2004) indican que el consumo de ácido puede ser uno de los factores más importantes en la lixiviación y que se debe tener especial cuidado con los carbonatos especialmente con la caliza y la dolomita por ser grandes consumidores de ácido. La interacción entre la caliza y el ácido sulfúrico es representada por la ecuación 6.



#### **2.2.4. Termodinámica**

Para comprender el comportamiento fisicoquímico del cobre durante la lixiviación es necesario conocer las propiedades termodinámicas del sistema. Verificar la estabilidad de los compuestos y elementos que participan en la lixiviación es importante para su estudio, estos son representados por los diagramas de Pourbaix, los cuales relacionan el potencial de óxido – reducción (Eh) con el pH del medio.

El potencial redox, puede ser usado para explicar la estabilidad de las especies que están presentes en el medio lixivante, las líneas horizontales y verticales que se ven en los diagramas Eh-pH representan las condiciones en las que productos y reactantes son estables y permanecen en equilibrio a determinadas concentraciones (Barriga & Sc, 2013).

La figura 4, nos muestra el diagrama Eh-pH del sistema Cu-S-O-H<sub>2</sub>O a 25 °C, en esta se observa al cobre en su forma elemental en una pequeña zona dentro del área de estabilidad del agua, esta zona indica que todo elemento o especie que se encuentre dentro de ella es termodinámicamente estable en un medio acuoso, además también se visualiza al catión Cu<sup>+2</sup> (oxidado) de lo cual se deduce que para oxidar el cobre se requieren ambientes ácidos y a potenciales relativamente altos.

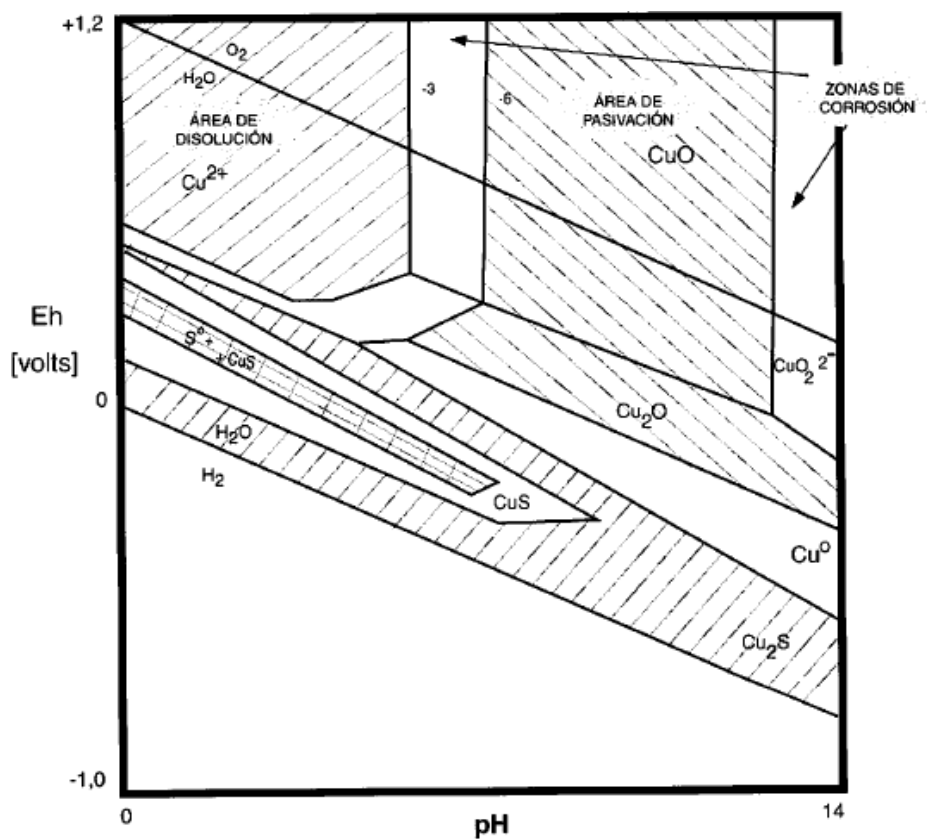
De acuerdo con el diagrama, vemos que el O<sub>2</sub> puede ser usado como agente oxidante de manera satisfactoria. Según Domic (2001) si el oxidante es el oxígeno,

la reacción catódica consumirá iones de hidrógeno en la superficie de acuerdo con la siguiente reacción:



**Figura 4**

*Diagrama Eh-pH del Sistema Cu-S-O-H<sub>2</sub>O a 25 °C.*



Nota: La imagen representa la estabilidad de las diferentes especies de Cu en contacto con S-O-H<sub>2</sub>O a diferentes condiciones de pH y Eh. Tomado de (Domic, 2001).

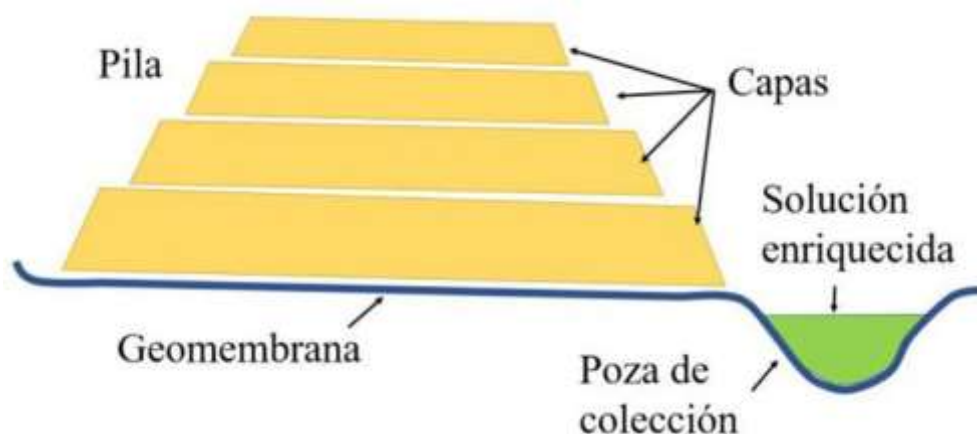
### 2.2.5. Métodos de lixiviación

- **Lixiviación en Pads**

La lixiviación en Pads fue desarrollado a fines de los 60's y a inicios de los 70's, como un método de tratamiento de minerales de bajo grado. Minas que no se explotaban por ser consideradas antieconómicas pudieron ser tratadas por este método. Este tipo de tratamiento consiste en apilar grandes cantidades de mineral de baja ley sobre una superficie debidamente impermeabilizada, con la instalación de un sistema de riego (goteo o aspersión) se humecta al mineral con una solución lixivante la cual por percolación será drenada a través de todo el mineral y pasará a una poza de recolección, ver Fig. 5, esta solución ahora llamada PLS (pregnant leaching solution) será la que contiene el metal de interés.

**Figura 5**

*Esquematación de un pad de lixiviación*



*Nota:* Fuente <https://revistamineria.com.pe/actualidad/monitoreo-de-flujos-de-solucion-en-las-pilas-de-lixiviacion-de-cobre>.

Para la instalación de una pila de lixiviación es necesario tener una zona debidamente impermeabilizada, para ello se hace uso de un terreno con ligera pendiente para facilitar la recolección del PLS, el terreno es impermeabilizado con el uso de mantos de HDPE, también conocido como geomembrana, previa nivelación del terreno con capas de arcilla. En la parte inferior de la pila se suele colocar mineral de gran tamaño con la finalidad de facilitar el drenaje y la recolección de la solución cargada. La parte superior de la pila es acondicionada para el riego de solución con el uso de aspersores verificando la adición uniforme (Gupta & Mukherjee, 1990).

La lixiviación en pilas al tratar minerales de baja ley sus ciclos de tratamiento pueden tardarse entre 3 a 6 meses y con tasas relativamente bajas de recuperación (alrededor del 80%), a pesar de esto la lixiviación en pilas resulta ser una opción de tratamiento atractiva por sus bajos costos de operación.

- **Lixiviación en bateas**

La lixiviación en bateas o vats es un tratamiento en el que el material es depositado en un estanque impermeable de fondo filtrante, por lo general tablas de madera, inundado de solución lixivante. El ciclo de lixiviación es corto, oscila entre 6 y 8 días, por ello la cinética del mineral tratado debe ser rápida. Su uso se limita a la lixiviación de materiales inusuales que no responden bien a la lixiviación en pilas o basureros pero que no requieren molienda para la liberación de la partícula

valiosa, por ejemplo, óxidos de baja ley y minerales con la mayor parte del metal presente como partículas gruesas (Marsden & House, 2006).

El tratamiento en bateas se suele dar en sistemas de riego en contracorriente con un flujo continuo, aunque también hay casos del uso de sistemas tipo batch. En los sistemas en contracorriente la solución lixivante entra en contacto con el material por inundación desde la parte inferior de la batea hasta cubrir completamente el mineral enriqueciendo la solución en contenido metálico y ésta misma se retira por rebose desde la parte superior de la batea, el flujo es continuo hasta que termina el ciclo de tratamiento. En el caso de los batch, la solución se mantiene estacionaria hasta que se cumple el tiempo del ciclo de tratamiento, para mantener las condiciones de operación se suele agregar ácido directamente a la batea, y así asegurar la recuperación del metal valioso. Además, es común realizar lavados al mineral antes de comenzar un nuevo ciclo, esto con la finalidad de recuperar el cobre ocluido en la solución que no logra ser drenada, presente como humedad o encharcamientos, en casos extremos el contenido de cobre presente en esta solución puede ascender al 30 % del total lixiviado (Gupta & Mukherjee, 1990).

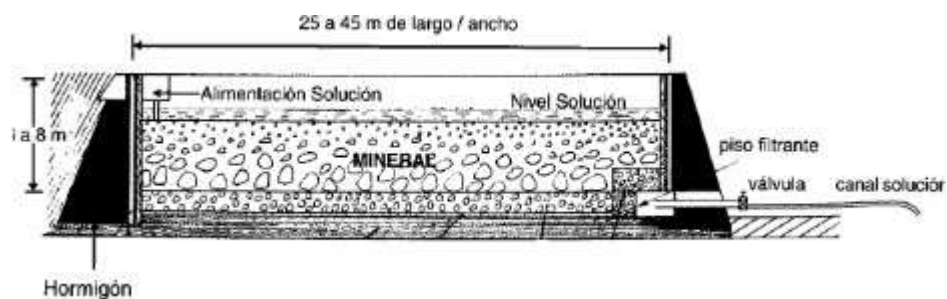
La operación de un proceso de lixiviación en bateas se da de la siguiente manera:

- Chancado de mineral  $\frac{1}{4}$ " –  $\frac{1}{2}$ ".

- Carguío de bateas con mineral clasificado.
- Curado de mineral con solución concentrada.
- Inundación de batea con solución de ácido sulfúrico.
- Control de parámetros durante ciclo de lixiviación (pH, H+).
- Filtrado y descarga de PLS a poza de recolección.
- Descarga de sólidos (ripios) de vat.
- Carguío de material nuevo.

**Figura 6**

*Batea de Lixiviación*



*Nota:* La imagen indica las partes de una batea de lixiviación. Tomado de (Domic, 2001)

- **Lixiviación por agitación**

Este método se realiza para material finamente molido, es importante mencionar que la lixiviación por agitación es un método costoso por la gran cantidad de recursos energéticos que demanda, es por ello que es usado con materiales de alta ley y de cinética rápida, además en algunos casos también puede ser usado para el tratamiento de concentrados. La lixiviación por agitación nos permite tratar minerales en tiempos reducidos en comparación a otros métodos, esto gracias a que se tiene un mayor contacto entre el mineral con el agente lixivante, ya que la agitación permite disminuir el espesor de la capa límite de difusión.

A pesar de los altos costos de aplicación, su uso se da por sus altas tasas de recuperación (hasta 95 %) y tiempos cortos de tratamiento (de 6 a 24 horas). Por otro lado, para una operación exitosa es necesario usar concentraciones de lixivante medianas a altas (Gaviria C et al., 2007).

Domic (2001) indica que este método también es adecuado para la aplicación de factores que puedan acelerar las cinéticas de lixiviación, como son:

- Agitación intensa
- Altas temperaturas (hasta 250 °C)
- Presiones altas (superiores a la atmosférica)
- Uso de reactivos oxidantes altamente agresivos

#### ***2.2.6. Parámetros que afectan la lixiviación***

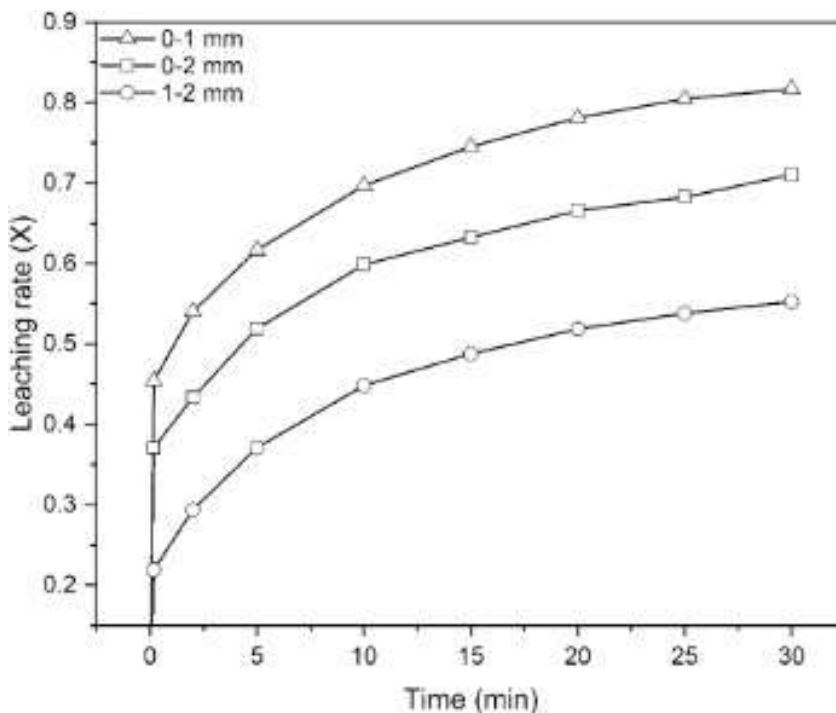
- **Efecto del tamaño de partícula**

La ocurrencia de una reacción química es efectiva cuando existe contacto directo entre reactivos y reactantes, esto se puede observar claramente con la interacción de líquidos y/o gases. Sin embargo, en la lixiviación de cobre se contacta una fase sólida (reactante) con una fase líquida (reactivo) dificultando su interacción y ralentizando la reacción; motivo por el cual en el procesamiento de minerales se usan muchos recursos para reducir el tamaño de la partícula del mineral, bajo esa lógica se infiere que mientras la partícula sea más pequeña habrá una mejor liberación del material valioso y una mayor área de contacto con el reactivo (ácido sulfúrico). Estudios enfocados en la búsqueda de condiciones óptimas para la lixiviación de minerales oxidados de cobre aceptan esta inferencia, Hosseinzadeh et al. (2021) y Ata et al. (2001) en sus respectivos trabajos realizan una serie de pruebas experimentales en las que indagan la influencia de diversos factores y entre ellos el tamaño de partícula, ambos llegan a la conclusión de que mientras el tamaño del mineral tratado es más pequeño, la recuperación de cobre aumenta, obteniendo recuperaciones de Cu 71% y 99.99% respectivamente.

En la práctica generalmente se usan tamaños de partícula entre 0 y 20 mm, aunque se tiene especial cuidado con partículas muy finas, pues dependiendo del tipo de operación estas pueden en el caso de la lixiviación en Pads, disminuir la percolabilidad del talud.

**Figura 7**

*Efecto del tamaño de partícula en la cinética de lixiviación*



*Nota:* La imagen representa la variación de la cinética de lixiviación en función del tamaño de partícula. Tomado de (Hosseinzadeh et al., 2021).

- **Efecto de la acidez**

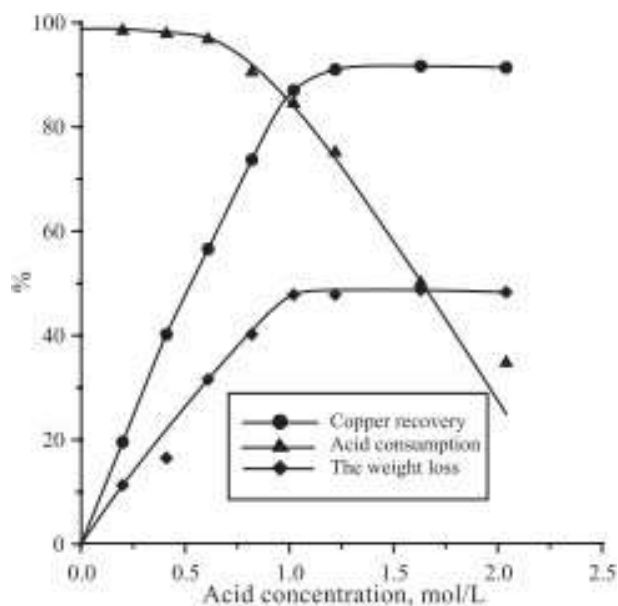
La acidez cumple un factor muy importante en el tratamiento de minerales oxidados de cobre, su efecto se relaciona con la cinética de lixiviación y la recuperación del metal, generalmente un aumento en la acidez de la solución lixivante contribuye positivamente al proceso. Sin embargo, un exceso de este puede generar dificultades como la disolución de elementos no deseados que pueden contaminar el producto final. La concentración de ácido sulfúrico es

particular a la muestra que se trabaje y del método que se use para tratarlo. Sin embargo, los valores de concentración pueden estar alrededor de los 10 a 20 g/L.

