

**UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN - TACNA**

**Facultad de Ciencias**

**Escuela Académico Profesional de Física Aplicada**

**“Análisis de interferogramas con el método de la transformada  
de Fourier para reconstruir en 3-D la forma de superficie  
de una película delgada de  $\text{TiO}_2$ ”**

**Tesis Presentada por:**

**Bach. JOVANETTY IVAN CHOQUE AQUINO**

**Para optar el Título Profesional de:**

**LICENCIADO EN FÍSICA APLICADA**

**TACNA – PERÚ**

**2014**

**UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN – TACNA**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

TESIS N° 224

TÍTULO PROFESIONAL DE:

**“Licenciado en Física Aplicada”**

El secretario Académico Administrativo de la Facultad de Ciencias certifica que con Resolución de Facultad N° 7864-2014-FACI/UNJBG, ha designado como jurados para la sustentación de la Tesis: **"Análisis de interferogramas con el método de la transformada de fourier para reconstruir en 3-D la forma de superficie de una película delgada de TiO<sub>2</sub>"** el mismo que está conformado por:

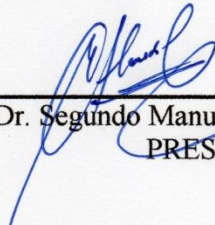
PRESIDENTE : Dr. Segundo Manuel Alvarado Contreras  
SECRETARIO : MSc. Cesar Efraín Rivasplata Cabanillas  
VOCAL : Dr. Jose Antonio Tiburcio Moreno

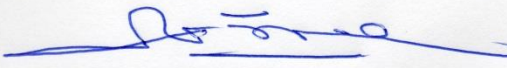
Para examinar y calificar la tesis sustentada en acto público el día 22 de agosto del 2014.

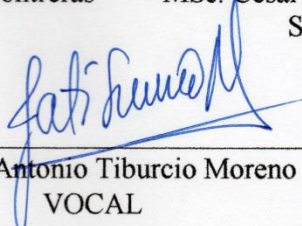
Presentado por el señor Bachiller: **JOVANETTY IVAN CHOQUE AQUINO** de la Escuela Académica Profesional de **Física Aplicada**.

El jurado calificador, en forma secreta e individual se pronunció sobre el calificativo del trabajo expuesto y procedió a emitir el siguiente resultado: aprobado por unanimidad con 3 Votos a favor y promedio de diecisiete (17).

Para ratificar lo detallado firman:

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Segundo Manuel Alvarado Contreras  
PRESIDENTE

  
\_\_\_\_\_  
MSc. Cesar E. Rivasplata Cabanillas  
SECRETARIO

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Jose Antonio Tiburcio Moreno  
VOCAL

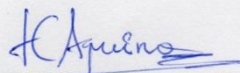
**“Análisis de interferogramas con el método de la transformada de Fourier  
para reconstruir en 3-D la forma de superficie de una película delgada de  
TiO<sub>2</sub>”**



---

Ing. Edith Carmen Paredes Choque

**Asesor de Tesis**



---

Bach. Jovanetty Ivan Choque Aquino

**Autor de la Tesis**

## *Dedicatoria*

*Para ti, abuelita Julia por todo tu tiempo y dedicación hacia mí*

*Ivan*

## **AGRADECIMIENTO**

Deseo agradecer a todas las personas que directa o indirectamente me apoyaron en la culminación de la presente tesis.

Además agradecer de manera muy especial:

A la Ing. Edit Paredes Choque y al Mgr. Miguel Asmad Vergara, quienes con su constante apoyo me ayudaron a culminar la presente tesis.

Al laboratorio de Óptica de la Pontificia Universidad Católica del Perú por haberme brindado sus ambientes, materiales y equipos, con los cuales fue posible la realización de la presente tesis.

A todos los docentes de la E.A.P. de Física Aplicada por su interés y apoyo al contribuir en mi formación profesional.

A mi familia por su constante apoyo.

**GRACIAS A TODOS**

## TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	1
CAPITULO 1: DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN .....	3
1.1. Planteamiento de problema.....	3
1.2. Objetivos .....	4
1.2.1. Objetivo General .....	4
1.2.2. Objetivos Específicos.....	4
1.3. Hipótesis .....	5
CAPITULO 2: FUNDAMENTO TEÓRICO .....	6
2.1. Presentación .....	6
2.2. Interferencia de dos haces y su aplicación en metrología óptica .....	8
2.3. El interferómetro de Twyman-Green.....	12
2.3.1. Divisor de Haz tipo prisma .....	14
2.3.2. Contraste de las franjas .....	15
2.3.3. Laser de He – Ne.....	15
2.4. El Método de la transformada de Fourier .....	17
2.4.1. Principio y operación .....	18
2.4.2. Desenvolvimiento de fase .....	20

2.5.	Reconstrucción de superficies.....	23
CAPITULO 3: ANÁLISIS DE INTERFEROGRAMAS CON EL MÉTODO DE LA TRANSFORMA DE FOURIER.....		
3.1.	Consideraciones generales .....	25
3.1.1.	Para la generación de interferogramas .....	25
3.1.2.	Para el sistema de adquisición de imágenes.....	27
3.1.3.	Para el procesamiento digital de imágenes .....	29
3.2.	Análisis de interferogramas por el método de la transformada de Fourier .....	30
3.2.1.	Lectura de Datos .....	30
3.2.2.	Transformada de Fourier (2-D FFT) y Extracción de la Portadora	31
3.2.3.	La fase y desenvolvimiento de fase .....	33
3.3.	Modelo matemático para reconstruir la forma de superficie de una película delgada de $TiO_2$ .....	37
CAPITULO 4: METODOLOGIA Y RECURSOS EMPLEADOS.....		
4.1.	Descripción de trabajo realizado.....	41
4.2.	Metodología empleada para la evaluación.....	42
4.2.1.	Determinación de la Longitud de Onda en el aire laire .....	42
4.2.2.	Determinación de la resolución lateral.....	43

4.2.3.	Determinación del error de frente de onda.....	44
4.2.4.	Medición del espesor de la película delgada.....	45
4.3.	Asignación de recursos .....	47
4.3.1.	Recursos humanos.....	47
4.3.2.	Recursos materiales.....	47
CAPITULO 5: RESULTADOS Y DISCUSIONES .....		48
5.1.	Cálculo de la Longitud de Onda en el aire $\lambda_{aire}$ .....	48
5.2.	Cálculo de la resolución lateral.....	50
5.3.	Cálculo del error de frente de onda.....	51
5.4.	Estimación del espesor de una película delgada de $TiO_2$ .....	52
CONCLUSIONES .....		56
RECOMENDACIONES .....		58
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....		59
ANEXOS .....		62
ANEXO A: Código en MATLAB® de la aplicación JICA.....		62
ANEXO B: Código en MATLAB® de la función <i>myUnwrapper.m</i> .....		67
ANEXO C: Calculador del Índice de Refracción del Aire .....		69