Bingöl & Canbazoğlu (2004) indican que la concentración de ácido tiene una relación directa con la recuperación de cobre, en su estudio detalla que una concentración de 1.02 mol/L de ácido sulfúrico contribuye a obtener recuperaciones de cobre 87% para una muestra en la que el cobre se presenta principalmente en la malaquita. No obstante, concentraciones muy elevadas no son beneficiosas por la disolución de ganga presente en la muestra sólida, esto confirma lo detallado en el párrafo anterior.

### Figura 8

*Comportamiento en la recuperación de cobre y el consumo de ácido*



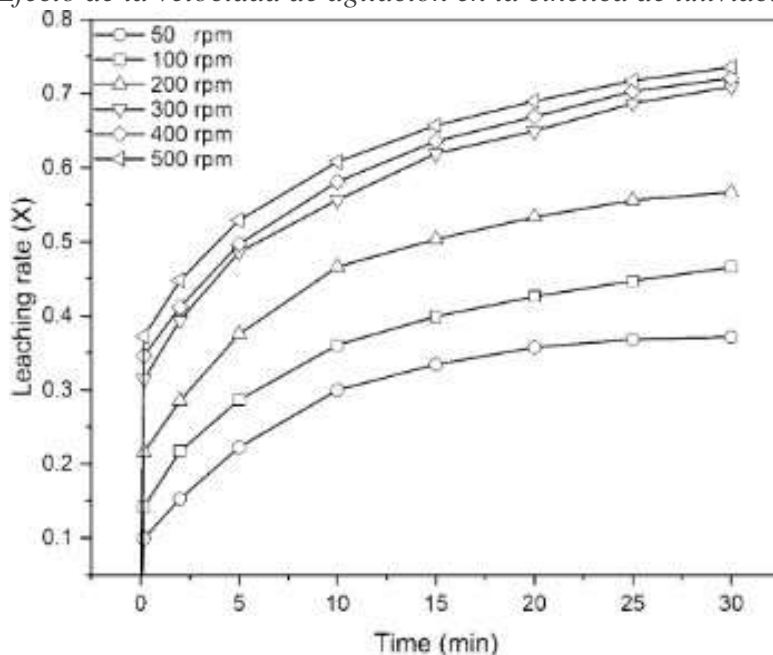
*Nota:* Imagen tomada de (Bingöl & Canbazoğlu, 2004).

- **Efecto de la velocidad de agitación**

La agitación puede funcionar como un mecanismo para obtener mejores resultados operativos, basados en la ley de Fick, esta cumple un papel importante en la cinética de reacción, al tener un mayor contacto entre la superficie del mineral y el agente lixivante, al respecto (Hosseinzadeh et al., 2021) indica que a bajas velocidades de agitación, los reactivos de lixiviación no reaccionan de manera eficiente con la superficie de las partículas del mineral, además detalla que por encima de 300 rpm la fracción de cobre disuelta de su muestra mineral experimentó incrementos notorios.

**Figura 9**

*Efecto de la velocidad de agitación en la cinética de lixiviación*



*Nota:* Imagen tomada de (Hosseinzadeh et al., 2021).

### **2.2.7. Modelamiento matemático**

Los modelos matemáticos se usan para estudiar, planificar, diseñar o controlar procesos. En la mayor parte de los casos, la modelación reduce costos, riesgos, y tiempo de ejecución de tareas (D. Lovera et al., 2005). Estos se usan principalmente para caracterizar cuantitativamente un fenómeno específico que se esté desarrollando. La realización de este tipo de modelo se basa en el análisis de datos mediante técnicas estadísticas las cuales buscan representar el comportamiento de un fenómeno o proceso mediante una expresión matemática. Existen diversos tipos de modelos, sin embargo, los de regresión lineal son los que son usados con mayor frecuencia por su simplicidad y eficacia, estos buscan relacionar el valor objetivo o variable respuesta ( $\hat{Y}$ ) con una o más variables predictoras ( $X_i$ ) de manera lineal con la finalidad de verificar la significancia y efecto que causan las variables estudiadas sobre la variable respuesta, este tipo de modelo es representado mediante la ecuación de una línea recta:

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_i * X_i \quad (8)$$

donde  $\hat{Y}$  representa a la variable dependiente;  $X$  representa a la variable independiente, es decir, aquella que es estudiada para conocer su efecto sobre la variable respuesta;  $\beta_0$  es una constante y  $\beta_i$  el coeficiente de la variable

independiente o la pendiente de la recta. Cuando hay más de una variable independiente, la ecuación se puede definir de la siguiente manera:

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 * X_1 + \beta_2 * X_2 + \dots \quad (9)$$

#### **2.2.8. Cinética de reacción química**

En la actualidad se tiene conocimiento de diversos modelos cinéticos que describen el comportamiento químico de procesos, así como la predicción de resultados. En el caso de la lixiviación de minerales, diversos autores indican que los modelos que describen de mejor manera el comportamiento que tiene el mineral al ser contactado con la solución lixivante son los modelos de núcleo sin reaccionar o núcleo decreciente también conocidos por sus siglas en inglés SCM (Shrinking Core Model).

Clotilde Apua & Madiba (2021), en su estudio busca encontrar un modelo predictivo que se apegue al comportamiento de una muestra mineral de óxidos de cobre al ser contactada con ácido sulfúrico, para lo cual realiza una serie de experimentos en los que somete al mineral a diferentes valores de pH, velocidad de agitación, temperatura, concentración de ácido sulfúrico y tiempo, con los resultados obtenidos a través de estos experimentos verificaron a que modelo se

ajustaba mejor el comportamiento del mineral llegando a la conclusión de que éstas estaban controladas por un modelo mixto entre la difusión y la reacción química. Ekmekyapar et al. (2012) encontraron que el comportamiento cinético que describía mejor la lixiviación de un mineral de malaquita en nitrato de amonio era también un modelo mixto de difusión y reacción química. (D. F. Lovera et al., 2003) por su parte indican que durante la lixiviación de minerales auríferos y cupríferos el comportamiento del mineral se ajusta mejor a un control de difusión.

Los modelos a los que hacen referencia Apua & Madiba (2021), Ekmekyapar et al. (2012) y (D. F. Lovera et al., 2003) en sus respectivos trabajos son conocidos como los modelos de núcleo sin reaccionar o núcleo decreciente, estos modelos se basan en la difusión de un reactivo “A” sobre un sólido reactante “B” produciéndose una porción disuelta “C” y restos de un material inerte y poroso “D”, ver ecuación 8.



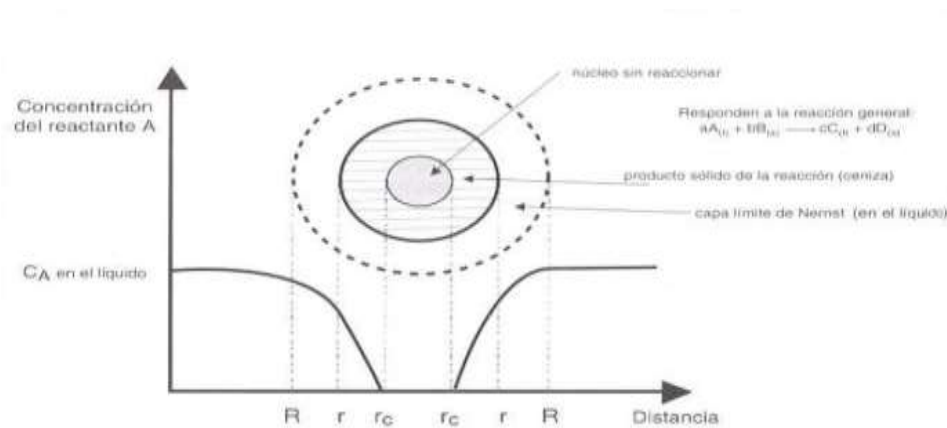
En términos metalúrgicos los modelos de núcleo sin reaccionar heterogéneos (sólido – fluido) proponen que la reacción entre la partícula mineral y el agente lixivante inicia en la superficie exterior del sólido y avanza progresivamente hacia el interior de la misma manteniendo constante un “núcleo

sin reaccionar”, ver figura 10.

Los SCM suponen que las partículas presentes en la lixiviación son de forma esférica y de diámetro exterior constante (Nozari & Azizi, 2020) es decir, la partícula inicial no reduce su tamaño pues al momento de reaccionar las impurezas propias del mineral, quedan adheridas como ceniza. Esto afecta la velocidad de lixiviación y retarda la reacción, pues ahora el reactivo debe difundirse a través de la ceniza para llegar a la zona de la reacción química.

### Figura 10

*Esquemización del Modelo de núcleo sin reaccionar*



*Nota:* La imagen representa el comportamiento de una partícula en contacto con una solución líquida según el modelo de núcleo sin reaccionar. Tomado de Domic (2001).

Duque (2014) enlista las ecuaciones representativas de este tipo de modelo de acuerdo con la figura 11.

**Figura 11**

*Modelos cinéticos SCM*

|                                | Geometría  | Control de la película gaseosa                                     | Control de la difusión en la capa de cenizas  |
|--------------------------------|--|--|---|
| Partículas de tamaño constante | Cilíndrica<br>$X_B = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$ | $\frac{t}{\tau} = X_B$<br>$\tau = \frac{\rho_B R}{2bk_{Ag}c_{Ag}}$ | $\frac{t}{\tau} = X_B + (1 - X_B)\ln(1 - X_B)$<br>$\tau = \frac{\rho_B R^2}{4bDc_{Ag}}$               |
|                                | Esférica<br>$X_B = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^3$   | $\frac{t}{\tau} = X_B$<br>$\tau = \frac{\rho_B R}{3bk_{Ag}c_{Ag}}$ | $\frac{t}{\tau} = 1 - 3(1 - X_B)^{\frac{2}{3}} + 2(1 - X_B)$<br>$\tau = \frac{\rho_B R^2}{6bDc_{Ag}}$ |

*Nota:* La imagen indica las ecuaciones representativas según la etapa de control de un modelo de núcleo sin reaccionar para partículas cilíndricas y esféricas. Tomado de Duque (2014).

Al respecto, Merino (2022) indica que las etapas de control de reacción química, difusión en la película líquida y difusión a través de la capa de producto, las que son detalladas en las ecuaciones 11, 12 y 13 respectivamente, son las que mejor representan la lixiviación de cobre.

$$1 - (1 - x)^{\frac{1}{3}} = K_{sc} * t \quad (11)$$

$$1 - (1 - x)^{\frac{2}{3}} = K_{lf} * t \quad (12)$$

$$1 - 3(1 - x)^{\frac{2}{3}} + 2(1 - x) = k_{pd} * t \quad (13)$$

Donde “x” representa a la fracción de cobre disuelta, “t” el tiempo en

minutos y  $k_{sc}$ ,  $k_{lf}$  y  $k_{pd}$  son las constantes cinéticas de cada etapa controlante.

### **2.2.9. Análisis de cobre secuencial**

El análisis de cobre secuencial, es un método capaz de determinar con suficiente precisión las proporciones de cobre presentes en diferentes minerales, determinar semi cuantitativamente la cantidad de cobre lixiviable bajo ciertas condiciones, e influir en la toma de decisiones para la realización de pruebas metalúrgicas (Parkinson, 1995). Este es un método para la determinación de cobre presente, en diferentes especies como óxidos, sulfuros primarios y sulfuros secundarios, a partir de una muestra sólida representativa de un material en estudio. En este método, se somete la muestra a analizar a ataques químicos secuenciales en los que el cobre es extraído en una solución acuosa en distintas fracciones y por separado, cada ataque realizado corresponde a una porción del metal presente en determinadas especies. En primer lugar, la muestra es puesta en contacto con una solución de ácido sulfúrico, en la que la fracción de cobre presente como óxidos es disuelta; en segundo lugar, la muestra sólida remanente es contactada con una solución de cianuro de sodio en la que los minerales del tipo sulfuros secundarios son disueltos; por último, el cobre que no es disuelto en ninguna de las 2 etapas iniciales es el denominado cobre residual la cual está compuesta principalmente por sulfuros primarios e insolubles, especies que para ser disueltas requieren de actividad bacteriológica y tiempos más prolongados de lixiviación.

La importancia de la aplicación de este método de análisis recae en la posibilidad de determinar cuantitativamente la presencia de Cu en sus diferentes especies, esto puede servir para identificar, zonificar y caracterizar el cobre soluble en cuerpos mineralizados, un ejemplo claro de esto se ve reflejado en el estudio realizado por Bueno & Estrada (2021) en el que en base a la aplicación de análisis de cobre secuencial de diferentes muestras de un depósito mineral de la Unidad Minera Cerro Lindo, identificaron las especies presentes de Cobre en su yacimiento para la aplicación de una mejora en su proceso de flotación y aprovechar mejor sus recursos de cobre soluble. La figura 12 resume correctamente la secuencia seguida y las especies determinadas en cada paso del análisis de cobre secuencial.

**Figura 12**

*Cobre secuencial*

| Pasos de Ensayo Secuencial  | Clasificación Mineralógica         | Clasificación Metalúrgica          |
|-----------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Soluble en ácido sulfúrico  | Óxidos de cobre                    | Lixiviable con ácido sulfúrico     |
| Soluble en cianuro de sodio | Compuesto por sulfuros secundarios | Compuesto lixiviable con férrico   |
| Total residual              | Sulfuros Primarios                 | Compuesto lixiviable con bacterias |

*Nota:* La imagen detalla la clasificación mineralógica del cobre según el análisis de cobre secuencial. Tomado de (Parkinson, 1995).

### ***2.2.10. Definición de términos***

- **Bateas:** depósitos de área rectangular con fondo filtrante, utilizados en la lixiviación de minerales por su fácil manejo y operación. Son comúnmente usados para el tratamiento de minerales de leyes relativamente bajas y de cinética rápida.
- **Consumo de ácido:** total de ácido sulfúrico necesario para extraer la mayor cantidad de cobre posible, generalmente se mide en función del total de mineral tratado.
- **Curado:** pretratamiento químico en el que el mineral de cobre es contactado con una solución concentrada de ácido sulfúrico a fin de poder mejorar la cinética de extracción y la recuperación.
- **Grado de ajuste:** nivel de correlación entre datos obtenidos del comportamiento de un proceso real y los datos obtenidos de un modelo predictorio del mismo proceso.
- **Insoluble:** material que permanece inerte ante el contacto con un agente solvente, es decir, que no se disuelve en ese medio y por consiguiente se mantiene en estado sólido sin alterar su composición química.
- **Lixiviación:** proceso en el cual se contacta una muestra mineral con una solución líquida con la finalidad de disolver metales de interés, en el caso del

cobre la disolución se da mediante el contacto con soluciones diluidas de ácido sulfúrico.

- **Modelo Matemático:** representación matemática del comportamiento de un sistema o fenómeno químico.
- **Percolabilidad:** capacidad que tiene una sustancia de pasar a través de un medio poroso, en la metalurgia se usa este término para referirse a la capacidad que tiene un mineral para dejar filtrar a través de si la solución lixiviante; si el mineral tiene baja percolabilidad se tendrá un mal drenaje de PLS y en los peores casos estancamientos y generación de charcos de solución.
- **PLS:** siglas en ingles de Pregnant Leaching Solution, se refiere a la solución cargada con el metal valioso después del contacto de la solución lixiviante con el mineral tratado.
- **SCM:** siglas en ingles de Shrinking Core Models, que traducido al español se interpreta como los modelos de núcleo sin reaccionar, modelos matemáticos utilizados ampliamente en la lixiviación de minerales por su alto grado de ajuste con el proceso.

## **CAPÍTULO III**

### **MARCO METODOLÓGICO**

#### **3.1. Tipo y diseño de la investigación**

La naturaleza del presente trabajo la definen como investigación cuantitativa de carácter experimental, en su constitución se utilizaron conocimientos de la ciencia metalúrgica, área de la metalurgia extractiva del cobre con la finalidad de describir, en términos matemáticos, la extracción del contenido de cobre desde mineral del tipo óxido procesado mediante lixiviación ácida.

##### ***3.1.1. Nivel de investigación***

La investigación reúne características del tipo descriptiva-correlacional desarrollado a nivel de laboratorio, es de carácter descriptiva porque a partir de la documentación de información de investigaciones anteriores que guardan relación al tema del presente trabajo se especificará las características del fenómeno estudiado, siendo en este caso particular, la disolución de cobre en medio ácido. Así mismo, presenta características de alcance correlacional debido a que tiene como finalidad conocer la relación o grado de asociación existente entre las variables sometidas a estudio y a partir de esta asociación, predecir valores aproximados de recuperación de cobre con el uso del modelo matemático desarrollado.

## **3.2. Población y muestra**

### **3.2.1. Población**

Se considera como población al universo de datos desarrollados en las pruebas de lixiviación de columnas de minerales oxidados de cobre, proveniente de una mina ubicada en la zona sur del país, específicamente en el distrito de San Juan de Marcona, departamento de Ica.

### **3.2.2. Muestra**

La muestra fue obtenida por muestreo no probabilístico al asumir todos los valores de la población debido al número limitado de pruebas realizadas.

## **3.3. Operacionalización de variables**

### **3.3.1. Variable independiente**

La manipulación de las variables independientes en el desarrollo de los experimentos permite determinar sus efectos o influencias sobre las variables dependientes (Rey & Velázquez, 2019).

Se consideró como variables independientes a los elementos que constituyen el análisis de cobre secuencial, siendo estos: cobre soluble en ácido, cobre soluble en cianuro y cobre residual.

### **3.3.2. Variable dependiente**

Sánchez (2023) define que en un contexto de investigación, el valor de la variable dependiente es explicado por la influencia de la variable independiente en

una relación de causa y efecto entre las variables estudiadas.

Se consideró como variable dependiente a la fracción de cobre disuelto, valor que nos permitirá en función del tiempo realizar las estimaciones de porcentajes de recuperación de cobre.

**Tabla 1**

*Operacionalización de las variables*

| <b>Variable</b>                | <b>Dimensión</b>         | <b>Indicador</b> |
|--------------------------------|--------------------------|------------------|
| Cobre soluble en ácido CuSAc   | Ley de cobre             | %                |
| Cobre soluble en cianuro CuSCN | Ley de cobre             | %                |
| Cobre residual<br>CuRes        | Ley de cobre             | %                |
| Fracción de cobre disuelto     | Porcentaje de extracción | %                |

### **3.4. Técnicas e instrumentos para recolección de datos**

La absolución de los siguientes cuestionamientos nos permitirá detallar las técnicas utilizadas para recolectar datos pertinentes a las variables de las unidades de muestreo.

- ¿Cuáles son las fuentes de las que se obtendrán los datos?

La base de datos de las pruebas de lixiviación en columnas constituye la materia prima para el desarrollo de la presente investigación.

- ¿En dónde se localizan tales fuentes?

Los datos se encuentran en registros digitales que son propiedad de la empresa donde se desarrolla el presente trabajo.

- ¿A través de qué medio o método vamos a recolectar los datos?

Se ha gestionado el permiso respectivo para la utilización de los datos mencionados, estos son cedidos de manera digital con la única finalidad de elaborar el presente trabajo.

- ¿De qué forma vamos a preparar los datos para que puedan analizarse?

Se utilizará hojas de cálculos para la estructuración de la matriz de datos para la constitución de los cálculos pertinentes.

#### ***3.4.1. Equipos***

- Chancadora de laboratorio
- Computador portátil
- Bomba peristáltica
- Catorce columnas de HDPE
- Equipo espectrofotómetro de absorción atómica
- Instrumental de vidrio de laboratorio analítico
- pH metro

#### ***3.4.2. Materiales***

- Probetas graduadas
- Muestra mineral
- Baldes
- Frascos muestreadores

### **3.5. Procesamiento y análisis de datos**

El detalle del procedimiento de la elaboración de las pruebas de columnas, así como la interpretación de los resultados obtenidos, serán explicados con detalle en el capítulo IV específicamente en la descripción de las pruebas experimentales.

Se utilizarán los datos recolectados para la elaboración de hojas de cálculos donde se realizarán los cálculos, balances, así como las regresiones multivariadas con el objetivo de elaborar el modelo matemático planteado. Las hojas de cálculo mencionadas serán elaboradas y procesadas con el uso del programa Excel.

## **CAPÍTULO IV**

### **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

#### **4.1. Resultados**

Los resultados obtenidos de los experimentos desarrollados son materia de análisis y son presentados en el presente capítulo, es importante mencionar que los parámetros utilizados obedecen lineamientos operativos propios de la empresa donde se desarrolla la presente investigación, las columnas son cargadas con muestras de mineral que tienen el mismo perfil geológico del mineral lixiviado en bateas. El desarrollo adecuado de las pruebas, así como la correcta interpretación de los resultados permitirá realizar inferencias adecuadas a fin de hacer pronósticos de producción basados en los porcentajes de extracción estimados.

##### ***4.1.1. Descripción de las pruebas***

Acorde con lo mencionado en el apartado de las limitaciones del presente trabajo, con los datos recabados se establece el análisis experimental de acuerdo con las características presentadas en la tabla 2, las cuales pertenecen a las cuatro columnas cargadas con el mismo tipo de mineral con características ya mencionadas.

El material de fabricación de las columnas que alberga al mineral corresponde a polietileno de alta densidad, ampliamente conocido por sus siglas

como HDPE. Los valores correspondientes al diámetro y por consiguiente a la sección transversal permanecen casi constantes, en tanto que para el volumen del lecho del mineral antes de iniciar el riego, se midió estrictamente 5,9 metros a partir de la base de cada columna, el valor mostrado en la tabla 2 de volumen inicial resulta del producto entre la sección transversal o área de la columna y la altura mencionada, los valores mostrados de densidad aparente presentan un valor único para cada columna debido a que existió ligeras diferencias en el peso del mineral cargado, estos valores son mostrados en la tabla 3.

**Tabla 2**

*Datos de las columnas*

| <i>Nº Columna</i>                             | 1     | 2     | 3     | 4     |
|---|-------|-------|-------|-------|
| diámetro efectivo columna, m                  | 0,088 | 0,088 | 0,087 | 0,088 |
| área columna, m <sup>2</sup>                  | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 |
| volumen inicial del lecho, m <sup>3</sup>     | 0,035 | 0,036 | 0,035 | 0,036 |
| densidad aparente de carga, kg/m <sup>3</sup> | 1789  | 1702  | 1622  | 1632  |

*Nota:* Dimensionamiento específico de cada columna

**Tabla 3**

*Peso mineral húmedo*

| <i>Nº Columna</i> | 1      | 2      | 3      | 4      |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|
| Peso, kg          | 64,250 | 61,842 | 58,019 | 59,207 |

*Nota:* Valores del peso del mineral natural dividido entre el volumen del lecho de mineral corresponde a la densidad aparente para cada columna.

En cuanto a los valores para la aglomeración del mineral, las columnas 1 y 2 tuvieron un ratio de dosificación de ácido sulfúrico de 10 kg/t en tanto que las columnas 3 y 4 fueron dosificados con 19 kg/t de acuerdo con el criterio de evaluación previamente definido por el área correspondiente de la empresa en mención. De acuerdo con las dosificaciones mencionadas, el peso de mineral aglomerado queda como corresponde en la tabla 4, donde además se indica los valores constantes de tiempo de curado y la cantidad de agua utilizada en la aglomeración expresado en términos porcentuales respecto al peso seco y aglomerado.

**Tabla 4**

*Datos de aglomeración y carguío*

| <i>N° Columna</i>  | 1      | 2      | 3      | 4      |
|--|--------|--------|--------|--------|
| Peso mineral seco, kg  | 63,300 | 61,840 | 58,020 | 59,210 |
| Peso mineral aglomerado cargado, kg                            | 69,236 | 66,822 | 62,870 | 64,044 |
| Dosis H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> conc. en aglomerado, kg/t | 10     | 10     | 19     | 19     |
| Tasa de riego, L/hm <sup>2</sup>                               | 700    | 700    | 547    | 547    |
| Tiempo de lixiviación, días                                    | 6      | 6      | 5.5    | 5.5    |
| Humedad Aglomeración, %  | 9      | 9      | 9      | 9      |
| Tiempo reposo mineral curado, h                                | 5      | 5      | 5      | 5      |

Todas las columnas tuvieron ciclos de lixiviación continua, es decir las 24 horas del día, la temperatura a la que se llevó a cabo las pruebas fue a condiciones de ambiente, los valores de la relación entre el volumen de solución lixivante

acumulada en cada metro cuadrado por el tiempo (en horas) acumulado de riego total conocido como tasa de riego efectiva, son específicos para cada columna así como los valores de la razón de lixiviación, valor que nos indica la cantidad de solución de riego entre el peso de mineral sin aglomeración, todos estos valores quedan enunciados en la siguiente tabla:

**Tabla 5**

*Datos operacionales*

| <i>N° Columna</i>                          | 1       | 2       | 3       | 4       |
|--|---------|---------|---------|---------|
| Tasa de riego efectiva, l/h/m <sup>2</sup> | 716,217 | 728,787 | 537,474 | 538,661 |
| Razón de Lixiviación, m <sup>3</sup> /t    | 9,622   | 10,172  | 7,225   | 7,198   |
| Ácido agregado, kg/t                       | 107,322 | 85,031  | 92,236  | 71,200  |
| Tiempo de drenaje, día                     | 0,500   | 0,500   | 0,500   | 0,500   |

De la tabla anterior, es deducible que los valores inferiores, tanto en tasa de riego efectiva como en la razón de lixiviación de las columnas 3 y 4 con respecto a las dos primeras columnas obedece a un menor tiempo de riego, la razón de esto será explicado con mayor detalle con las curvas de recuperación.

#### **4.1.2. Mineral de cabeza**

El análisis químico realizado a la cabeza global del mineral alimentado a las cuatro columnas iniciales, muestra un contenido de 0,659 % de cobre total, en tanto que el contenido de hierro total promedio es de 10,741 %. La tabla 6 muestra los resultados comentados, los valores adicionales de cobre soluble en ácido (CuSAc),

cobre soluble en cianuro (CuSCN) y cobre residual o insoluble (CuRes) complementan la información para los posteriores balances, existe un error tolerable entre el cobre total y el cobre total secuencial de 5,3 %.

**Tabla 6**

*Análisis químico de cabeza*

| CuT   | FeT    | CuSAc | CuSCN | Cu(Res) |
|-------|--------|-------|-------|---------|
| %     | %      | %     | %     | %       |
| 0,659 | 10,741 | 0,534 | 0,027 | 0,064   |

*Nota:* Ensayo químico de cobre secuencial vía absorción atómica. Adaptado de análisis realizado en el laboratorio propio de la empresa.

De acuerdo con el contenido de cobre soluble en ácido de la tabla 6, el mineral presenta las siguientes características de solubilidad calculada:

**Tabla 7**

*Razón de solubilidad*

| CuSAc/CuT | CuSCN/CuT | (CuSAc+CuSCN)/CuT | Cu(Res)/CuT |
|-----------|-----------|-------------------|-------------|
| %         | %         | %                 | %           |
| 81,032    | 4,097     | 85,129            | 9,712       |

*Nota:* Cálculos a partir de la tabla 6.

Es apreciable que más del 80 % del cobre disponible es soluble en ácido sulfúrico en tanto que un poco menos del 10 % representa cobre que difícilmente será recuperable.

El contenido de humedad del mineral promedia un valor de 1,5 % b.s.; el

término b.s. hace referencia al cálculo de humedad basado en el cociente de la masa de agua contenida en el material y su respectiva masa seca.

#### 4.1.3. Solución de riego

La solución de riego también conocida como solución lixiviante, presenta características similares entre las columnas 1 y 3 así como para las columnas 2 y 4, esto a manera de evaluar el contraste en la diferencia de la dosificación de ácido en el curado y de la tasa de riego, cuyos valores antes mencionados, son similares para las columnas 1 y 2 así como para las columnas 3 y 4.

**Tabla 8**

*Contraste de las soluciones de riego*

| t<br>(días) | Columnas 1 y 3 |       |       |       |       |       | Columnas 2 y 4 |       |       |       |       |       |
|-------------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|             | CuTOT          |       | FeTOT |       | pH    |       | CuTOT          |       | FeTOT |       | pH    |       |
| 0,1         | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 |
| 0,2         | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 |
| 0,3         | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 |
| 0,5         | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 |
| 0,8         | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 |
| 1,0         | 1,210          | 1,210 | 6,600 | 6,600 | 0,990 | 0,990 | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 |
| 1,5         | 1,210          | 1,210 | 6,600 | 6,600 | 0,990 | 0,990 | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 |
| 2,0         | 1,210          | 1,210 | 6,600 | 6,600 | 0,990 | 0,990 | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 |
| 2,5         | 1,210          | 1,210 | 6,600 | 6,600 | 0,990 | 0,990 | 0,930          | 0,930 | 6,750 | 6,750 | 1,010 | 1,010 |
| 3,0         | 1,210          | 1,210 | 6,600 | 6,600 | 0,990 | 0,990 | 0,930          | 0,180 | 6,750 | 6,342 | 1,010 | 1,320 |
| 3,5         | 1,210          | 1,210 | 6,600 | 6,600 | 0,990 | 0,990 | 0,179          | 0,180 | 6,342 | 6,342 | 1,320 | 1,320 |
| 4,0         | 1,210          | 1,210 | 6,600 | 6,600 | 0,990 | 0,990 | 0,179          | 0,180 | 6,342 | 6,342 | 1,320 | 1,320 |
| 4,5         | 1,210          | 1,210 | 6,600 | 6,600 | 0,990 | 0,990 | 0,179          | 0,180 | 6,342 | 6,342 | 1,320 | 1,320 |
| 5,0         | 1,210          | 1,210 | 6,600 | 6,600 | 0,990 | 0,990 | 0,179          | 0,180 | 6,342 | 6,342 | 1,320 | 1,320 |
| 5,5         | 1,210          | 1,210 | 6,600 | 6,600 | 0,990 | 0,990 | 0,179          | 0,180 | 6,342 | 6,342 | 1,320 | 1,320 |
| 6,0         | 1,21           | 0,000 | 6,600 | 0,000 | 0,990 | 0,000 | 0,179          | 0,000 | 6,342 | 0,000 | 1,320 | 0,000 |

*Nota:* Valores de análisis de cobre y hierro en g/l; valores de 0,00 indican ausencia

deriego.

La tabla anterior muestra el contraste de los principales ensayos (CuTot, FeTot y pH) donde se muestran las diferencias sutiles de la solución de riego entre las columnas 1 y 3 así como las columnas 2 y 4.

#### **4.1.4. Consumo de ácido**

El ratio de CuSAc/CuT indica un valor porcentual de 81,032 % (ver tabla 7) por lo que es importante determinar el consumo de ácido en cada columna para realizar el contraste necesario, la importancia de hallar el consumo de ácido en estas pruebas radica en el hecho de asegurar una dosificación mínima necesaria en la lixiviación del mineral que será procesado para obtener recuperaciones que permitan cumplir con las recuperaciones estimadas.

Para el cálculo del consumo de ácido se toma en cuenta el análisis de ácido libre en las soluciones de riego y PLS, la diferencia indica el consumo de ácido en la disolución del cobre, este consumo incluye la cantidad de ácido consumido por el material inerte comúnmente conocido como ganga constituida principalmente por carbonatos y silicatos. Para efectos de cálculos posteriores, se indica el consumo de ácido como valor específico sobre la cantidad de mineral seco lixiviado, aunque también es común expresarlo en relación con el cobre recuperado.

La tabla 9 muestra a manera de resumen los valores de consumo de ácido en función del tiempo de lixiviación. De acuerdo con lo presentado en la figura 13, las columnas 3 y 1 presentaron mayor consumo de ácido, alcanzando un valor máximo de 43,85 kg de ácido por cada tonelada de mineral procesado.

**Tabla 9**

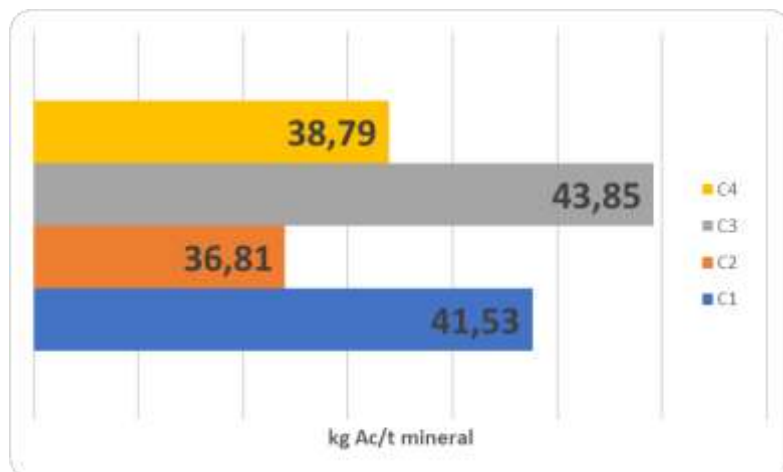
*Consumo de ácido*

| t (días) | kg Ac/t mineral |        |        |        |
|----------|-----------------|--------|--------|--------|
|          | C1              | C2     | C3     | C4     |
| 0,0      | 10,158          | 10,098 | 19,282 | 19,327 |
| 0,1      | 11,165          | 11,047 | 20,600 | 20,605 |
| 0,2      | 12,880          | 12,874 | 22,116 | 22,198 |
| 0,3      | 15,434          | 15,532 | 23,306 | 23,230 |
| 0,5      | 17,504          | 17,596 | 24,161 | 24,095 |
| 0,8      | 19,764          | 20,029 | 25,906 | 25,947 |
| 1,0      | 21,628          | 22,012 | 27,498 | 27,572 |
| 1,5      | 24,701          | 25,233 | 30,390 | 30,822 |
| 2,0      | 27,177          | 28,250 | 32,802 | 33,651 |
| 2,5      | 28,774          | 30,012 | 34,186 | 35,162 |
| 3,0      | 30,351          | 32,234 | 36,085 | 35,077 |
| 3,5      | 32,140          | 32,363 | 37,557 | 35,943 |
| 4,0      | 34,297          | 33,530 | 39,689 | 36,646 |
| 4,5      | 35,995          | 34,352 | 41,187 | 37,435 |
| 5,0      | 38,559          | 35,351 | 43,112 | 38,384 |
| 5,5      | 39,926          | 36,123 | 44,458 | 39,137 |
| 6,0      | 42,142          | 37,193 | 43,846 | 38,786 |
| 6,5      | 41,530          | 36,806 |        |        |

*Nota:* Valores de 0,00 indican ausencia de riego.