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Procesamiento de una imagen utilizando la óptica de Fourier. ....	7
<b>Figura 2.</b> Algoritmo de la transformada de Fourier aplicado sobre interferogramas. ....	8
<b>Figura 3.</b> Interferencia de dos frentes de ondas. ....	9
<b>Figura 4.</b> La Irradiancia como una función de la diferencia de fase entre dos ondas a lo largo de la trayectoria de la luz. ....	11
<b>Figura 5.</b> Configuración básica del interferómetro de Twyman – Green. ....	13
<b>Figura 6.</b> Láser gaseoso de Helio – Neón. ....	16
<b>Figura 7.</b> (A) Espectro de Fourier unidimensional de un interferograma. (B) Espectro seleccionado y trasladado al origen. El eje y es normal al plano. ....	19
<b>Figura 8.</b> (A) Distribución de fase discontinua $\varphi_d(x,y)$ , (B) Distribución de fase offset $\varphi_o(x,y)$ , (C) Distribución de fase continua y/o fase desenvuelta $\varphi_c(x,y)$ . 22	
<b>Figura 9.</b> Reconstrucción en 3D de la superficie de un espejo cóncavo (b), a partir de la fase (a), utilizando MATLAB®. ....	24
<b>Figura 10.</b> Configuración del interferómetro de Twymann – Green para medir la superficie de una película delgada de $TiO_2$ . ....	25
<b>Figura 11.</b> Interferograma $g(x,y)$ , obtenido sobre la superficie de la película delgada de $TiO_2$ . ....	28
<b>Figura 12.</b> Captura de la ventana GUIDE de MATLAB®, en donde se ha implementado la aplicación JICA. ....	29

<b>Figura 13.</b> Espectro unidimensional sobre el eje $f_x$ . .....	32
<b>Figura 14.</b> Principio genérico del método de la transformada de Fourier aplicada sobre un interferograma. ....	35
<b>Figura 15.</b> Interfaz gráfica de programa JICA, desarrollado en MATLAB®.....	36
<b>Figura 16.</b> (A) Fotografía de una película delgada de $TiO_2$ , (B) Porción de la película a reconstruir. ....	37
<b>Figura 17.</b> Esquema del interferómetro tipo Michelson. ....	39
<b>Figura 18.</b> (A) Vista lateral de la muestra analizada, (B) Vista frontal del interferograma obtenido sobre una pantalla. ....	44
<b>Figura 19.</b> Distribución de alturas en una muestra $h(r, c)$ . ....	46
<b>Figura 20.</b> Vista superior de la forma de superficie reconstruida de la película $TiO_2$ . ....	52
<b>Figura 21.</b> Singularidades sobre la superficie reconstruida. ....	54

## NOMENCLATURA

$\lambda_{vacío}$ : Longitud de onda medida en el vacío

$\lambda_{aire}$ : Longitud de onda medida en el aire

$\varphi$ : Fase óptica

$\varphi_o$ : Distribución fase offset

$\varphi_d$ : Distribución fase discontinua

$\varphi_c$ : Distribución fase continua

$k$ : Vector de onda

$DCO$ : Diferencia de camino óptico

$\bar{h}$ : Valor estimado del espesor de la película delgada

$\sigma_{\bar{h}}$ : Incertidumbre estándar del espesor de la película delgada

$TiO_2$ : Dióxido de Titanio

$n$ : Índice de refracción

$n_{aire}$ : Índice de refracción medido en el Laboratorio de Óptica PUCP

$FFT$ : Algoritmo de la transformada rápida de Fourier

$iFFT$ : Algoritmo de la transformada inversa rápida de Fourier

## RESUMEN

El presente trabajo describe el análisis de un patrón de franjas de interferencia (Interferograma) por el método de la transformada de Fourier para medir el espesor de una película delgada de dióxido de titanio ( $\text{TiO}_2$ ) depositado sobre un sustrato de vidrio. Con tal propósito se ha diseñado e implementado una aplicación en MATLAB® para obtener la fase óptica de un interferograma, con la cual se ha reconstruido en 3-D la forma de superficie de una película delgada de  $\text{TiO}_2$  con el propósito de determinar su espesor y analizar su rugosidad y singularidades.

Desde un interferómetro tipo Twyman – Green se obtiene el patrón de franjas de interferencia producto de la superposición de dos frentes de onda: uno que se refleja desde la superficie de la película delgada y otro desde un espejo plano de referencia. Mediante una cámara CCD conectada a un computador, se digitaliza un interferograma, dicho interferograma contiene información de fase producto de la diferencia de camino óptico (DCO) entre los dos haces de luz que interfieren.

Finalmente se ha reconstruido una porción de película delgada de  $\text{TiO}_2$  con un espesor estimado de  $387.48 \pm 3.96$  nm en una superficie de  $4992 \times 6656 \mu\text{m}^2$ , cálculo que se ha realizado teniendo en cuenta las condiciones ambientales (Temperatura, humedad y presión atmosférica).

## INTRODUCCIÓN

La presente tesis tiene por finalidad acrecentar el desarrollo en metrología óptica en el medio local a través de ensayos no destructivos, aplicado sobre estructuras sub-milimétricas muy complejas. Por tal motivo se diseñó e implemento una aplicación desarrollada en MATLAB®, basado en el análisis de interferogramas por el método de la transformada de Fourier. Esta técnica de medición fue iniciada por Mitsuo Takeda en la década del 80, inicialmente fue utilizada para determinar con mucha precisión los radios de curvatura y planitud de espejos y lentes, posteriormente para reconstruir la topografía de piezas arqueológicas. Actualmente en el Perú, en el laboratorio de Óptica PUCP y bajo la dirección de Miguel Asmad, se viene implementando esta técnica para reconstruir la forma de superficies de películas delgadas.

Hoy en día, en los Laboratorios de Óptica de la PUCP, se están desarrollando nuevas técnicas de medición de superficies a escalas sub-milimétricas, y en la búsqueda de la validación de nuestras medidas, mediante la comparación con técnicas de medición como la Microscopía Electrónica de Barrido (SEM).

Es por ello que nace la necesidad de reconstruir la forma de superficie de películas delgadas de dióxido de titanio  $\text{TiO}_2$ , determinando el espesor, rugosidad y singularidades de una muestra.

La tesis cuenta con cinco capítulos además de conclusiones y recomendaciones, las que se detallan a continuación:

En el Capítulo 1 se describe la justificación de la investigación, así como la hipótesis y los objetivos de la presente tesis.

En el capítulo 2 se detalla el fundamento teórico de Interferencia de dos haces de luz, el Método de la transformada de Fourier para analizar interferogramas y la relación entre la fase óptica y la forma de superficie de una muestra.

En el capítulo 3 se muestra los pasos para el diseño e implementación de la aplicación (JICA) en MATLAB para obtener la fase óptica de un interferograma.

En el capítulo 4 se describe la metodología a seguir para la evaluación de los parámetros: Resolución lateral, error de frente de onda y espesor de la película.

En el capítulo 5 se muestran los resultados de la evaluación realizada al reconstruir la forma de superficie de una película delgada.

Finalmente se dan a conocer las conclusiones a las cuales se ha llegado luego del desarrollo de la tesis, subsiguientemente se hace mención a algunas recomendaciones.