**Figura 13**

*Consumo acumulado de ácido*



*Nota:* Ratios de consumo acumulados durante todo el ciclo de riego.

#### **4.1.5. Potencial Redox de las soluciones**

El análisis al mineral de cabeza indica un alto índice de solubilidad con ácido sulfúrico, en ese sentido la recuperación total del cobre se da principalmente por la acción del ácido presente en la solución de riego. Sin embargo, la presencia de oxidantes como el ión férrico puede favorecer la disolución del cobre por lo que resulta conveniente su generación con mecanismos como el curado ácido que antecede a los ciclos de lixiviación.

La prueba estadística t para dos muestras permite evaluar si dos muestras presentan diferencias significativas en sus medias, para este caso en particular, las soluciones de riego y PLS para cada columna representan las muestras, se realizó cuatro análisis diferentes donde se presupone como hipótesis nula la igualdad de

medias en el potencial redox o la diferencia de medias sea igual a cero, valores inferiores de  $p=0,05$  indicarán lo contrario.

**Tabla 10**

*Diferencia de medias en soluciones de riego y PLS*

| C1                     |             | C2                     |             | C3                     |             | C4                     |             |
|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|
| riego                  | PLS         | riego                  | PLS         | Riego                  | PLS         | riego                  | PLS         |
| 589                    | 484         | 589                    | 486         | 589                    | 576         | 589                    | 580         |
| 589                    | 555         | 589                    | 558         | 589                    | 576         | 589                    | 577         |
| 589                    | 577         | 589                    | 576         | 589                    | 579         | 589                    | 578         |
| 589                    | 578         | 589                    | 578         | 589                    | 578         | 589                    | 578         |
| 590                    | 582         | 589                    | 581         | 590                    | 580         | 589                    | 580         |
| 590                    | 585         | 589                    | 586         | 590                    | 581         | 589                    | 581         |
| 590                    | 583         | 589                    | 584         | 590                    | 582         | 589                    | 583         |
| 590                    | 589         | 589                    | 589         | 590                    | 587         | 589                    | 587         |
| 590                    | 584         | 589                    | 586         | 590                    | 583         | 584                    | 576         |
| 590                    | 587         | 584                    | 580         | 590                    | 585         | 584                    | 575         |
| 590                    | 589         | 584                    | 579         | 590                    | 586         | 584                    | 578         |
| 590                    | 580         | 584                    | 581         | 590                    | 586         | 584                    | 581         |
| 590                    | 590         | 584                    | 583         | 590                    | 588         | 584                    | 582         |
| 590                    | 594         | 584                    | 582         | 590                    | 588         | 584                    | 581         |
| 590                    | 587         | 584                    | 579         |                        |             |                        |             |
| $\mu=589,7$            | $\mu=576,3$ | $\mu=587,0$            | $\mu=573,9$ | $\mu=589,7$            | $\mu=582,5$ | $\mu=586,9$            | $\mu=579,8$ |
| <b>p value = 0,064</b> |             | <b>p value = 0,055</b> |             | <b>p value = 0,000</b> |             | <b>p value = 0,000</b> |             |

*Nota:* Valores expresados en mV

De acuerdo con los resultados de la tabla 10 queda indicado que solo las columnas 3 y 4 presentan diferencias significativas en el potencial de oxidoreducción sobre las soluciones de riego y PLS, en tanto que las columnas 1 y 2 no

difieren significativamente en ambas soluciones.

El valor de potencial depende en gran medida de la relación  $Fe^{3+}/Fe^{2+}$  existente en la solución medida, valores con mayor diferencia entre los iones indican una mayor conversión de  $Fe^{3+}$  a  $Fe^{2+}$ , la tabla 11 muestra que existe mayor diferencia promedio en el PLS de las columnas 3 y 4, esta diferencia resulta muy importante pues como se verá más adelante es precisamente en estas dos columnas donde la recuperación de cobre es mayor.

**Tabla 11**

*Relación  $Fe^{3+}/Fe^{2+}$  en el PLS*

| C1          | C2          | C3          | C4          |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0,152       | 0,136       | 0,305       | 0,288       |
| 0,301       | 0,265       | 0,299       | 0,291       |
| 0,299       | 0,299       | 0,301       | 0,297       |
| 0,199       | 0,220       | 0,157       | 0,150       |
| 0,242       | 0,299       | 0,272       | 0,285       |
| 0,342       | 0,361       | 0,287       | 0,298       |
| 0,283       | 0,302       | 0,302       | 0,310       |
| 0,245       | 0,274       | 0,254       | 0,257       |
| 0,321       | 0,417       | 0,410       | 0,321       |
| 0,313       | 0,287       | 0,343       | 0,445       |
| 0,236       | 0,222       | 0,260       | 0,234       |
| 0,223       | 0,281       | 0,319       | 0,241       |
| 0,305       | 0,240       | 0,288       | 0,248       |
| 0,281       | 0,237       | 0,284       | 0,265       |
| 0,408       | 0,277       | 0,323       | 0,228       |
| 0,106       | 0,204       |             |             |
| $\mu=0,266$ | $\mu=0,270$ | $\mu=0,294$ | $\mu=0,277$ |

*Nota:* Las columnas 3 y 4 presentan una media mayor en la conversión de  $Fe^{3+}$  a  $Fe^{2+}$ .

#### **4.1.6. Extracción de cobre**

El cálculo de cobre extraído de todo el ciclo de lixiviación está en función de la sumatoria de la cantidad de cobre acumulado en cada muestreo de PLS realizado en relación con la cantidad de cobre presente en el mineral de cabeza. Para este cálculo se descuenta la cantidad de cobre que ingresa en la solución de riego.

En este punto es importante mencionar que para un adecuado conteo metalúrgico y en consecuencia un balance de masa adecuado resulta muy útil rotular las muestras, así como todos los contenedores de PLS y solución de riego.

#### **Figura 14**

*Rotulado de muestras y contenedores*

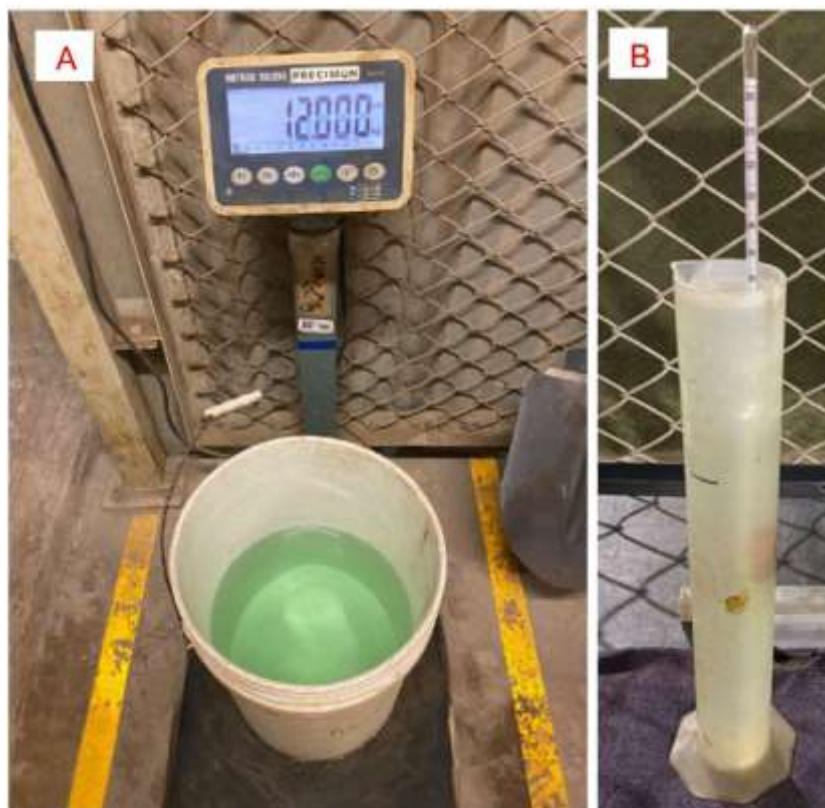


*Nota:* Un adecuado almacenaje permite repetir los análisis si fuera necesario.

Para efectos de cálculo, la magnitud física que permite tener mejor aproximación al valor real es la masa, para ello se pesa todas las muestras de PLS recolectadas con una balanza electrónica correctamente calibrada y nivelada, la conversión a volumen se hace dividiendo la masa entre la densidad de las soluciones previamente determinadas con ayuda de un densímetro (ver figura 15), esta conversión es necesaria puesto que las unidades de las concentraciones de cobre son expresadas en gramos por litro.

### Figura 15

*Determinación de volumen y densidad de soluciones*



*Nota:* Figura A, el peso neto de la solución se halla descontando la tara del balde; Figura B, densímetro usado para determinar la densidad relativa del líquido.

**Tabla 12***Densidades de PLS*

| t (días) | C1    | C2    | C3    | C4    |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| 0,1      | *     | *     | *     | *     |
| 0,2      | 1,128 | 1,131 | 1,163 | 1,162 |
| 0,3      | 1,126 | 1,129 | 1,134 | 1,135 |
| 0,5      | 1,127 | 1,127 | 1,127 | 1,128 |
| 0,8      | 1,129 | 1,130 | 1,125 | 1,127 |
| 1,0      | 1,129 | 1,130 | 1,128 | 1,129 |
| 1,5      | 1,128 | 1,128 | 1,126 | 1,127 |
| 2,0      | 1,128 | 1,128 | 1,128 | 1,127 |
| 2,5      | 1,128 | 1,128 | 1,128 | 1,127 |
| 3,0      | 1,129 | 1,129 | 1,127 | 1,133 |
| 3,5      | 1,129 | 1,131 | 1,128 | 1,134 |
| 4,0      | 1,130 | 1,131 | 1,129 | 1,132 |
| 4,5      | 1,130 | 1,128 | 1,130 | 1,130 |
| 5,0      | 1,130 | 1,118 | 1,131 | 1,118 |
| 5,5      | 1,125 | 1,114 | 1,128 | 1,117 |
| 6,0      | 1,132 | 1,119 | 1,138 | 1,123 |
| 6,5      | 1,118 | 1,129 | *     | *     |

*Nota:* Valores de densidad en gramos por litro (g/l); \* significa que no hay muestra para análisis.

Se resume en la siguiente tabla el contenido de cobre en las soluciones de riego y PLS, estos valores son calculados a partir de las leyes de cobre (g/l) divididos entre el peso del mineral seco.

**Tabla 13***Diferencia de cobre entre riego y PLS*

| t<br>(días) | C1     |        |        | C2    |        |        | C3    |        |        | C4    |       |        |
|-------------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|-------|--------|
|             | riego  | PLS    | delta  | riego | PLS    | delta  | riego | PLS    | delta  | riego | PLS   | delta  |
| 0,0         | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000 | 0,000  | 0,000  | 0,000 | 0,000  | 0,000  | 0,000 | 0,000 | 0,000  |
| 0,1         | 0,094  | 0,000  | -0,094 | 0,088 | 0,000  | -0,088 | 0,122 | 0,000  | -0,122 | 0,116 | 0,000 | -0,116 |
| 0,2         | 0,261  | 0,856  | 0,595  | 0,267 | 0,947  | 0,680  | 0,288 | 1,882  | 1,594  | 0,291 | 1,988 | 1,698  |
| 0,3         | 0,510  | 1,572  | 1,062  | 0,526 | 1,689  | 1,163  | 0,441 | 2,504  | 2,064  | 0,425 | 2,534 | 2,109  |
| 0,5         | 0,763  | 2,210  | 1,447  | 0,779 | 2,322  | 1,544  | 0,581 | 2,890  | 2,310  | 0,561 | 2,923 | 2,363  |
| 0,8         | 1,145  | 3,063  | 1,918  | 1,175 | 3,144  | 1,969  | 0,896 | 3,617  | 2,721  | 0,879 | 3,663 | 2,784  |
| 1,0         | 1,582  | 3,775  | 2,193  | 1,535 | 3,841  | 2,306  | 1,270 | 4,205  | 2,934  | 1,159 | 4,197 | 3,038  |
| 1,5         | 2,579  | 5,320  | 2,742  | 2,337 | 5,171  | 2,834  | 2,073 | 5,359  | 3,286  | 1,780 | 5,250 | 3,469  |
| 2,0         | 3,520  | 6,648  | 3,128  | 3,101 | 6,290  | 3,189  | 2,883 | 6,469  | 3,585  | 2,387 | 6,149 | 3,763  |
| 2,5         | 4,489  | 7,921  | 3,433  | 3,907 | 7,385  | 3,478  | 3,694 | 7,521  | 3,826  | 3,009 | 7,007 | 3,999  |
| 3,0         | 5,457  | 9,101  | 3,644  | 4,715 | 8,404  | 3,689  | 4,491 | 8,500  | 4,009  | 3,126 | 7,470 | 4,344  |
| 3,5         | 6,410  | 10,236 | 3,826  | 4,867 | 8,904  | 4,037  | 5,303 | 9,467  | 4,165  | 3,246 | 7,765 | 4,519  |
| 4,0         | 7,393  | 11,401 | 4,009  | 5,022 | 9,213  | 4,191  | 6,132 | 10,440 | 4,308  | 3,367 | 8,171 | 4,804  |
| 4,5         | 8,372  | 12,506 | 4,134  | 5,175 | 9,463  | 4,288  | 6,980 | 11,385 | 4,405  | 3,484 | 8,359 | 4,875  |
| 5,0         | 9,358  | 13,628 | 4,270  | 5,326 | 9,721  | 4,395  | 7,679 | 12,186 | 4,506  | 3,602 | 8,562 | 4,960  |
| 5,5         | 10,319 | 14,693 | 4,375  | 5,478 | 9,950  | 4,473  | 8,472 | 13,052 | 4,580  | 3,718 | 8,742 | 5,023  |
| 6,0         | 11,297 | 15,770 | 4,472  | 5,628 | 10,200 | 4,571  | 8,472 | 13,165 | 4,693  | 3,718 | 8,771 | 5,053  |
| 6,5         | 11,297 | 15,864 | 4,567  | 5,628 | 10,235 | 4,607  |       |        |        |       |       |        |

*Nota:* Valores de cobre extraído (riego, PLS y delta) en kg de Cu/t de mineral seco.