## **CAPITULO 1: DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.1. Planteamiento de problema**

En la actualidad existe interés de investigadores de varios laboratorios nacionales (UNT, UNI, PUCP, UNMSM) dedicados a investigar propiedades fundamentales de películas delgadas en las cuales se requiere determinar su topografía superficial. En películas delgadas como el dióxido de titanio ( $\text{TiO}_2$ ), el espesor es un parámetro importante que deber ser supervisado y controlado, se ha demostrado que la resistividad eléctrica ( $\rho$ ) es una propiedad del material que no varía con el espesor, cuando éste es mayor que un espesor crítico. De otra manera, la resistividad eléctrica, aumenta con la disminución del espesor. Para algunas aplicaciones prácticas es indispensable conocer con precisión las propiedades físicas de los materiales tales como las eléctricas, óptico-térmicas y estructurales. En los dispositivos electrónicos, estos materiales pueden ocasionar fallas por defectos, esfuerzos inducidos, deformaciones, fracturas, las mismas que surgen durante la preparación del material.

La deposición de una película delgada sobre el substrato de vidrio no es uniforme, por lo que medir el espesor, significa obtener un promedio aproximado de dicho parámetro. Al reconstruir la topografía superficial de la película delgada en un espacio tridimensional, se podrá medir el grado de aleatoriedad de la superficie.

El método interferométrico empleado es una técnica con la que se pueden hacer estudios topográficos no destructivos de estructuras sub-milimétricas, muy útil cuando se trata de materiales frágiles como las películas delgadas depositadas en substratos de vidrio, en los cuales no se pueden utilizar palpadores.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo General**

Aplicar el método de la Transformada de Fourier sobre un interferograma para reconstruir en 3-D la forma de superficie de una película delgada de  $\text{TiO}_2$ .

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

- Medir el grado de aleatoriedad de la forma de superficie de una película delgada de  $\text{TiO}_2$  a escala sub-milimétrica.
- Implementar un programa de procesamiento de imágenes en MATLAB®, basado en el algoritmo de la transformada de Fourier bidimensional.
- Desarrollar un modelo matemático para reconstruir la forma de superficie de una película delgada de Dióxido de Titanio ( $\text{TiO}_2$ ) a partir de la fase óptica.

### **1.3. Hipótesis**

“La aplicación del método de la transformada de Fourier sobre interferogramas permite reconstruir en 3 – D la topografía de una película delgada de  $\text{TiO}_2$ ”

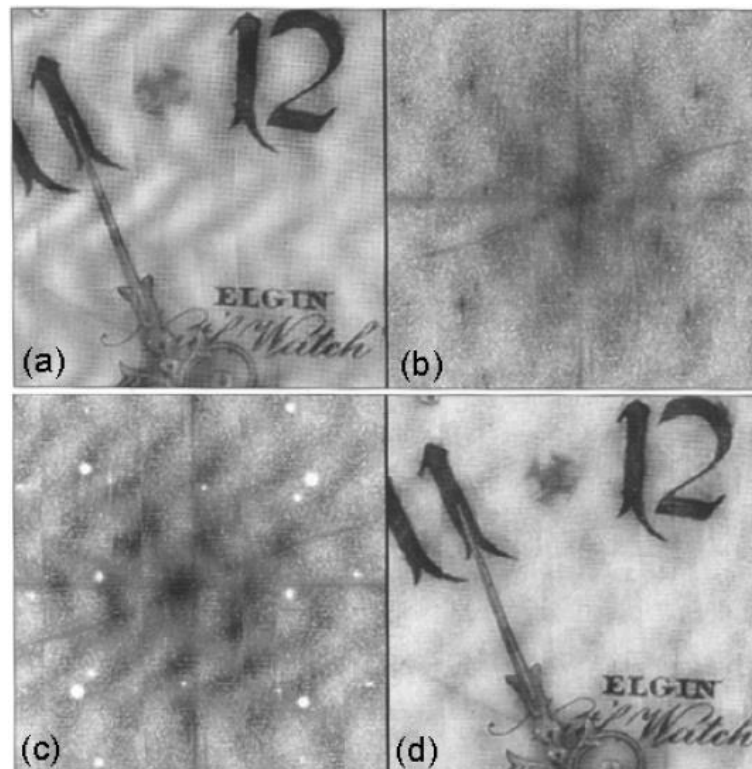
## CAPITULO 2: FUNDAMENTO TEÓRICO

### 2.1. Presentación

Según la Teoría Fourier, todo objeto puede sintetizarse mediante la superposición de armónicas de diferentes períodos espaciales y la frecuencia espacial, definida como la inversa del correspondiente período, se mide en ciclos por milímetro. Por otro lado, en Óptica Fisiológica, la frecuencia espacial es la inversa del ángulo subtendido en el ojo del observador por un ciclo de una red sinusoidal y se mide en ciclos por grado. Se analizan y comparan entre sí las definiciones de funciones transferencia y frecuencias espaciales y las relaciones entre frecuencias de corte y límites de resolución que se utilizan en ambas disciplinas. Se muestra una aplicación de la teoría de Fourier en diseño óptico (microscopios limitados por producción) y otra en pruebas de la calidad visual (Lehar, 2012).

La figura 1, muestra una secuencia de pasos en donde se ha filtrado una imagen para maximizar su nitidez, utilizando el algoritmo de la transformada de Fourier bidimensional. En donde: a) Fotocopia de la imagen a procesar. b) Representación de la imagen en el dominio de la frecuencia, en donde se observa puntos estrellas. c) Para filtrar la imagen es necesario quitar alguno de esos puntos en forma de estrella en el dominio de la frecuencia d) Imagen Reconstruida (Lehar, 2012).

Comparando la imagen original y la imagen reconstruida, tenemos que la última es más suave y está libre de ruido. Para realizar este proceso se debe tener mucho cuidado y prudencia en escoger las frecuencias a filtrar.

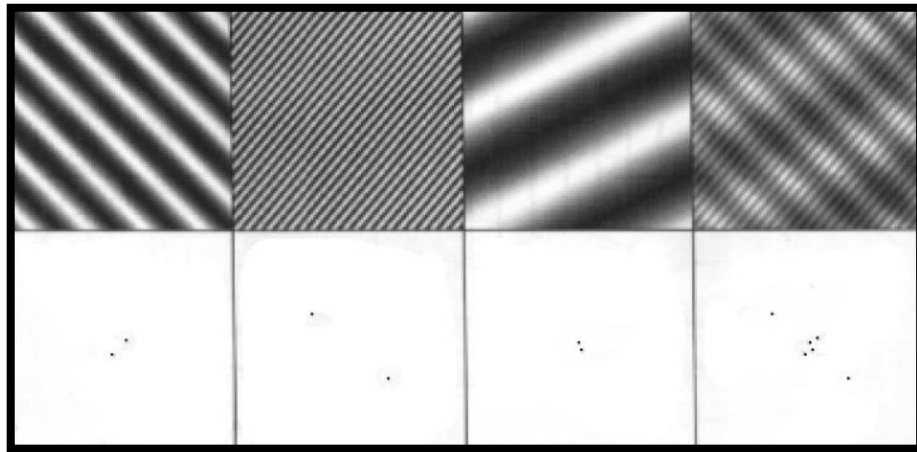


**Figura 1.** Procesamiento de una imagen utilizando la óptica de Fourier.

Fuente: Ross (1992, chap 4)

Las imágenes con variación perfectamente sinusoidal en intensidad como se muestra en la Figura 2, presentan una cierta periodicidad en la presentación de franjas, en las tres primeras imágenes, son representadas por dos puntos en el espacio de frecuencia. La posición y orientación de estos puntos está relacionado con la orientación original de las franjas. La cuarta imagen es la suma de las tres

primeras, se observan varios puntos en el espacio de frecuencias correspondientes a los diferentes patrones.



**Figura 2.** Algoritmo de la transformada de Fourier aplicado sobre interferogramas.

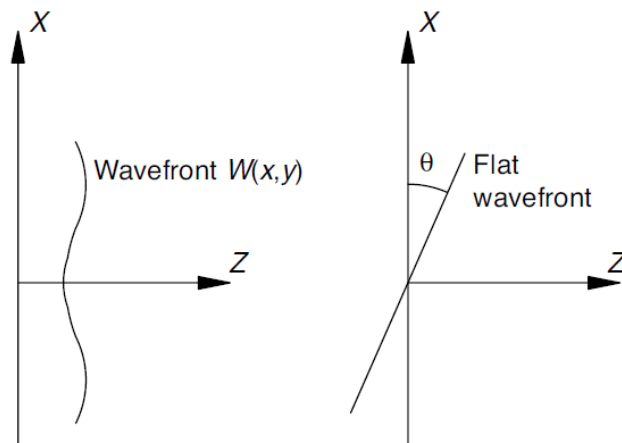
Fuente: Lehar (recuperado de <http://cns-alumni.bu.edu/~slehar/fourier/fourier.html>)

## 2.2. Interferencia de dos haces y su aplicación en metrología óptica

Un interferómetro de dos haces produce un interferograma mediante la superposición de dos frentes de onda, uno de los cuales es típicamente un frente de onda de referencia plano y otro un frente de onda distorsionado cuya forma se va a medir.

Un interferómetro puede medir pequeñas deformaciones del frente de onda con una alta precisión, del orden de una fracción de la longitud de onda. La precisión en un interferómetro depende de muchos factores, tales como la calidad óptica de los componentes, los métodos de medición, las propiedades de la fuente de luz, y

factores externos de perturbación, tales como turbulencia atmosférica y vibraciones mecánicas. Sin embargo la precisión de cualquier interferómetro es limitada, si todo lo demás es perfecto, una longitud de coherencia corta y un tiempo de muestreo largo puede mejorar la precisión. Desafortunadamente, una longitud de coherencia corta y un largo tiempo de medición combinados hacen que el instrumento sea más sensible a las vibraciones mecánicas. En conclusión el principio de incertidumbre impone un límite fundamental para la precisión que depende de varios parámetros y que es del orden de  $1/1000$  de la longitud de onda de la luz.



**Figura 3.** Interferencia de dos frentes de ondas.

Fuente: Malacara, D., Servin, and Malacara, Z. (2005).

Para estudiar los principios fundamentales de los interferómetros, se considera un interferograma de dos ondas con un frente de onda plano que tiene una inclinación positiva sobre el eje Y y un frente de onda bajo análisis, para el cual las deformaciones con respecto al frente de onda plano sin inclinación están dados

por  $W(x, y)$ . Esta inclinación se dice que es positiva cuando el frente de onda es como se muestra en la Figura 3. La amplitud compleja en el plano de observación, donde los dos planos interfieren, es la suma de las amplitudes complejas de las dos ondas, como sigue:

$$E_1(x, y) = A_1(x, y)e^{ikW(x, y)} + A_2(x, y)e^{i(kx \sin \theta)} \quad (2.1)$$

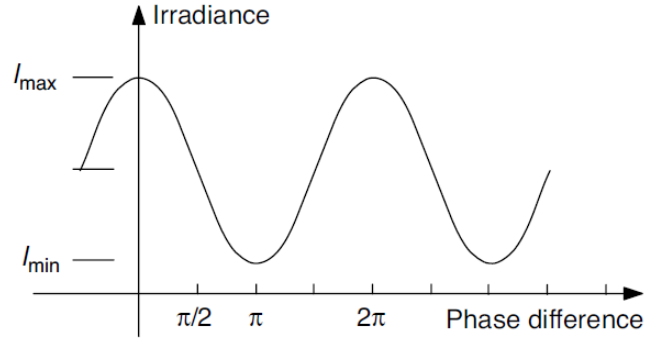
Donde  $A_1$  es la amplitud del haz de luz del frente de onda bajo análisis,  $A_2$  es la amplitud del haz de luz con el frente de onda de referencia, y  $k = 2\pi/\lambda$ . Por lo tanto la Irradiancia es:

$$E_1(x, y) \cdot E_1^*(x, y) = A_1^2(x, y) + A_2^2(x, y) + 2A_1(x, y)A_2(x, y) \cos k[x \sin \theta - W(x, y)] \quad (2.2)$$

Donde el símbolo \* denota el conjugado complejo del campo eléctrico. Aquí hemos introducido opcionalmente una inclinación  $\theta$  sobre el eje Y entre los dos frentes de onda. La función de Irradiancia,  $I(x, y)$ , puede entonces ser escrita como:

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos k[x \sin \theta - W(x, y)] \quad (3.3)$$

Donde  $I_1(x, y)$  y  $I_2(x, y)$  son las irradiancias de los dos haces, y la diferencia de fase entre ellos está dado por  $\varphi = k(x \sin \theta - W(x, y))$ . Esta función es mostrada gráficamente en la Figura 4.



**Figura 4.** La Irradiancia como una función de la diferencia de fase entre dos ondas a lo largo de la trayectoria de la luz.

Fuente: Malacara, D., Servin, and Malacara, Z. (2005).

Por conveniencia, la ecuación 2.3 es frecuentemente escrita como (Malacara, 2005):

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos k[x \sin \theta - W(x, y)] \quad (2.4)$$

Asumiendo que las variaciones en los valores de  $a(x, y)$  y  $b(x, y)$  dentro de la apertura del interferograma son más suaves que las variaciones del término coseno, la Irradiancia máxima en la vecindad del punto  $(x, y)$  en este interferograma está dada por:

$$\begin{aligned} I_{max}(x, y) &= (A_1(x, y) + A_2(x, y))^2 \\ &= I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Y la Irradiancia mínima en la misma vecindad está dado por:

$$\begin{aligned} I_{min}(x, y) &= (A_1(x, y) - A_2(x, y))^2 \\ &= I_1(x, y) + I_2(x, y) - 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

La visibilidad de las franjas,  $v(x, y)$ , es definida por:

$$v(x, y) = \frac{I_{max}(x, y) - I_{min}(x, y)}{I_{max}(x, y) + I_{min}(x, y)} \quad (2.7)$$

Por lo tanto, podemos encontrar:

$$v(x, y) = \frac{2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)}}{I_1(x, y) + I_2(x, y)} = \frac{b(x, y)}{a(x, y)} \quad (2.8)$$

Utilizando la visibilidad de las franjas, la ecuación 2.4 es a veces también escrita como:

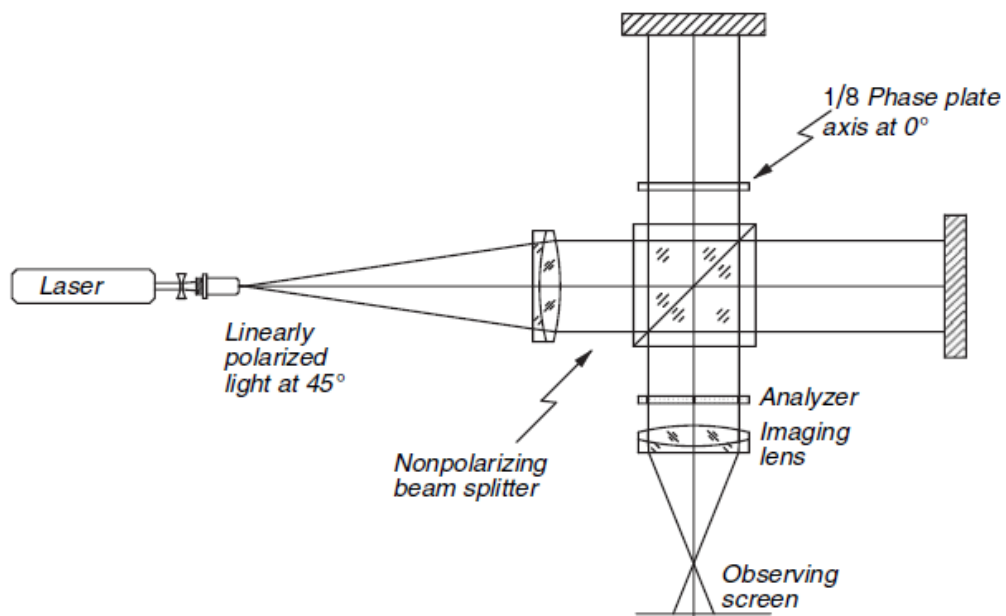
$$I(x, y) = I_0(x, y)(1 + v(x, y) \cos k[x \sin \theta - W(x, y)]) \quad (2.9)$$

Donde  $I_0(x, y)$  es la Irradiancia para un campo de franja libre, cuando los dos haces son incoherentes el uno con el otro. La Irradiancia, como una función de la diferencia de fase entre las dos ondas que interfieren, es mostrada en la figura 4.

### 2.3. El interferómetro de Twyman-Green

El interferómetro de Twyman – Green, mostrado en la Figura 5, es una modificación del famoso interferómetro de Michelson usado para examinar componentes ópticos, fue inventado por F. Twyman y A. Green. Las franjas en un interferómetro de Twyman – Green son de igual espesor, la luz del láser es expandida y colimada por medio de un sistema telescópico que usualmente incluye un objetivo de microscopio y un colimador. Para obtener un frente de onda limpio, sin anillos de difracción sobre el campo, los componentes ópticos

deben estar tan limpios como sea posible. Para un haz aún más limpio, se puede utilizar un filtro espacial (pinhole) en el plano focal del objetivo de microscopio. La calidad del frente de onda producido por este telescopio no necesita ser extremadamente alto, debido a que sus deformaciones aparecerán sobre ambos frentes de onda de interferencia y no produce desviación en ninguna de las franjas. Si la diferencia de camino óptico entre los haces que interfieren es grande, la tolerancia sobre las deformaciones del frente de onda en el telescopio de iluminación pueden ser drásticamente reducido; en este caso, la iluminación del frente de onda debe ser bastante plana, dentro de un fracción de longitud de onda.



**Figura 5.** Configuración básica del interferómetro de Twyman – Green.

Fuente: Malacara. (2007, Chap. 3)

Es fácil notar que si el divisor de haz es todo dieléctrico, el patrón de interferencia

principal es complementario a uno que retorna hacia la fuente; en otras palabras una franja brillante en un patrón corresponde a una franja oscura en la otra. Esto ha de ser así debido al principio de conservación de energía, aunque la diferencia de camino óptico es la misma para ambos patrones. Cambios de fase tras las reflexiones sobre superficies dieléctricas puede explicar esta complementariedad.

### **2.3.1. Divisor de Haz tipo prisma**

El divisor de haz debe ser de muy alta calidad con respecto no solo a sus superficies sino también al material, el cual debe ser extremadamente homogéneo. La superficie reflectante debe ser de la más alta calidad plana, con una precisión de alrededor dos veces la precisión requerida del interferómetro. La calidad de una superficie no reflectante puede ser relajada por un factor de cuatro con respecto a la cara que refleja. Para prevenir franjas de interferencias falsas, la superficie no reflectante no debe reflejar ninguna luz. Una forma para lograr esto es mediante el recubrimiento de la superficie con un recubrimiento antirreflejo de múltiples capas.

Dos propiedades importantes del divisor de haz tipo prisma:

- El interferómetro es compensado automáticamente.
- La mayoría de las caras del divisor de haz son dieléctricos sin absorción.

### 2.3.2. Contraste de las franjas

El contraste de las franjas no depende de la reflectancia  $R$  del divisor de haz; solo únicamente de la irradiancia  $I$  de la franja máxima es afectada, pues

$$I = 4I_0RT \quad (2.10)$$

donde  $I_0$  es la irradiancia del frente de onda incidente y  $T$  es la transmitancia. Si no hay absorción (Capa no metálica).  $T \approx 1 - R$  y hay un valor máximo de  $I$  para  $R = T - 1/2$ .

Si uno de los espejos es más reflectante que el otro, por ejemplo si uno de ellos es un espejo altamente reflectivo y el otro esta aun sin recubrimiento, la intensidad de uno de los dos haces que interfieren puede estar de 25 veces más alto que el otro. Bajo esas condiciones, el contraste de las franjas es muy reducido. Una solución es utilizar un divisor de haz con una reflectividad diferente. Otra posibilidad es usar ambos espejos sin recubrimiento.

### 2.3.3. Laser de He – Ne.

La gran mayoría de interferómetros modernos utilizan como fuente de luz un Láser de Helio – Neón (He – Ne), la principal ventaja de usar un Láser como fuente de luz es que los patrones de franjas pueden ser fácilmente obtenidos debido a la gran longitud de coherencia del Láser. De hecho, esta ventaja puede también ser una seria desventaja, como falsos patrones de difracción y patrones de

franjas secundarios, los que son obtenidos fácilmente.



**Figura 6.** Láser gaseoso de Helio – Neón.

Fuente: Catalog Page (recuperado de: [www.mellesgriot.com](http://www.mellesgriot.com))

El láser de He – Ne es un tipo de láser de gas que utiliza como medio activo una mezcla gaseosa de helio y neón, en una proporción de 5:1 aproximadamente. El dispositivo más conocido en su género emite en el rojo visible (632.8 nm), aunque existe una nueva versión en el verde (543.5 nm). Un típico laser de He – Ne, tiene las siguientes características:

- Potencia de salida de entre 0.5 mW y 5 mW.
- Funciona en el modo TEM00.
- Longitud de coherencia de 25 cm.
- Haz con diámetro de 1 mm.