**Tabla 14***Porcentaje de extracción de cobre*

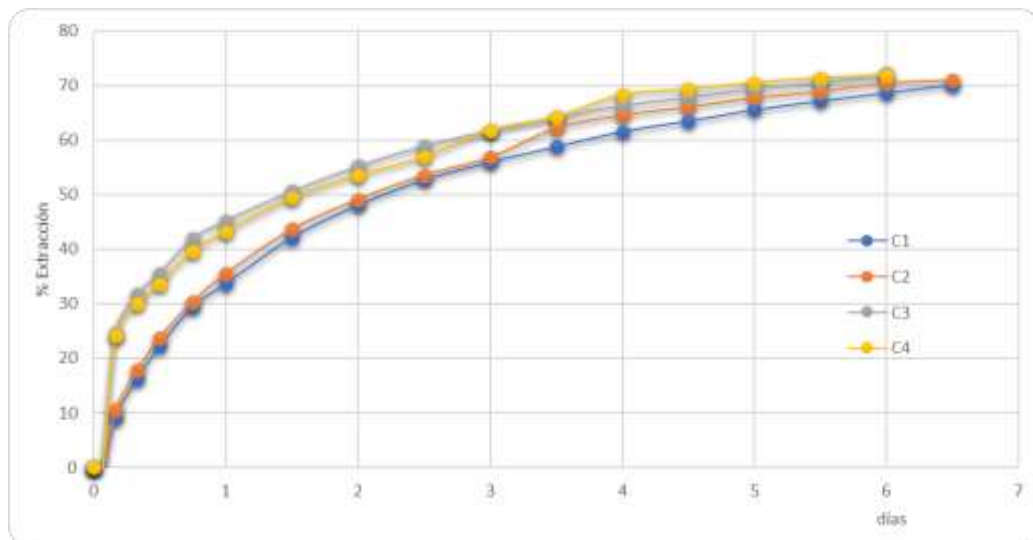
| t (días) | C1     |           |           | C2     |           |           | C3     |           |               | C4     |           |               |
|----------|--------|-----------|-----------|--------|-----------|-----------|--------|-----------|---------------|--------|-----------|---------------|
|          | delta  | %Cu calc. | %Cu extr. | delta  | %Cu calc. | %Cu extr. | delta  | %Cu calc. | %Cu extr.     | delta  | %Cu calc. | %Cu extr.     |
| 0,0      | 0,000  | 0,651     | 0,000     | 0,000  | 0,649     | 0,000     | 0,000  | 0,649     | 0,000         | 0,000  | 0,703     | 0,000         |
| 0,1      | -0,094 | 0,651     | -1,437    | -0,088 | 0,649     | -1,356    | -0,122 | 0,649     | -1,886        | -0,116 | 0,703     | -1,651        |
| 0,2      | 0,595  | 0,651     | 9,143     | 0,680  | 0,649     | 10,479    | 1,594  | 0,649     | 24,559        | 1,698  | 0,703     | 24,143        |
| 0,3      | 1,062  | 0,651     | 16,323    | 1,163  | 0,649     | 17,912    | 2,064  | 0,649     | 31,797        | 2,109  | 0,703     | 29,990        |
| 0,5      | 1,447  | 0,651     | 22,234    | 1,544  | 0,649     | 23,781    | 2,310  | 0,649     | 35,592        | 2,363  | 0,703     | 33,597        |
| 0,8      | 1,918  | 0,651     | 29,481    | 1,969  | 0,649     | 30,330    | 2,721  | 0,649     | 41,928        | 2,784  | 0,703     | 39,586        |
| 1,0      | 2,193  | 0,651     | 33,701    | 2,306  | 0,649     | 35,526    | 2,934  | 0,649     | 45,215        | 3,038  | 0,703     | 43,200        |
| 1,5      | 2,742  | 0,651     | 42,142    | 2,834  | 0,649     | 43,656    | 3,286  | 0,649     | 50,633        | 3,469  | 0,703     | 49,335        |
| 2,0      | 3,128  | 0,651     | 48,084    | 3,189  | 0,649     | 49,128    | 3,585  | 0,649     | 55,246        | 3,763  | 0,703     | 53,508        |
| 2,5      | 3,433  | 0,651     | 52,763    | 3,478  | 0,649     | 53,580    | 3,826  | 0,649     | 58,956        | 3,999  | 0,703     | 56,864        |
| 3,0      | 3,644  | 0,651     | 56,011    | 3,689  | 0,649     | 56,829    | 4,009  | 0,649     | 61,771        | 4,344  | 0,703     | 61,780        |
| 3,5      | 3,826  | 0,651     | 58,809    | 4,037  | 0,649     | 62,186    | 4,165  | 0,649     | 64,175        | 4,519  | 0,703     | 64,261        |
| 4,0      | 4,009  | 0,651     | 61,616    | 4,191  | 0,649     | 64,555    | 4,308  | 0,649     | 66,375        | 4,804  | 0,703     | 68,310        |
| 4,5      | 4,134  | 0,651     | 63,546    | 4,288  | 0,649     | 66,055    | 4,405  | 0,649     | 67,877        | 4,875  | 0,703     | 69,321        |
| 5,0      | 4,270  | 0,651     | 65,628    | 4,395  | 0,649     | 67,708    | 4,506  | 0,649     | 69,435        | 4,960  | 0,703     | 70,537        |
| 5,5      | 4,375  | 0,651     | 67,240    | 4,473  | 0,649     | 68,900    | 4,580  | 0,649     | 70,572        | 5,023  | 0,703     | 71,437        |
| 6,0      | 4,472  | 0,651     | 68,744    | 4,571  | 0,649     | 70,422    | 4,693  | 0,649     | <b>72,316</b> | 5,053  | 0,703     | <b>71,861</b> |
| 6,5      | 4,567  | 0,651     | 70,192    | 4,607  | 0,649     | 70,970    |        |           |               |        |           |               |

*Nota:* Valores con negativo indican la ausencia de PLS al no haber rebose.

El valor resultante de la diferencia (delta) queda expresado en kilogramos de cobre sobre la cantidad de mineral seco, en base a este valor se calcula la recuperación de cobre para ser expresado en términos porcentuales, esta diferencia es dividida entre el porcentaje de cobre calculado, el término “cobre calculado” es referido a la cantidad de cobre considerando el cobre recuperado y el cobre remanente en el ripio, para este cálculo se utiliza la siguiente fórmula:  $100 \cdot \text{delta} / (10 \cdot \text{cobre calculado})$ .

**Figura 16**

*Curva de recuperación*



*Nota:* Columnas 3 y 4 presentan mayor cinética de extracción.

Se aprecia mediante la siguiente tabla, los porcentajes máximos alcanzados en cada columna con sus respectivos tiempos de lixiviación, las columnas 3 y 4 presentan una mejor recuperación en un menor tiempo.

**Tabla 15***Extracción máxima*

|                | C1     | C2     | C3     | C4     |
|----------------|--------|--------|--------|--------|
| t (días)       | 6,5    | 6,5    | 6,0    | 6,0    |
| % Cu extr. max | 70,192 | 70,970 | 72,316 | 71,861 |

#### **4.1.7. Cinética química**

De acuerdo con el objetivo del presente trabajo de investigación, que es establecer un modelo matemático capaz de predecir el comportamiento cinético en la recuperación del cobre sirviéndose de variables predictoras del análisis de cobre secuencial en el mineral de cabeza, es decir CuT, CuSAc, CuSCN y CuRes, o más propiamente, la constante cinética debe estar en función de los términos CuT, CuSAc, CuSCN y CuRes razón por la cual es imperativo determinar experimentalmente las constantes cinéticas que describen los mecanismos involucrados en la disolución del cobre en las pruebas desarrolladas.

De acuerdo con los resultados presentados hasta este apartado, donde de manera preliminar se evaluó la dosificación de ácido para la aglomeración, así como la tasa de riego efectiva, en adelante para el estudio cinético y posterior determinación de la ecuación se utilizará los resultados de 10 pruebas adicionales (columnas 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 14) desarrolladas en base a los parámetros de columnas 3 y 4 principalmente por ser valores operativos en la lixiviación en

bateas.

- Dosis de ácido: 19 kg/t (aglomeración)
- Tasa de riego efectiva: 547 l/h/m<sup>2</sup>

En cuanto a solución de riego, se mantendrá los valores operativos utilizados actualmente en planta como: pH $\approx$ 1,0; temperatura ambiente, perfil granulométrico similar, etc.

El análisis cinético conlleva adecuar los resultados obtenidos de las pruebas de lixiviación en columnas, específicamente los valores de recuperación de cobre, a los principales modelos cinéticos que describen el proceso de lixiviación, como anteriormente se ha mencionado estos son los modelos de núcleo reducido o sin reaccionar por ajustarse mejor a su comportamiento, siendo los principales el proceso controlado por reacción química, proceso controlado por difusión a través de una película y el proceso controlado por difusión a través de la capa de producto, los que están detallados en las ecuaciones 11, 12 y 13 respectivamente.

Cada uno de estos modelos presenta una ecuación en particular, por lo que es necesario como ya se mencionó, adaptar los datos obtenidos a cada una de las ecuaciones, principalmente el término  $x$  que representa la fracción porcentual de cobre disuelto, es conveniente además la conversión del tiempo a minutos debido a que las constantes cinéticas están expresadas generalmente en la inversa del tiempo en minutos.

La tabla 16 presenta los valores de recuperación obtenidos en 10 pruebas de lixiviación adicionales llevadas a cabo con los parámetros antes mencionados, el mineral utilizado presenta características similares a las columnas antecesoras (1, 2, 3 y 4). A fin de abreviar los nombres de los modelos cinéticos se usará los siguientes términos:  $x$  para la fracción porcentual de cobre disuelto, RQS para reacción química superficial, DPL para difusión a través de una película líquida y DCP para difusión a través de la capa producto.

**Tabla 16***Recuperaciones de pruebas adicionales*

| t (días) | C5     | C6     | C7     | C8     | C9     | C10    | C11    | C12    | C13    | C14    |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0      | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000  |
| 0,1      | -1,753 | -2,048 | -1,718 | -1,926 | -1,817 | -1,965 | -2,079 | -1,456 | -1,656 | -1,928 |
| 0,3      | 24,087 | 24,403 | 24,270 | 24,243 | 24,216 | 24,203 | 24,711 | 24,435 | 24,412 | 24,461 |
| 0,4      | 30,890 | 31,582 | 31,153 | 29,683 | 28,268 | 29,943 | 26,935 | 30,084 | 31,839 | 31,021 |
| 0,5      | 35,065 | 33,334 | 34,255 | 33,650 | 32,807 | 33,109 | 35,023 | 34,581 | 33,791 | 35,533 |
| 0,8      | 39,280 | 41,781 | 44,340 | 38,210 | 42,222 | 41,754 | 40,304 | 38,893 | 41,414 | 42,160 |
| 1,0      | 46,942 | 44,293 | 45,794 | 43,348 | 45,138 | 43,673 | 45,036 | 44,016 | 43,880 | 44,081 |
| 1,5      | 51,707 | 50,919 | 48,668 | 50,329 | 48,195 | 51,216 | 50,737 | 51,049 | 50,926 | 50,844 |
| 2,0      | 54,008 | 52,802 | 54,913 | 57,036 | 51,188 | 56,530 | 55,452 | 53,675 | 54,680 | 54,911 |
| 2,5      | 54,043 | 59,432 | 56,169 | 58,110 | 54,951 | 56,898 | 58,554 | 59,098 | 56,161 | 57,189 |
| 3,0      | 61,770 | 61,773 | 61,770 | 61,768 | 61,782 | 61,776 | 61,778 | 61,775 | 61,772 | 61,776 |
| 3,5      | 64,180 | 64,175 | 64,304 | 64,219 | 64,278 | 64,235 | 64,112 | 64,235 | 64,169 | 64,208 |
| 4,0      | 65,669 | 66,174 | 63,288 | 68,068 | 67,413 | 69,768 | 69,138 | 67,477 | 69,370 | 66,166 |
| 4,5      | 69,823 | 69,500 | 69,479 | 67,520 | 69,026 | 68,510 | 69,016 | 68,847 | 69,389 | 68,881 |
| 5,0      | 68,709 | 68,720 | 69,121 | 69,680 | 71,229 | 70,199 | 69,726 | 70,740 | 70,382 | 69,874 |
| 5,5      | 70,735 | 71,133 | 70,720 | 69,897 | 71,234 | 70,682 | 70,977 | 71,712 | 71,470 | 70,991 |
| 6,0      | 72,379 | 72,335 | 72,246 | 72,166 | 72,422 | 72,101 | 72,758 | 71,953 | 71,910 | 72,013 |

*Nota:* Valores de recuperación expresados en %.

Los valores del porcentaje de recuperación de cobre y tiempo en minutos de las 10 columnas adicionales son adecuados, o más propiamente mencionado, son ajustados a las ecuaciones de los tres modelos cinéticos, en las siguientes tablas se muestra los valores obtenidos del ajuste, los valores RQS, DPL y DCP representan el lado izquierdo de las ecuaciones para cada columna en particular, a continuación se muestra el resultado de las columnas 5 y 6 en tanto que el resto de los resultados, es decir columnas 7 a 14 quedan referenciadas en el anexo 1 del presente trabajo.

**Tabla 17**

*Ajuste de datos a modelos cinéticos C5*

| t (min) | x      | RQS    | DPL    | DCP   |
|---------|--------|--------|--------|-------|
| 0       | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000 |
| 168     | -0,018 | -0,006 | -0,012 | 0,000 |
| 360     | 0,241  | 0,088  | 0,168  | 0,022 |
| 540     | 0,309  | 0,116  | 0,218  | 0,037 |
| 720     | 0,351  | 0,134  | 0,250  | 0,049 |
| 1080    | 0,393  | 0,153  | 0,283  | 0,063 |
| 1440    | 0,469  | 0,190  | 0,345  | 0,095 |
| 2160    | 0,517  | 0,215  | 0,384  | 0,119 |
| 2880    | 0,540  | 0,228  | 0,404  | 0,132 |
| 3600    | 0,540  | 0,228  | 0,404  | 0,133 |
| 4320    | 0,618  | 0,274  | 0,473  | 0,184 |
| 5040    | 0,642  | 0,290  | 0,496  | 0,203 |
| 5760    | 0,657  | 0,300  | 0,510  | 0,216 |
| 6480    | 0,698  | 0,329  | 0,550  | 0,254 |
| 7200    | 0,687  | 0,321  | 0,539  | 0,243 |
| 7920    | 0,707  | 0,336  | 0,559  | 0,263 |
| 8640    | 0,724  | 0,349  | 0,576  | 0,280 |

**Tabla 18***Ajuste de datos a modelos cinéticos C6*

| t (min) | x      | RQS    | DPL    | DCP   |
|---------|--------|--------|--------|-------|
| 0       | 0      | 0      | 0      | 0     |
| 168     | -0,020 | -0,007 | -0,014 | 0,000 |
| 360     | 0,244  | 0,089  | 0,170  | 0,022 |
| 540     | 0,316  | 0,119  | 0,224  | 0,039 |
| 720     | 0,333  | 0,126  | 0,237  | 0,044 |
| 1080    | 0,418  | 0,165  | 0,303  | 0,073 |
| 1440    | 0,443  | 0,177  | 0,323  | 0,083 |
| 2160    | 0,509  | 0,211  | 0,378  | 0,115 |
| 2880    | 0,528  | 0,221  | 0,394  | 0,125 |
| 3600    | 0,594  | 0,260  | 0,452  | 0,167 |
| 4320    | 0,618  | 0,274  | 0,473  | 0,184 |
| 5040    | 0,642  | 0,290  | 0,496  | 0,203 |
| 5760    | 0,662  | 0,303  | 0,515  | 0,220 |
| 6480    | 0,695  | 0,327  | 0,547  | 0,251 |
| 7200    | 0,687  | 0,321  | 0,539  | 0,243 |
| 7920    | 0,711  | 0,339  | 0,563  | 0,267 |
| 8640    | 0,723  | 0,348  | 0,575  | 0,280 |

Los datos generados en el ajuste a los modelos cinéticos de las 10 columnas permiten generar los siguientes gráficos, para ello ploteamos las columnas RQS, DPL y DCP versus el tiempo en cada uno de los resultados obtenidos. Se puede describir la siguiente técnica como linealización de las curvas de recuperación que generalmente son funciones parabólicas (figura 16), la principal ventaja de esta linealización radica en el hecho que al presentar una forma lineal se puede usar como punto de comparación entre los tres modelos la pendiente resultante en cada uno de los modelos generados; al igual que en las tablas anteriores, se muestra solo

los gráficos correspondientes a las columnas 5 y 6 en tanto que el resto de los resultados, es decir columnas 7 a 14 quedan referenciadas en el anexo 2 del presente trabajo.

**Figura 17**

*Linealización con modelos cinéticos C5*

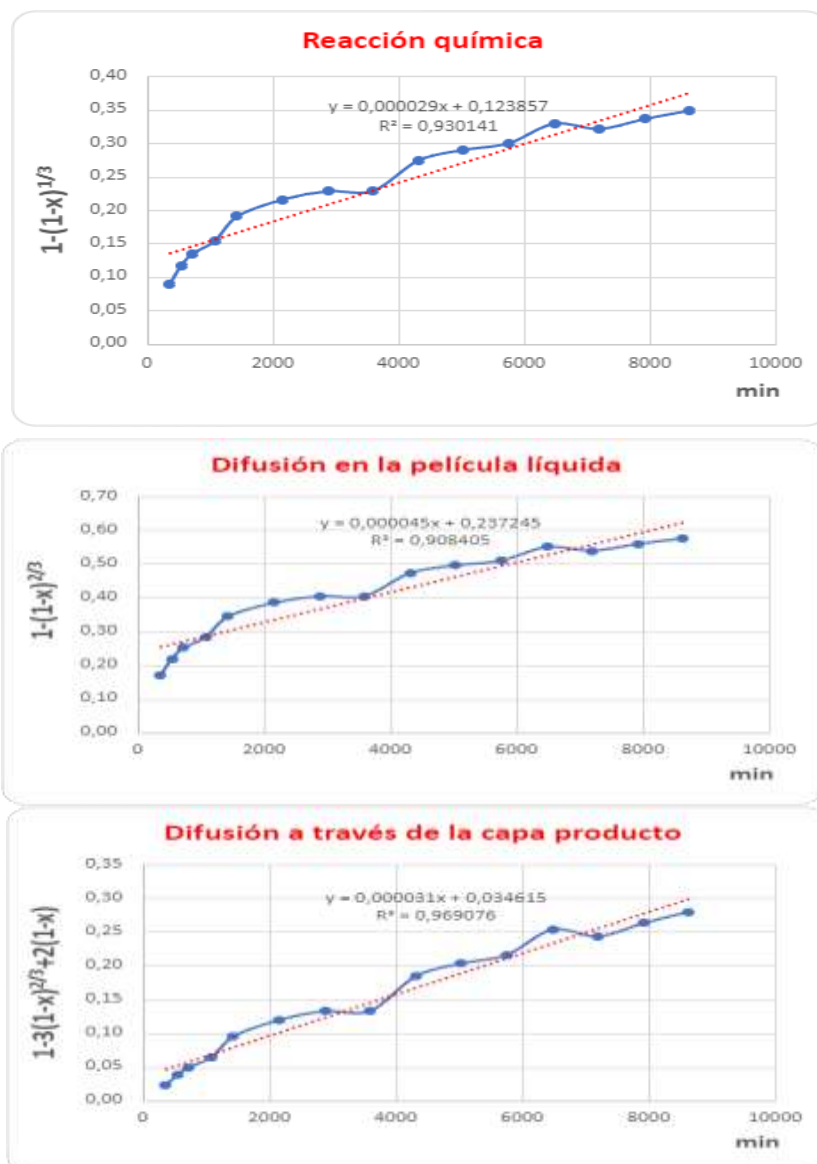
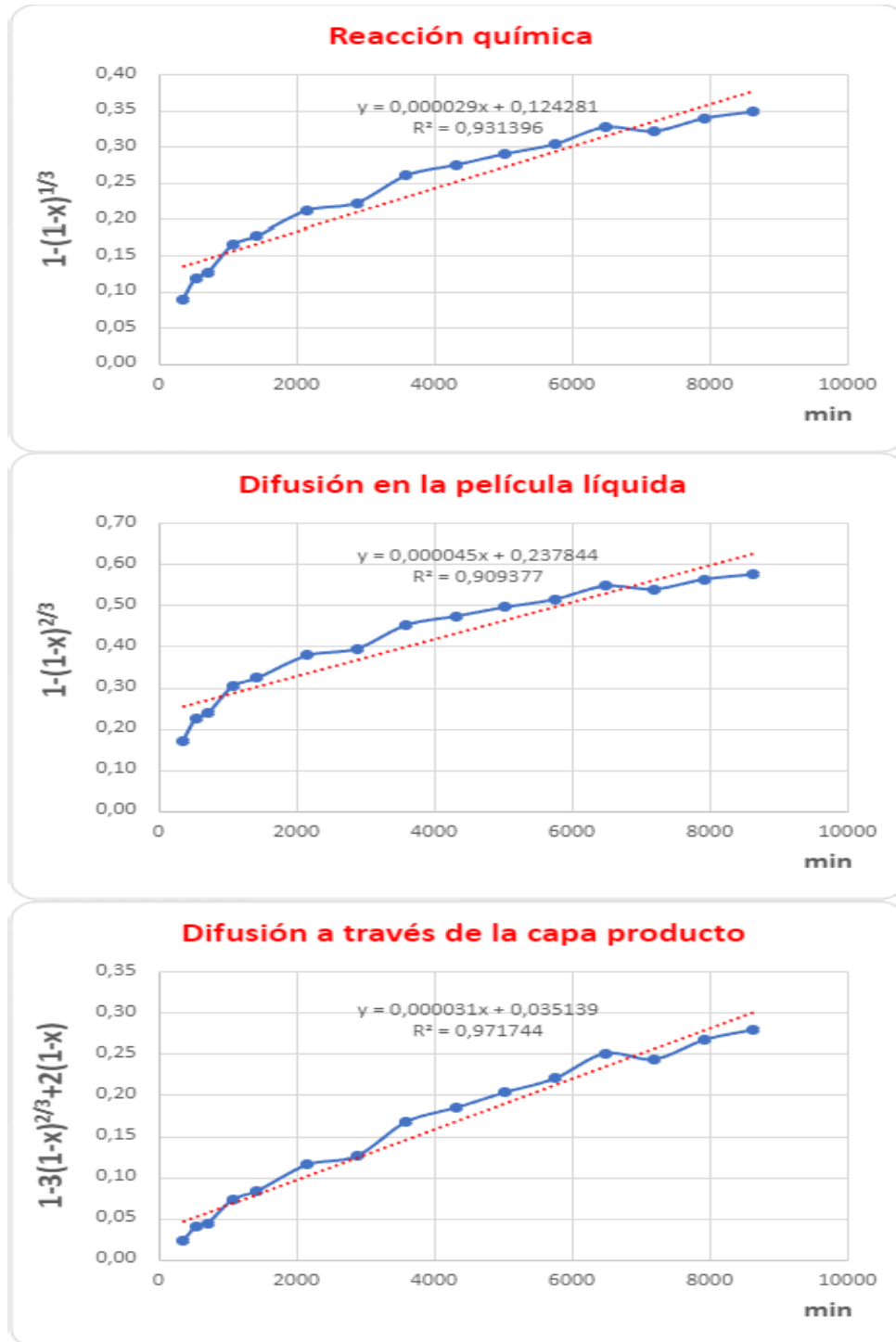


Figura 18

Linealización con modelos cinéticos C6



Se muestra el resumen de todos los coeficientes de determinación  $R^2$  en los 30 ajustes de los datos obtenidos en cada una de las 10 columnas:

**Tabla 19**

*Coefficientes de determinación C5 a C14*

| COLUMNA | RQS   | DPL   | DCP   |
|---------|-------|-------|-------|
| C5      | 0,930 | 0,908 | 0,969 |
| C6      | 0,931 | 0,909 | 0,972 |
| C7      | 0,929 | 0,907 | 0,970 |
| C8      | 0,919 | 0,898 | 0,961 |
| C9      | 0,943 | 0,923 | 0,977 |
| C10     | 0,918 | 0,897 | 0,958 |
| C11     | 0,923 | 0,899 | 0,966 |
| C12     | 0,931 | 0,910 | 0,970 |
| C13     | 0,932 | 0,912 | 0,967 |
| C14     | 0,934 | 0,912 | 0,975 |

*Nota:* Resultados de acuerdo con el ajuste realizado a todos los valores experimentales

Los valores tanto en las figuras mostradas así como en la tabla resumen anterior presentan coeficientes de determinación superiores a 90 %, indicando un buen ajuste de los datos obtenidos experimentalmente en relación con los modelos cinéticos propuestos. Sin embargo, podemos distinguir que en todos los casos (columnas 6 a 14) los valores más altos de  $R^2$  son los correspondientes al modelo cinético de difusión a través de la capa producto, siendo este el mecanismo cinético que mejor describe el proceso de lixiviación efectuado en estas pruebas.

#### 4.1.8. Constante cinética

La constante cinética indica la velocidad con la que se desarrolla una reacción química, es decir mide la razón de cambio de las sustancias involucradas en la reacción, en este caso en particular la rapidez de la disolución del cobre.

Podemos aproximar el valor de las constantes derivando las ecuaciones obtenidas bajo el modelo cinético seleccionado en función del tiempo, en otras palabras, usamos las pendientes de las ecuaciones halladas en las regresiones correspondientes al modelo cinético de difusión a través de la capa producto.

**Tabla 20**

*Pendientes del modelo difusión a través de la capa producto*

| COLUMNA | DCP      |
|---------|----------|
| C5      | 0,000031 |
| C6      | 0,000031 |
| C7      | 0,000030 |
| C8      | 0,000031 |
| C9      | 0,000032 |
| C10     | 0,000031 |
| C11     | 0,000032 |
| C12     | 0,000031 |
| C13     | 0,000032 |
| C14     | 0,000031 |

*Nota:* Notación científica con 6 decimales por tratarse de números pequeños; constantes cinéticas expresadas en  $\text{min}^{-1}$ .

Las regresiones efectuadas a los datos experimentales de las 10 columnas indican pendientes positivas debido a que la concentración de cobre disuelto aumenta en función al tiempo.

#### 4.1.9. Modelamiento

La edificación del modelo matemático requiere de términos predictores, en este caso los porcentajes de cobre total (CuT), cobre soluble en ácido (CuSAc), cobre soluble en cianuro (CuSCN) y cobre residual (CuRes), términos que resultan del análisis de cobre secuencial en el mineral de cabeza. La tabla 21 contiene los resultados de cobre secuencial efectuados a las 10 muestras de mineral que sirvieron de base para los experimentos de las columnas 5,6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 14; los valores de las cuatro primeras columnas representan a las variables independientes o predictoras, en tanto que los valores de la última columna (constantes cinéticas) representan a las variables dependientes.

**Tabla 21**

*Leyes de cabeza por cobre secuencial*

| % CuT | % CuSAc | % CuSCN | % CuRes | K        |
|-------|---------|---------|---------|----------|
| 0,679 | 0,543   | 0,026   | 0,064   | 0,000031 |
| 0,665 | 0,539   | 0,028   | 0,066   | 0,000031 |
| 0,668 | 0,523   | 0,028   | 0,066   | 0,000030 |
| 0,676 | 0,545   | 0,027   | 0,064   | 0,000031 |
| 0,678 | 0,552   | 0,028   | 0,064   | 0,000032 |
| 0,675 | 0,555   | 0,027   | 0,065   | 0,000031 |
| 0,679 | 0,568   | 0,028   | 0,065   | 0,000032 |
| 0,682 | 0,563   | 0,029   | 0,067   | 0,000031 |
| 0,681 | 0,57    | 0,027   | 0,064   | 0,000032 |
| 0,679 | 0,535   | 0,028   | 0,066   | 0,000031 |

*Nota:* Notación científica con 6 decimales por tratarse de números pequeños; constantes cinéticas expresadas en  $\text{min}^{-1}$

Los valores mostrados en la tabla anterior representan la fuente de datos

parciales para el análisis de regresión lineal múltiple, el análisis de regresión se efectuó con ayuda del software Minitab.

El análisis de regresión múltiple K vs % CuT, % CuSAc, % CuSCN, % CuRes presenta la siguiente significancia para la valoración de cada uno de los coeficientes de los términos que conformarán el modelo matemático:

**Tabla 22**

*Significancia de coeficientes*

| Término   | Coefficientes | EE del coef. | Valor T | Valor p | FIV   |
|-----------|---------------|--------------|---------|---------|-------|
| Constante | 0,000020      | 0,000014     | 1,430   | 0,212   |       |
| % CuT     | -0,000009     | 0,000022     | -0,410  | 0,699   | 1,810 |
| % CuSAc   | 0,000040      | 0,000008     | 4,920   | 0,004   | 1,800 |
| % CuSCN   | 0,000526      | 0,000160     | 3,300   | 0,022   | 1,760 |
| % CuRes   | -0,000301     | 0,000106     | -2,830  | 0,037   | 1,770 |

*Nota:* Notación científica hasta con 6 decimales por tratarse de números pequeños.

La primera columna indica los valores de los coeficientes de cada una de las variables así como el valor del término independiente, de acuerdo con los valores p de la tabla, los términos %CuSAc, %CuSCN y %CuRes son estadísticamente significativos al presentar valores inferiores a 0,05, esto indica que estos términos aparentemente constituyen variables imprescindibles en la conformación del modelo matemático en tanto que el término %CuT requiere de un análisis posterior de exclusión de términos para evaluar si es conservado o no dentro del modelo matemático, la última columna correspondiente a los valores FIV (factor de

inflación de varianza) al presentar cantidades cercanas a 1 indican la buena correlación entre las variables de predicción dando cuenta que el modelo generado es aceptable.

De acuerdo con lo mencionado, la ecuación de regresión desarrollada queda de la siguiente forma:

$$K=0,000020-0,000009\%CuT+0,000040\%CuSAc+0,000526\%CuSCN-0,000301CuRes$$

**Tabla 23**

*Resumen del modelo para el ajuste*

| S         | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> ajustado |
|-----------|----------------|-------------------------|
| 0,0000003 | 90,67 %        | 83,21 %                 |

*Nota:* Notación científica con 7 decimales por tratarse de números pequeños.

El término S representa la variación o desviación estándar de la diferencia entre los valores reales con los valores ajustados, mientras este valor sea lo más bajo posible como es el caso analizado, mejor describirá el modelo a la variable dependiente o respuesta, el valor de 90,67 % del coeficiente de determinación indica que el modelo se ajusta de manera muy aceptable a los datos reales.

Para evaluar si es conveniente la exclusión de los términos mencionados, utilizamos el método de eliminación paso a paso hacia atrás del software Minitab, el cual está basado en la regresión secuencial comenzando con todos los términos

posibles donde se van excluyendo los términos con significancia mayor a 0,05, de acuerdo con este análisis, el modelo desarrollado solo con términos con significancia estadística queda de la siguiente forma:

$$K=0,000015 + 0,000038 \% \text{CuSAc} + 0,000525 \% \text{CuSCN} - 0,000297 \% \text{CuRes}$$

**Tabla 24**

*Resumen del nuevo modelo para el ajuste*

| S         | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> ajustado |
|-----------|----------------|-------------------------|
| 0,0000003 | 90,36 %        | 85,53 %                 |

*Nota:* Notación científica hasta con 7 decimales por tratarse de números pequeños.

En este nuevo modelo mejorado podemos apreciar que todos los términos que conforman la ecuación de regresión son estadísticamente significativos, motivo por el cual se denota un incremento en el coeficiente de determinación ajustado (R<sup>2</sup> ajustado) que es más útil cuando se utiliza con diferentes predictores.

Por último, el análisis que permite calificar a un modelo matemático de regresión como estadísticamente significativo es el ANOVA o análisis de varianza, bajo este análisis se puede tener la certeza de que el modelo propuesto es apropiado al tener un valor  $p = 0,002$  el cual es muy inferior a 0,05 de acuerdo con lo presentado en la siguiente tabla:

**Tabla 25***Análisis de varianza*

| Fuente           | GL | SC<br>Ajust. | MC<br>Ajust. | Valor F | Valor p      |
|------------------|----|--------------|--------------|---------|--------------|
| <b>Regresión</b> | 3  | 0            | 0            | 18,740  | <b>0,002</b> |
| % CuSAc          | 1  | 0            | 0            | 44,750  | 0,001        |
| % CuSCN          | 1  | 0            | 0            | 12,580  | 0,012        |
| % CuRes          | 1  | 0            | 0            | 9,150   | 0,023        |
| Error            | 6  | 0            | 0            |         |              |
| Total            | 9  | 0            |              |         |              |

**4.2. Contrastación de hipótesis general**

- $H_0$ : Los datos obtenidos en las pruebas de lixiviación en columnas son incongruentes para desarrollar un modelo matemático capaz describir el comportamiento cinético del mineral evaluado en función de valores de cobre secuencial.
- $H_1$ : La correcta interpretación de los datos obtenidos en pruebas de lixiviación en columnas permitirá desarrollar un modelo matemático capaz describir el comportamiento cinético del mineral evaluado en función de valores de cobre secuencial.

El coeficiente de determinación ajustado ( $R^2$  ajustado) es una medida de la capacidad que tiene el modelo desarrollado para explicar la variación de la variable dependiente, en este caso, la constante cinética de disolución del cobre, este valor se incrementa cuando se excluye términos no significativos de la ecuación. De

acuerdo con el modelo desarrollado, el valor del  $R^2$  ajustado es de 85,53 %, este valor representa un incremento de 2,32 % con respecto al  $R^2$  ajustado del modelo inicial, modelo que contiene un término con baja significancia.

Un valor de 85,53 % en el coeficiente de determinación ajustado es bastante aceptable para un proceso dinámico como es la lixiviación, de acuerdo con lo expuesto, podemos señalar al modelo matemático desarrollado como lo suficientemente capaz de explicar un gran porcentaje de la varianza total en la predicción de la constante cinética a partir de los valores iniciales de cobre secuencial por lo que la hipótesis planteada inicialmente es congruente con los valores obtenidos.

### **4.3. Discusión**

#### ***4.3.1. Pruebas de validación del modelo experimental***

A fin de establecer el poder de predicción del modelo matemático desarrollado, a partir de la estimación de los valores de cinéticas podemos estimar los porcentajes de extracción para cada tiempo determinado, de acuerdo con el modelo cinético de difusión a través de la capa producto, el producto de la constante cinética y el tiempo en minutos ( $K*t$ ) es directamente proporcional a la expresión matemática:  $1-3*(1-x)^{2/3}+2*(1-x)$  donde  $x$  es la fracción de cobre disuelto. En las regresiones anteriores se determinaron las constantes cinéticas para 10 muestras de mineral; se demostrará en base a las extracciones reales y las extracciones estimadas de dos resultados obtenidos en la evaluación de dos columnas el poder de

estimación de las constantes cinéticas. Se utiliza el complemento SOLVER del programa Excel para la determinación de las fracciones disueltas en cada instante de tiempo, los cálculos están basados en la siguiente lógica:

**Tabla 26**

*Porcentaje de disolución calculada con solver*

|            |  |             |
|------------|--|-------------|
| X          | =                                      | 0,708147232 |
| K          | =                                      | 0,000031    |
| T          | =                                      | 8640        |
| <b>k*t</b> | <b>1-3*(1-x)<sup>2</sup>/3+2*(1-x)</b> | delta       |
| 0,26373635 | 0,263736331                            | 0,000000017 |

*Nota:* Notación científica hasta con 9 decimales por tratarse de números pequeños.

El valor objetivo es representado por la diferencia de  $k*t$  y  $1-3*(1-x)^2/3+2*(1-x)$ , se establece que el objetivo sea cero o un valor muy cercano tal como queda indicado en la tabla anterior, este valor objetivo es dependiente del valor de  $x$  por lo que las iteraciones estarán en función de este valor hasta obtener el objetivo mencionado, de acuerdo con este criterio, las siguientes tablas muestran los resultados obtenidos en las columnas 5 y 11 (criterio aleatorio) teniendo la consideración de que los valores obtenidos de “ $x$ ” son multiplicados por 100 para ser expresados en porcentaje.