Y su atractivo principal se debe a:

- Facilidad de construcción.

- Precio comparativamente bajo.
- Fiabilidad.

#### 2.4. El Método de la transformada de Fourier

Considerando un patrón de franjas de interferencia de doble haz, de la forma:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] \quad (2.11)$$

Donde:

$\varphi(x, y)$ , es la fase que contiene la información a utilizar

$a(x, y)$  y  $b(x, y)$ , representa la variación de Irradiancia no deseada que surge de la reflexión o transmisión no uniforme de la luz de un objeto de prueba.

En la mayoría de los casos  $a(x, y)$ ,  $b(x, y)$  y  $\varphi(x, y)$  varían lentamente comparado con la variación introducida por la frecuencia portadora espacial  $f_0$ .

La técnica convencional ha sido extraer la información de fase mediante la generación de un mapa contorno de franjas de la distribución de fase. Aunque esta técnica nos provee un medio directo para mostrar un mapa de contorno de la distribución de la cantidad a ser medida, esta tiene los siguientes inconvenientes:

- i. El signo de la fase no puede ser determinado, de modo que no se puede distinguir entre depresión y elevación de un mapa de contorno.

- ii. La sensibilidad es fijada en  $2\pi$  debido a que la variación es menor a  $2\pi$ , creado por franjas sin contorno.
- iii. La precisión es limitada por variación no deseada  $a(x, y)$  y  $b(x, y)$ , particularmente en el caso de franjas de amplio contorno.

Este método propone una nueva técnica que puede solucionar esos problemas mediante un simple análisis del espectro de Fourier de un tipo de patrones de franjas sin contorno, dado por la ecuación 2.11.

#### 2.4.1. Principio y operación

Un interferograma de la forma dada por la ecuación 2.11, es almacenado en un computador a través de un dispositivo de sensor de imagen que tiene suficiente resolución para satisfacer la condición de la teoría de muestreo, particularmente en la dirección del eje X. El interferograma almacenado es reescrito de la siguiente forma:

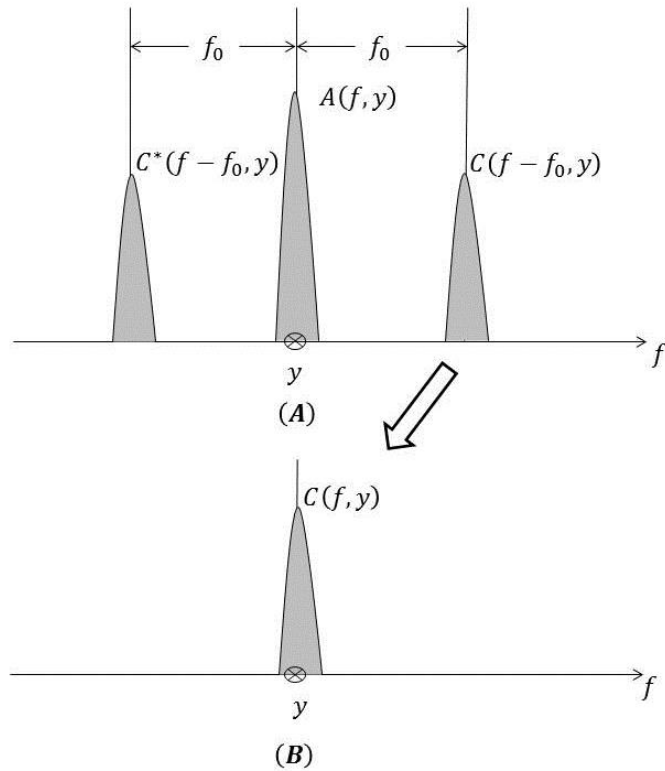
$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{2\pi f_0 x} + c^*(x, y)e^{-2\pi f_0 x} \quad (2.12)$$

con

$$c(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\varphi(x, y)} \quad (2.13)$$

Seguidamente, se ha aplicado la transformada de Fourier a la ecuación 2.12, con respecto a  $x$  mediante el uso del algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT), el cual resulta:

$$G(f, y) = A(x, y) + C(f - f_0, y) + C^*(f + f_0, y) \quad (2.14)$$



**Figura 7.** (A) Espectro de Fourier unidimensional de un interferograma. (B) Espectro seleccionado y trasladado al origen. El eje  $y$  es normal al plano.

Fuente: Adaptado de Takeda, Ina, & Kobayashi (1982)

Donde las letras en mayúscula representan el espectro de Fourier y  $f$  es la frecuencia espacial en la dirección del eje  $x$ . Las variaciones espaciales de  $a(x, y)$  y  $b(x, y)$ , y  $\varphi(x, y)$  son lentas comparado con la frecuencia espacial  $f_0$ , como es mostrado esquemáticamente en la Fig. 7A. Hacemos uso de cualquiera de los espectros laterales a la portadora, es decir  $C(f - f_0, y)$ , y lo trasladamos hacia el origen para obtener  $C(f, y)$ , como se muestra en la Fig. 7B. La variación de fondo no deseada es filtrada en esta etapa. Nuevamente usando de la FFT, calculamos la

transformada inversa de Fourier de  $C(f, y)$  con respecto a  $f$  para obtener  $c(x, y)$ , definida por la ecuación 2.13.

Entonces calculamos el logaritmo complejo de la ecuación 2.13:

$$\log[c(x, y)] = \log\left[\frac{1}{2}b(x, y)\right] + i\varphi(x, y) \quad (2.14)$$

La fase  $\varphi(x, y)$  está en la parte imaginaria completamente separada de la variación de amplitud no deseada  $b(x, y)$  en la parte real.

#### 2.4.2. Desarrollo de fase

La fase obtenida es indeterminada a un factor de  $2\pi$ . En la mayoría de los casos una subrutina generada por computadora da un valor principal en el rango de  $-\pi$  a  $\pi$ , como se muestra en la Figura 8A. Estas discontinuidades pueden ser corregidas por el siguiente algoritmo.