**Tabla 27***Valores de extracción estimada – columna 5*

| t (min) | Ext. Real | Ext. Estimada |
|---------|-----------|---------------|
| 0       | 0         | 0             |
| 168     | -1,753    | 12,060        |
| 360     | 24,087    | 17,420        |
| 540     | 30,890    | 21,131        |
| 720     | 35,065    | 24,201        |
| 1080    | 39,280    | 29,230        |
| 1440    | 46,942    | 33,351        |
| 2160    | 51,707    | 40,019        |
| 2880    | 54,008    | 45,400        |
| 3600    | 54,043    | 49,956        |
| 4320    | 61,770    | 53,926        |
| 5040    | 64,180    | 57,450        |
| 5760    | 65,669    | 60,620        |
| 6480    | 69,823    | 63,501        |
| 7200    | 68,709    | 66,138        |
| 7920    | 70,735    | 68,567        |
| 8640    | 72,379    | 70,815        |

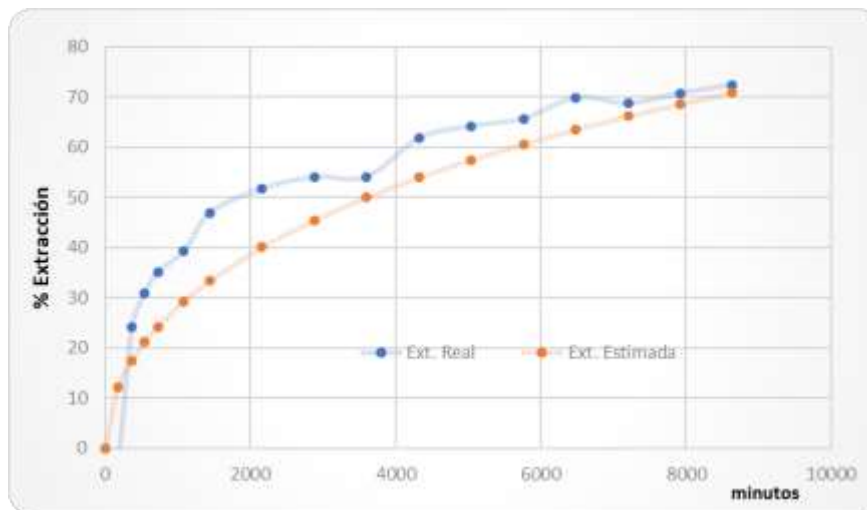
**Tabla 28***Valores de extracción estimada – columna 11*

| t (min) | Ext. Real | Ext. Estimada |
|---------|-----------|---------------|
| 0       | 0         | 0             |
| 168     | -2,079    | 12,280        |
| 360     | 24,711    | 17,732        |
| 540     | 26,935    | 21,506        |
| 720     | 35,023    | 24,626        |
| 1080    | 40,304    | 29,735        |
| 1440    | 45,036    | 33,918        |
| 2160    | 50,737    | 40,682        |
| 2880    | 55,452    | 46,134        |
| 3600    | 58,554    | 50,746        |
| 4320    | 61,778    | 54,760        |
| 5040    | 64,112    | 58,320        |
| 5760    | 69,138    | 61,519        |
| 6480    | 69,016    | 64,423        |
| 7200    | 69,726    | 67,079        |
| 7920    | 70,977    | 69,522        |
| 8640    | 72,758    | 71,781        |

Los valores de extracción real y estimado para cada columna de las tablas anteriores, son ploteados para la construcción de las siguientes curvas de extracción donde se aprecia que los valores estimados son más próximos a la curva de extracción real conforme el tiempo es mayor, la diferencia o error de estimación se da con mayor proporción para tiempos menores, ambas curvas de extracción estimadas presentan valores más discretos al presentar menores porcentajes de extracción que los valores reales. Sin embargo, el análisis de correlación efectuado entre extracción real y estimada en ambas columnas (figuras 21 y 22), de acuerdo con los valores de las tablas 27 y 28, demuestran que los valores estimados presentan una correlación superior a 97%.

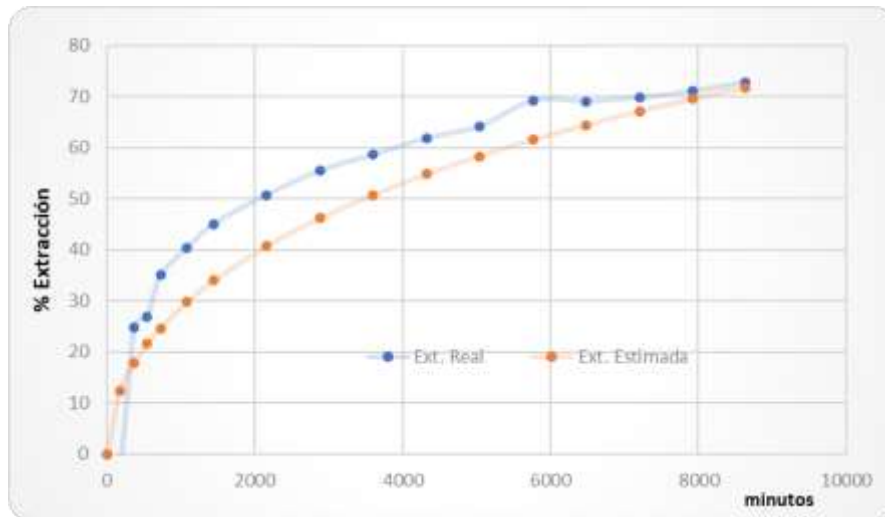
**Figura 19**

*Extracción real vs estimada – columna 5*



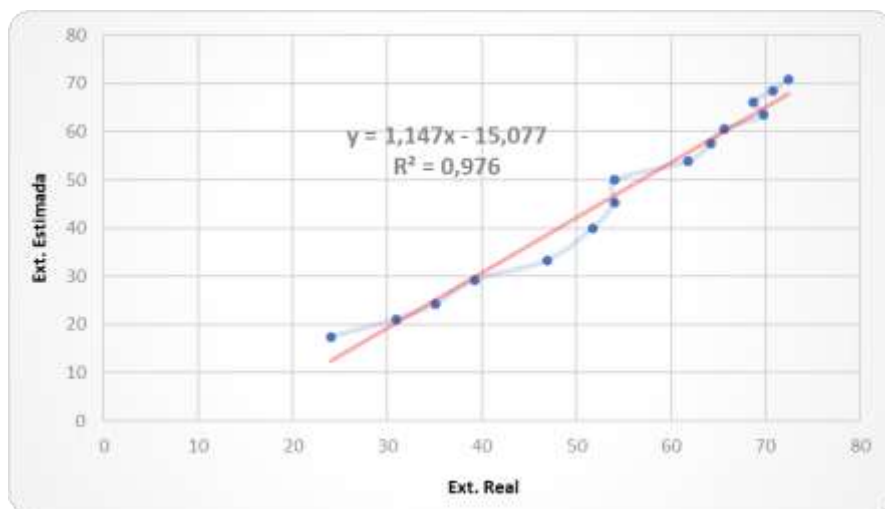
**Figura 20**

*Extracción real vs estimada – columna 11*



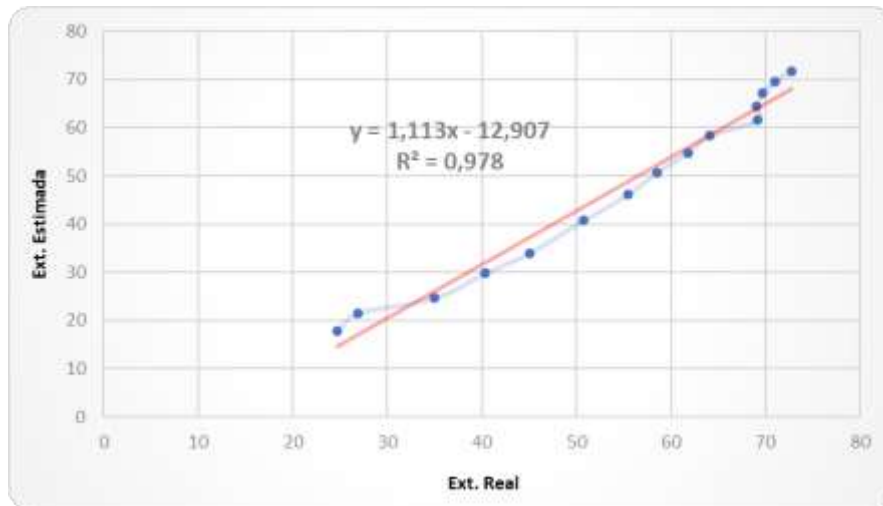
**Figura 21**

*Correlación extracción real y estimada – columna 5*



**Figura 22**

*Correlación extracción real y estimada – columna 11*



## CONCLUSIONES

1. El alto grado de correlación de 0,976 y 0,978 alcanzado entre los valores de extracción reales y los valores de extracción estimados en dos pruebas diferentes, dan cuenta que el modelo matemático desarrollado es altamente útil para predecir valores de extracción de cobre a partir de la estimación de las constantes cinéticas calculadas con los valores de los resultados del análisis de cobre secuencial, siendo los valores de cobre soluble en ácido CuSAc, cobre soluble en cianuro CuSCN y cobre residual CuRes considerados por su nivel de significancia estadística los que son utilizados en la constitución del modelo matemático, esta afirmación está sustentada en el análisis ANOVA realizada donde el valor p de la regresión es 0,002 el cual indica que el modelo es estadísticamente significativo. En base a los resultados alcanzados se concluye de manera categórica que el modelo desarrollado:

$$K=0,000015 + 0,000038 \%CuSAc + 0,000525 \%CuSCN- 0,000297 \%CuRes$$

constituye una herramienta matemática muy útil para predecir los porcentajes de extracción con los análisis químicos iniciales del mineral de cabeza.

2. La evaluación efectuada en el proceso de lixiviación de las 10 columnas sometidas a regímenes de riego de 24 horas durante 8640 minutos da cuenta que el comportamiento cinético del mineral tiene características de un proceso controlado

por difusión a través de la capa producto basado en el modelo de núcleo reducido al presentar mejores correlaciones que los otros modelos cinéticos evaluados, los valores alcanzados de correlación presentan una media de 0,969 valor que representa una diferencia porcentual significativa en relación a los otros dos modelos, siendo estas diferencias de 3,932 % y 6,100 %.

3. El análisis del nivel de significancia de las variables predictoras fue el criterio utilizado en la selección de las variables constituyentes del modelo matemático, los valores obtenidos de las variables representan valores inferiores a 0,05 siendo estos 0,001; 0,012 y 0,023 para CuSAc, CuSCN y CuRes respectivamente.

## RECOMENDACIONES

- El modelo matemático desarrollado tiene alto potencial para ser usado como herramienta de optimización en la etapa de lixiviación, esto implica generar menores costos al disminuir los ciclos de lixiviación al establecer tiempos óptimos de riego, este razonamiento involucra menores costos operativos al usar menores cantidades de insumos como el ácido sulfúrico principalmente.
- Es necesario adecuar el modelo desarrollado a las condiciones específicas de operaciones de lixiviación similares si se pretende su aplicación.
- De acuerdo con el coeficiente de correlación obtenido en la modelación, el Modelo matemático es potencialmente susceptible de ser mejorado, en ese sentido el presente trabajo puede ser complementado con pruebas adicionales donde deben incluirse otras variables de predicción que tienen incidencia durante el proceso de lixiviación como es el caso de la granulometría de mineral lixiviado.
- Finalmente, el presente trabajo puede ser usado como una guía para estudiantes y profesionales en futuras investigaciones donde se pretende realizar predicciones de producción a partir de los análisis químicos iniciales.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Apua, M., & Madiba, M. (2021). Leaching kinetics and predictive models for elements extraction from copper oxide ore in sulphuric acid. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, 121, 313–320.  
<https://doi.org/10.1016/j.jtice.2021.04.005>
- Ata, O. N., Polak, S., Ekinci, Z., & Popur, M. (2001). Determination of the Optimum Conditions for Leaching of Malachite Ore in H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> Solutions. *Chemical Engineering Technology*, 24(4), 409–413.
- Barriga, A., & Sc, V. B. A. (2013). *STUDIES ON THE CURING AND LEACHING KINETICS OF MIXED COPPER ORES*.
- Bingöl, D., & Canbazoğlu, M. (2004). Dissolution kinetics of malachite in sulphuric acid. *Hydrometallurgy*, 72(1–2), 159–165.  
<https://doi.org/10.1016/j.hydromet.2003.10.002>
- Bueno, J., & Estrada, N. (2021). GEOMETALURGIA DE MINERALES DE COBRE ÓXIDOS Y SECUNDARIOS E IMPACTO EN LOS RECURSOS Y LA PRODUCCIÓN DE LA UNIDAD MINERA CERRO LINDO. *XII Congreso Internacional de Prospectores y Exploradores*, 275–281.
- Domic, E. (2001). *HIDROMETALURGIA fundamentos, procesos y aplicaciones*.

- Duque, R. (2014). *Lixiviación de minerales sulfurados de cobre de baja ley en columnas unitarias utilizando la tecnología CUPROCHLOR®*.  
UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y  
MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE MINAS.
- Ekmekyapar, A., Aktaş, E., Kün & Demirkiran, N. (2012).  
Investigation of leaching kinetics of copper from malachite ore in  
ammonium nitrate solutions. *Metallurgical and Materials Transactions  
B: Process Metallurgy and Materials Processing Science*, 43(4), 764–  
772. <https://doi.org/10.1007/s11663-012-9670-2>
- Free, M. L. (2022). *Hydrometallurgy Fundamentals and Applications*.  
<https://link.springer.com/bookseries/15240>
- Gaviria C, A. C., Restrepo B, O. J., & Bustamante R, O. (2007).  
*Hidrometalurgia Aplicada Linea de Metales Preciosos*.
- Gupta, C. K., & Mukherjee, T. K. (1990). *Hydrometallurgy in Extraction  
Processes: Vol. I*.
- Hosseinzadeh, M., Entezari Zarandi, A., Pasquier, L. C., & Azizi, A. (2021).  
Kinetic Investigation on Leaching of Copper from a Low-Grade Copper  
Oxide Deposit in Sulfuric Acid Solution: A Case Study of the Crushing  
Circuit Reject of a Copper Heap Leaching Plant. *Journal of Sustainable  
Metallurgy*, 7(3), 1154–1168. <https://doi.org/10.1007/s40831-021-00408-5>

- Jergensen, G. (1999). *Copper Leaching, Solvent Extraction, and Electrowinning Technology*.
- Lovera, D., Coronado, A., Arias, V., Quiñones, J., Puente, L., Herrera, J., Malpartida, C., Diego, J., Ipanaque, O., & López, P. (2005). Modelización y Simulación de Procesos Metalúrgicos: Flotación, Filtración, Lixiviación y Espesamiento. *Revista Del Instituto de Investigación FIGMMG*, 8(15), 19–24.
- Lovera, D. F., Falcón, R. C., Vidal Aramburu, S., Lavado, J. Q., & Puente Santibáñez, L. (2003). Modelamiento Matemático en los Procesos de Lixiviación de Minerales Auríferos y Cupríferos en Sistemas Químicos. *REVISTA DEL INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN - UNMSM*, 6(11), 64–70.
- Marsden, J., & House, C. Iain. (2006). *Chemistry of Gold Extraction*. SME.
- Merino, E. (2022). *EVALUACIÓN DE REACTIVOS OXIDANTES Y AGUA MARINA COMO LIXIVIANTE DE MINERAL OXIDADO DE COBRE*. Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann.
- Nozari, I., & Azizi, A. (2020). Experimental and Kinetic Modeling Investigation of Copper Dissolution Process from an Iranian Mixed Oxide/Sulfide Copper Ore. *Journal of Sustainable Metallurgy*, 6(3), 437–450. <https://doi.org/10.1007/s40831-020-00291-6>
- Parkinson, G. (1995). The Sequential Copper Analysis Method-Geological,

Mineralogical, and Metallurgical Implications. *Society For Mining Metallurgy, and Exploration, INC.*

Rey, N., & Velázquez, Á. (2019). *Las variables de investigación.*

<https://www.aulavirtualusmp.pe/ojs/index.php/AF/article/download/1686/2055>

Saldaña, M., Gálvez, E., Robles, P., Castillo, J., & Toro, N. (2022). Copper Mineral Leaching Mathematical Models—A Review. In *Materials* (Vol. 15, Issue 5). MDPI. <https://doi.org/10.3390/ma15051757>

Sánchez, F. (2023). *Tesis Experimentales Tomo I.*

<http://www.aacentrum.com/>

Surco, M. (2012). *Optimización del proceso de aglomeración y lixiviación en una planta de lixiviación de cobre.*

[https://repositorio.uni.edu.pe/bitstream/20.500.14076/1355/1/surco\\_am.pdf](https://repositorio.uni.edu.pe/bitstream/20.500.14076/1355/1/surco_am.pdf)

Zúñiga, L. (2019). *Estudio de las pruebas de lixiviación en columna en una minera en la región de Moquegua* [Universidad Nacional San Agustín].

<https://repositorio.unsa.edu.pe/server/api/core/bitstreams/65501246-fc43-44d0-b3be-b5fb05158c79/content>

## ANEXOS

### Anexo A

Ajuste de datos obtenidos en la ejecución de las pruebas de lixiviación en columna a modelos cinéticos, Columnas 7 a 14.