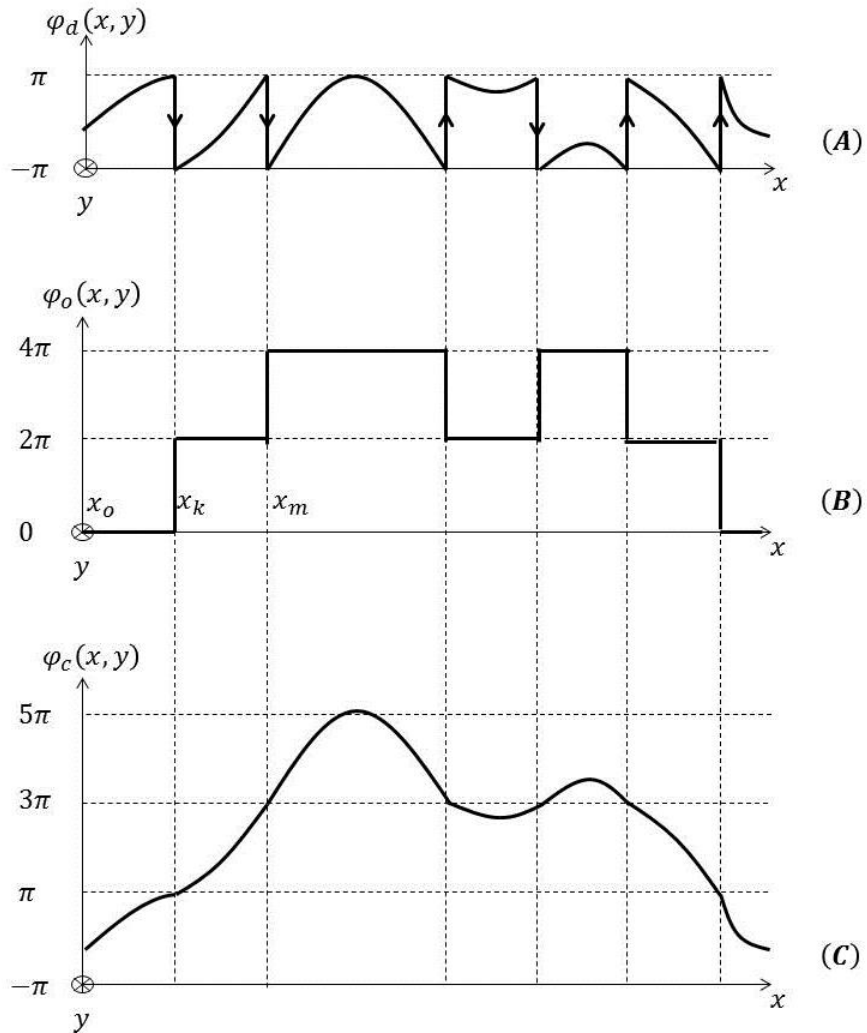
Se determina una distribución de fase offset  $\varphi_o(x, y)$ , que sumado a la distribución de fase discontinua  $\varphi_d(x, y)$  da como resultado una distribución de fase continua  $\varphi_c(x, y)$ :

$$\varphi_c(x, y) = \varphi_d(x, y) + \varphi_o(x, y) \quad (2.16)$$

El primer paso en la toma de esta determinación es calcular la diferencia de fase entre el  $i$ -ésimo punto de muestreo y el punto que le precede, con el subíndice  $i$  que va desde 1 hasta N para cubrir todos los puntos de muestreo.

$$\Delta\varphi_d(x, y) = \varphi_d(x_i, y) + \varphi_d(x_{i-1}, y) \quad (2.17)$$

La variación de la fase es pequeño comparada con el intervalo de muestreo, la diferencia en valor absoluto  $|\Delta\varphi_d(x, y)|$  es mucho menor que  $2\pi$  donde la distribución de fase es continua. Pero se hace casi  $2\pi$  en los puntos donde ocurren saltos de fase de  $2\pi$ . De aquí, estableciendo un criterio apropiado para la diferencia de fase absoluta, digamos  $0,9 * 2\pi$ , podemos especificar todos los puntos en los cuales toma lugar los saltos de fase de  $2\pi$  y también el sentido de cada salto de fase, positivo o negativo, que se define como correspondiente al signo de  $\Delta\varphi_d(x_i, y)$ .



**Figura 8.** (A) Distribución de fase discontinua  $\varphi_d(x, y)$ , (B) Distribución de fase offset  $\varphi_o(x, y)$ , (C) Distribución de fase continua y/o fase desenvuelta  $\varphi_c(x, y)$ .

Fuente: Adaptado de Takeda, Ina, & Kobayashi (1982)

El segundo paso es determinar secuencialmente la fase offset en cada punto de muestreo, empezando desde el punto  $x_0 = 0$ . Donde solo una distribución de fase relativa necesita ser determinada, inicialmente fijamos  $\varphi_0^x(x_0, y) = 0$ . Entonces

establecemos  $\varphi_0^x(x_i, y) = \varphi_0^x(x_0, y)$  para  $i = 1, 2, 3, \dots, k - 1$  hasta que el primer salto de fase es detectado en el  $k$ -ésimo punto de muestreo. Si el sentido del salto de fase es positivo (denotado por  $\uparrow$  en la Figura 8A), establecemos  $\varphi_0^x(x_k, y) = \varphi_0^x(x_{k-1}, y) - 2\pi$ , y si es negativa (denotado por  $\downarrow$ ), fijamos  $\varphi_0^x(x_k, y) = \varphi_0^x(x_{k-1}, y) + 2\pi$ . De nuevo empezamos a fijar  $\varphi_0^x(x_i, y) = \varphi_0^x(x_k, y)$  para  $i = k + 1, i = k + 2, i = m - 1$  hasta que ocurre el siguiente salto de fase en el  $m$ -ésimo punto muestreado, donde desarrollamos la misma adición o sustracción de  $2\pi$ , como en el  $k$ -ésimo punto de muestreo, con  $k$  ahora siendo reemplazado por  $m$ . Refrendando este procedimiento de adición o sustracción de fase de  $2\pi$  en los puntos de salto de fase, podemos determinar la distribución de fase offset como se muestra en la Figura 8B, la adición del cual a  $\varphi_d(x, y)$  resulta una distribución de fase continua  $\varphi_c(x, y)$  como es mostrado en la Figura 8C

## 2.5. Reconstrucción de superficies

Una vez que la fase ha sido determinada a través del campo de interferencia, la distribución de altura  $h(x, y)$  correspondiente a la superficie a analizar puede ser determinada (Wyant, 2013), como sigue:

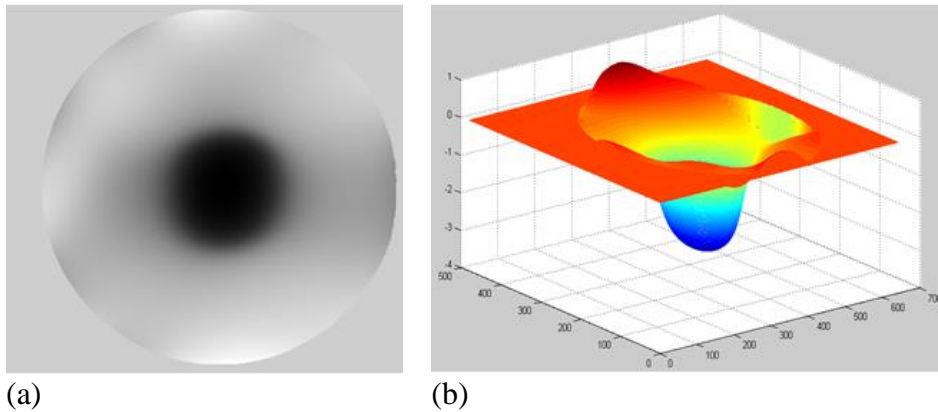
$$\Delta h = \frac{\lambda}{4\pi} \varphi(x, y) \quad (2.17)$$

Donde:

$\lambda$ , longitud de onda de la fuente de luz

$\varphi(x, y)$ , fase obtenida de la iFFT2.

Así mismo la ecuación 2.17 es válida si y solo si la superficie a analizar está siendo medida con luz a una incidencia normal. La Figura 9b, muestra la imagen reconstruida de un espejo de superficie cóncava, para lo cual se ha utilizado el método de la Transformada de Fourier para medir la fase óptica (Figura 9a) de un interferograma obtenido desde un interferómetro de Twyman – Green.