#### *Columna 7*

| <b>t (min)</b>     | <b>X</b>     | <b>RQS</b>   | <b>DPL</b>   | <b>DCP</b>   |
|--------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>0</b>           | 0            | 0            | 0            | 0            |
| <b>168</b>         | -0,017       | -0,006       | -0,011       | 0,000        |
| <b>360</b>         | 0,243        | 0,089        | 0,169        | 0,022        |
| <b>540</b>         | 0,312        | 0,117        | 0,220        | 0,038        |
| <b>720</b>         | 0,343        | 0,130        | 0,244        | 0,047        |
| <b>1080</b>        | 0,443        | 0,177        | 0,323        | 0,083        |
| <b>1440</b>        | 0,458        | 0,185        | 0,335        | 0,090        |
| <b>2160</b>        | 0,487        | 0,199        | 0,359        | 0,103        |
| <b>2880</b>        | 0,549        | 0,233        | 0,412        | 0,138        |
| <b>3600</b>        | 0,562        | 0,240        | 0,423        | 0,146        |
| <b>4320</b>        | 0,618        | 0,274        | 0,473        | 0,184        |
| <b>5040</b>        | 0,643        | 0,291        | 0,497        | 0,204        |
| <b>5760</b>        | 0,633        | 0,284        | 0,487        | 0,196        |
| <b>6480</b>        | 0,695        | 0,327        | 0,547        | 0,250        |
| <b>7200</b>        | 0,691        | 0,324        | 0,543        | 0,247        |
| <b>7920</b>        | 0,707        | 0,336        | 0,559        | 0,263        |
| <b><u>8640</u></b> | <u>0,722</u> | <u>0,348</u> | <u>0,575</u> | <u>0,279</u> |

*Columna 8*

| <b>t (min)</b> | <b>X</b>     | <b>RQS</b>   | <b>DPL</b>   | <b>DCP</b>   |
|----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>0</b>       | 0            | 0            | 0            | 0            |
| <b>168</b>     | -0,019       | -0,006       | -0,013       | 0,000        |
| <b>360</b>     | 0,242        | 0,088        | 0,169        | 0,022        |
| <b>540</b>     | 0,297        | 0,111        | 0,209        | 0,034        |
| <b>720</b>     | 0,336        | 0,128        | 0,239        | 0,045        |
| <b>1080</b>    | 0,382        | 0,148        | 0,275        | 0,059        |
| <b>1440</b>    | 0,433        | 0,173        | 0,315        | 0,079        |
| <b>2160</b>    | 0,503        | 0,208        | 0,373        | 0,112        |
| <b>2880</b>    | 0,570        | 0,245        | 0,431        | 0,151        |
| <b>3600</b>    | 0,581        | 0,252        | 0,440        | 0,158        |
| <b>4320</b>    | 0,618        | 0,274        | 0,473        | 0,184        |
| <b>5040</b>    | 0,642        | 0,290        | 0,496        | 0,204        |
| <b>5760</b>    | 0,681        | 0,316        | 0,533        | 0,237        |
| <b>6480</b>    | 0,675        | 0,313        | 0,527        | 0,232        |
| <b>7200</b>    | 0,697        | 0,328        | 0,549        | 0,252        |
| <b>7920</b>    | 0,699        | 0,330        | 0,551        | 0,255        |
| <b>8640</b>    | <u>0,722</u> | <u>0,347</u> | <u>0,574</u> | <u>0,278</u> |

*Columna 9*

| <b>t (min)</b> | <b>x</b> | <b>RQS</b> | <b>DPL</b> | <b>DCP</b> |
|----------------|----------|------------|------------|------------|
| <b>0</b>       | 0,000    | 0,000      | 0,000      | 0,000      |
| <b>168</b>     | -0,018   | -0,006     | -0,012     | 0,000      |
| <b>360</b>     | 0,242    | 0,088      | 0,169      | 0,022      |
| <b>540</b>     | 0,283    | 0,105      | 0,199      | 0,031      |
| <b>720</b>     | 0,328    | 0,124      | 0,233      | 0,042      |
| <b>1080</b>    | 0,422    | 0,167      | 0,306      | 0,074      |
| <b>1440</b>    | 0,451    | 0,181      | 0,330      | 0,087      |
| <b>2160</b>    | 0,482    | 0,197      | 0,355      | 0,101      |
| <b>2880</b>    | 0,512    | 0,213      | 0,380      | 0,116      |
| <b>3600</b>    | 0,550    | 0,233      | 0,412      | 0,138      |
| <b>4320</b>    | 0,618    | 0,274      | 0,473      | 0,184      |
| <b>5040</b>    | 0,643    | 0,290      | 0,497      | 0,204      |
| <b>5760</b>    | 0,674    | 0,312      | 0,526      | 0,231      |
| <b>6480</b>    | 0,690    | 0,323      | 0,542      | 0,246      |
| <b>7200</b>    | 0,712    | 0,340      | 0,564      | 0,268      |
| <b>7920</b>    | 0,712    | 0,340      | 0,564      | 0,268      |
| <b>8640</b>    | 0,724    | 0,349      | 0,576      | 0,281      |

*Columna 10*

| <b>t (min)</b> | <b>x</b> | <b>RQS</b> | <b>DPL</b> | <b>DCP</b> |
|----------------|----------|------------|------------|------------|
| <b>0</b>       | 0,000    | 0,000      | 0,000      | 0,000      |
| <b>168</b>     | -0,020   | -0,007     | -0,013     | 0,000      |
| <b>360</b>     | 0,242    | 0,088      | 0,169      | 0,022      |
| <b>540</b>     | 0,299    | 0,112      | 0,211      | 0,035      |
| <b>720</b>     | 0,331    | 0,125      | 0,235      | 0,043      |
| <b>1080</b>    | 0,418    | 0,165      | 0,303      | 0,073      |
| <b>1440</b>    | 0,437    | 0,174      | 0,318      | 0,080      |
| <b>2160</b>    | 0,512    | 0,213      | 0,380      | 0,117      |
| <b>2880</b>    | 0,565    | 0,242      | 0,426      | 0,148      |
| <b>3600</b>    | 0,569    | 0,245      | 0,429      | 0,150      |
| <b>4320</b>    | 0,618    | 0,274      | 0,473      | 0,184      |
| <b>5040</b>    | 0,642    | 0,290      | 0,496      | 0,204      |
| <b>5760</b>    | 0,698    | 0,329      | 0,550      | 0,253      |
| <b>6480</b>    | 0,685    | 0,320      | 0,537      | 0,241      |
| <b>7200</b>    | 0,702    | 0,332      | 0,554      | 0,258      |
| <b>7920</b>    | 0,707    | 0,336      | 0,559      | 0,262      |
| <b>8640</b>    | 0,721    | 0,347      | 0,573      | 0,277      |

*Columna 11*

| <b>t (min)</b> | <b>x</b> | <b>RQS</b> | <b>DPL</b> | <b>DCP</b> |
|----------------|----------|------------|------------|------------|
| <b>0</b>       | 0,000    | 0,000      | 0,000      | 0,000      |
| <b>168</b>     | -0,021   | -0,007     | -0,014     | 0,000      |
| <b>360</b>     | 0,247    | 0,090      | 0,172      | 0,023      |
| <b>540</b>     | 0,269    | 0,099      | 0,189      | 0,028      |
| <b>720</b>     | 0,350    | 0,134      | 0,250      | 0,049      |
| <b>1080</b>    | 0,403    | 0,158      | 0,291      | 0,067      |
| <b>1440</b>    | 0,450    | 0,181      | 0,329      | 0,086      |
| <b>2160</b>    | 0,507    | 0,210      | 0,376      | 0,114      |
| <b>2880</b>    | 0,555    | 0,236      | 0,417      | 0,141      |
| <b>3600</b>    | 0,586    | 0,254      | 0,444      | 0,161      |
| <b>4320</b>    | 0,618    | 0,274      | 0,473      | 0,184      |
| <b>5040</b>    | 0,641    | 0,289      | 0,495      | 0,203      |
| <b>5760</b>    | 0,691    | 0,324      | 0,543      | 0,247      |
| <b>6480</b>    | 0,690    | 0,323      | 0,542      | 0,246      |
| <b>7200</b>    | 0,697    | 0,329      | 0,549      | 0,253      |
| <b>7920</b>    | 0,710    | 0,338      | 0,562      | 0,265      |
| <b>8640</b>    | 0,728    | 0,352      | 0,580      | 0,284      |

*Columna 12*

| <b>t (min)</b> | <b>x</b> | <b>RQS</b> | <b>DPL</b> | <b>DCP</b> |
|----------------|----------|------------|------------|------------|
| <b>0</b>       | 0,000    | 0,000      | 0,000      | 0,000      |
| <b>168</b>     | -0,015   | -0,005     | -0,010     | 0,000      |
| <b>360</b>     | 0,244    | 0,089      | 0,170      | 0,022      |
| <b>540</b>     | 0,301    | 0,112      | 0,212      | 0,035      |
| <b>720</b>     | 0,346    | 0,132      | 0,246      | 0,048      |
| <b>1080</b>    | 0,389    | 0,151      | 0,280      | 0,062      |
| <b>1440</b>    | 0,440    | 0,176      | 0,321      | 0,082      |
| <b>2160</b>    | 0,510    | 0,212      | 0,379      | 0,116      |
| <b>2880</b>    | 0,537    | 0,226      | 0,401      | 0,130      |
| <b>3600</b>    | 0,591    | 0,258      | 0,449      | 0,165      |
| <b>4320</b>    | 0,618    | 0,274      | 0,473      | 0,184      |
| <b>5040</b>    | 0,642    | 0,290      | 0,496      | 0,204      |
| <b>5760</b>    | 0,675    | 0,312      | 0,527      | 0,232      |
| <b>6480</b>    | 0,688    | 0,322      | 0,540      | 0,244      |
| <b>7200</b>    | 0,707    | 0,336      | 0,559      | 0,263      |
| <b>7920</b>    | 0,717    | 0,344      | 0,569      | 0,273      |
| <b>8640</b>    | 0,714    | 0,341      | 0,566      | 0,270      |

*Columna 13*

| <b>t (min)</b> | <b>x</b> | <b>RQS</b> | <b>DPL</b> | <b>DCP</b> |
|----------------|----------|------------|------------|------------|
| <b>0</b>       | 0,000    | 0,000      | 0,000      | 0,000      |
| <b>168</b>     | -0,017   | -0,005     | -0,011     | 0,000      |
| <b>360</b>     | 0,244    | 0,089      | 0,170      | 0,022      |
| <b>540</b>     | 0,318    | 0,120      | 0,225      | 0,040      |
| <b>720</b>     | 0,338    | 0,128      | 0,240      | 0,045      |
| <b>1080</b>    | 0,414    | 0,163      | 0,300      | 0,071      |
| <b>1440</b>    | 0,439    | 0,175      | 0,320      | 0,081      |
| <b>2160</b>    | 0,509    | 0,211      | 0,378      | 0,115      |
| <b>2880</b>    | 0,547    | 0,232      | 0,410      | 0,136      |
| <b>3600</b>    | 0,562    | 0,240      | 0,423      | 0,146      |
| <b>4320</b>    | 0,618    | 0,274      | 0,473      | 0,184      |
| <b>5040</b>    | 0,642    | 0,290      | 0,496      | 0,203      |
| <b>5760</b>    | 0,694    | 0,326      | 0,546      | 0,249      |
| <b>6480</b>    | 0,694    | 0,326      | 0,546      | 0,250      |
| <b>7200</b>    | 0,704    | 0,333      | 0,556      | 0,259      |
| <b>7920</b>    | 0,715    | 0,342      | 0,567      | 0,270      |
| <b>8640</b>    | 0,719    | 0,345      | 0,571      | 0,275      |

*Columna 14*

| <b>t (min)</b> | <b>x</b> | <b>RQS</b> | <b>DPL</b> | <b>DCP</b> |
|----------------|----------|------------|------------|------------|
| <b>0</b>       | 0,000    | 0,000      | 0,000      | 0,000      |
| <b>168</b>     | -0,019   | -0,006     | -0,013     | 0,000      |
| <b>360</b>     | 0,245    | 0,089      | 0,171      | 0,022      |
| <b>540</b>     | 0,310    | 0,116      | 0,219      | 0,038      |
| <b>720</b>     | 0,355    | 0,136      | 0,254      | 0,051      |
| <b>1080</b>    | 0,422    | 0,167      | 0,306      | 0,074      |
| <b>1440</b>    | 0,441    | 0,176      | 0,321      | 0,082      |
| <b>2160</b>    | 0,508    | 0,211      | 0,377      | 0,115      |
| <b>2880</b>    | 0,549    | 0,233      | 0,412      | 0,138      |
| <b>3600</b>    | 0,572    | 0,246      | 0,432      | 0,152      |
| <b>4320</b>    | 0,618    | 0,274      | 0,473      | 0,184      |
| <b>5040</b>    | 0,642    | 0,290      | 0,496      | 0,204      |
| <b>5760</b>    | 0,662    | 0,303      | 0,514      | 0,220      |
| <b>6480</b>    | 0,689    | 0,322      | 0,541      | 0,245      |
| <b>7200</b>    | 0,699    | 0,330      | 0,551      | 0,254      |
| <b>7920</b>    | 0,710    | 0,338      | 0,562      | 0,266      |
| <b>8640</b>    | 0,720    | 0,346      | 0,572      | 0,276      |

## Anexo B

Linealización de datos ajustados a modelos cinéticos, Columnas 7 a 14. Gráficas obtenidas a partir de los datos detallados en el anexo A.

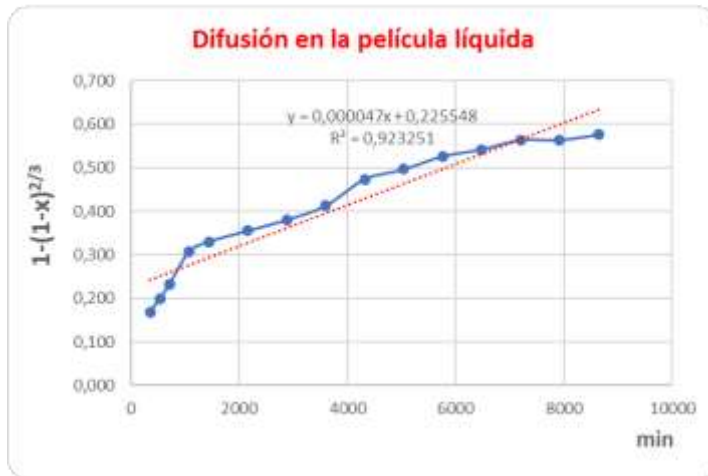
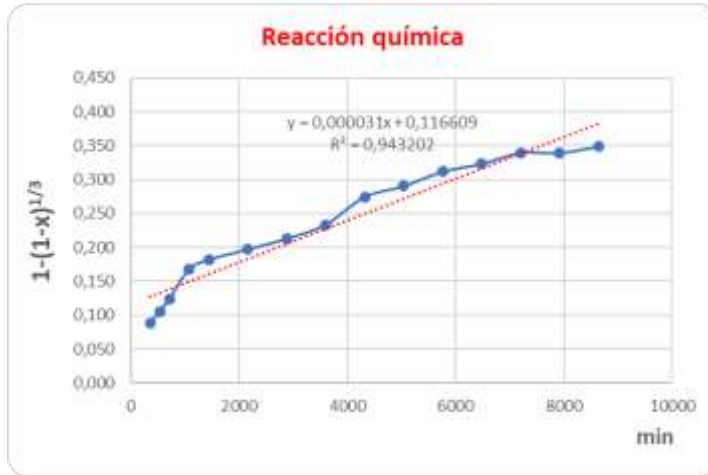
### Columna 7



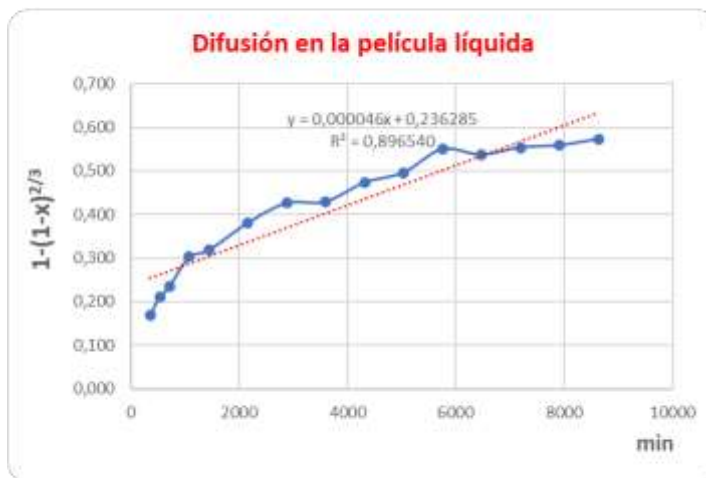
**Columna 8**



**Columna 9**



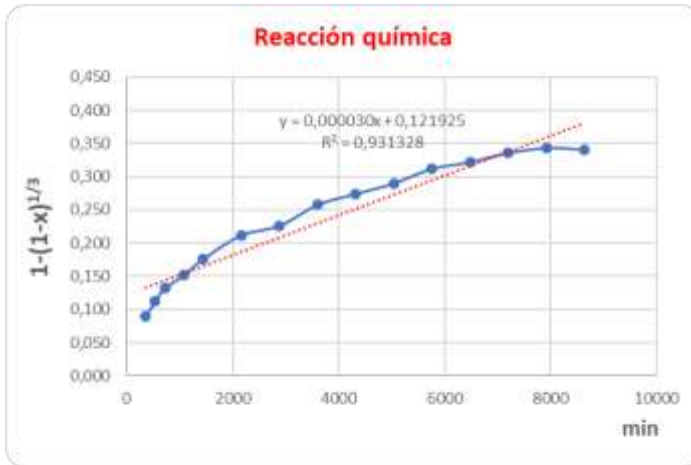
**Columna 10**



### Columna 11



**Columna 12**



**Columna 13**