**Figura 9.** Reconstrucción en 3D de la superficie de un espejo cóncavo (b), a partir de la fase (a), utilizando MATLAB®.

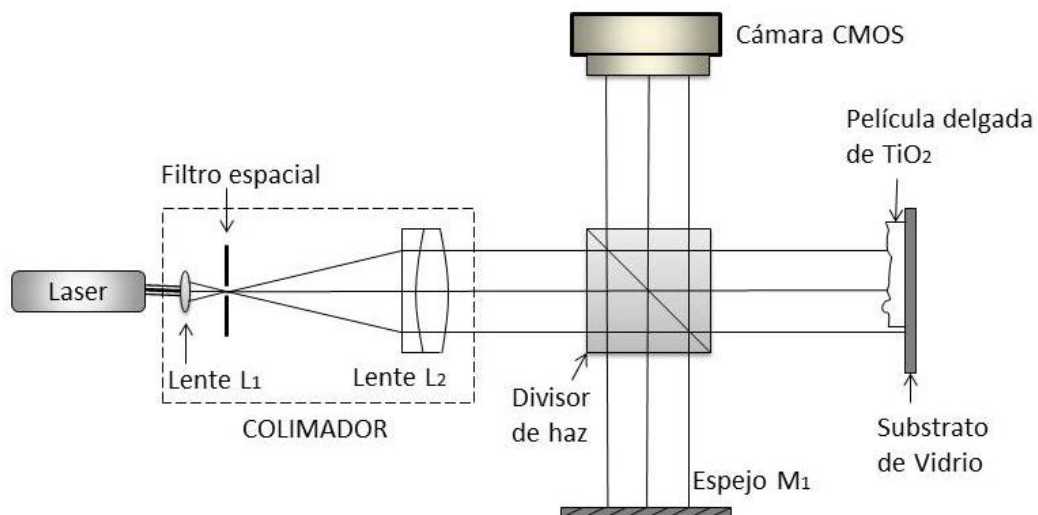
Fuente: Elaboración propia

## CAPITULO 3: ANÁLISIS DE INTERFEROGRAMAS CON EL MÉTODO DE LA TRANSFORMA DE FOURIER

### 3.1. Consideraciones generales

#### 3.1.1. Para la generación de interferogramas

Los patrones de franjas de interferencia de una película delgada de  $\text{TiO}_2$  depositada sobre un sustrato de vidrio, son obtenidos desde el interferómetro de Twyman – Green. La Figura 10 muestra la configuración del interferómetro del interferómetro para medir la forma de superficie de la muestra de película.



**Figura 10.** Configuración del interferómetro de Twyman – Green para medir la superficie de una película delgada de  $\text{TiO}_2$ .

Fuente: Adaptación de Malacara (2007)

Los materiales y/o equipos que se utilizaron para la generación de interferogramas, son los que se tienen a disposición en el laboratorio de Óptica de la PUCP, tales como:

- Arreglo Interferométrico de Twyman – Green
- Mesa neumática
- Fuente de luz de Láser de Helio – Neón

### **Configuración del Interferómetro**

El sistema interferométrico es iluminado con una fuente de luz cuasi monocromática de Láser de Helio-Neón ( $\lambda = 632.8$  nm, medida en el vacío), el cual posee una coherencia espacial cuasi perfecta.

El haz de luz del Láser es colimado; tal que al pasar por la lente  $L_1$ , el haz converge a la longitud focal imagen de la lente  $L_1$ , luego la luz diverge y se expande. La lente  $L_2$  está en una posición de modo que su longitud focal objeto coincide con la longitud focal imagen de  $L_1$ , de esta forma, el haz de luz proveniente de  $L_2$  es un frente de onda plano, es decir los rayos son paralelos entre sí.

El frente de onda plano es dividido en amplitud por medio de un divisor de haz tipo prisma 50/50, uno de ellos se refleja desde la superficie del substrato de vidrio que contiene a la película delgada de  $TiO_2$  y otro desde un espejo plano de referencia  $M_1$ . Ambos frentes de ondas procedentes de  $M_1$  y la muestra interfieren y forman un patrón de franjas de interferencia sobre un detector conformado por

una cámara CMOS.

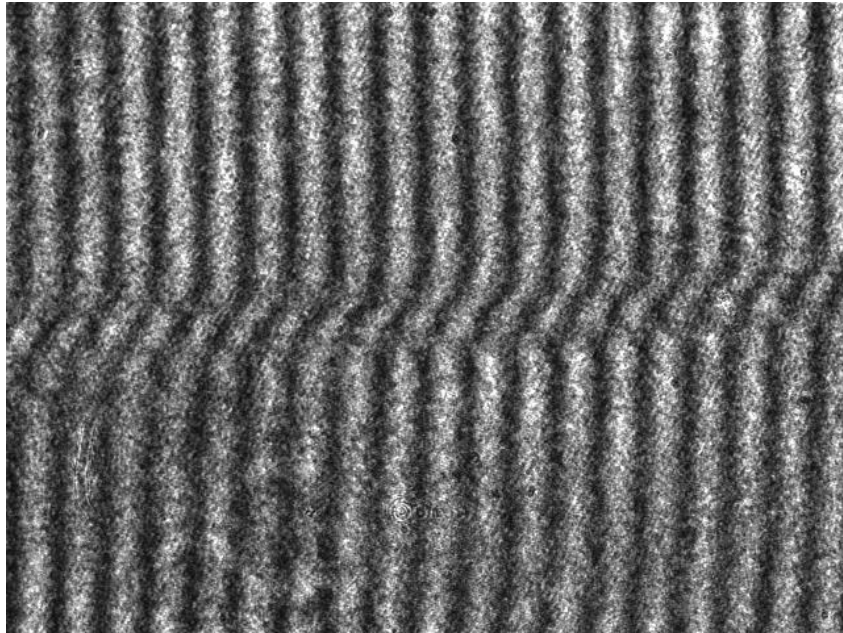
### **3.1.2. Para el sistema de adquisición de imágenes**

Los equipos para la adquisición de interferogramas han sido proporcionados por el Laboratorio de Óptica de la PUCP:

- Cámara CMOS Thorlabs: 1280x1024 pixels, 25 fps, Monochrome (Cámara CMOS Thorlabs DCC1545M)
- Desktop LENOVO: Intel® Core™ i5.

La cámara CMOS conectada a la PC, constituye un sistema de adquisición de imágenes en tiempo real; donde, por intermedio del programa uc480Viewer (Software de la cámara), es posible monitorear los patrones de franjas de interferencia a una velocidad de 25 cuadros por segundo (25 fps).

El interferograma  $g(x, y)$  mostrado en la figura 11, es una imagen capturada y almacenada con nuestro sistema de adquisición de imágenes. Dicha imagen corresponde a un patrón de franjas de interferencia obtenido sobre la superficie de una película delgada depositada sobre un sustrato de vidrio, con presencia de escalón de película con respecto al sustrato. El escalón se denota por el corrimiento de las franjas, casi a la mitad de la imagen medida en el eje vertical.

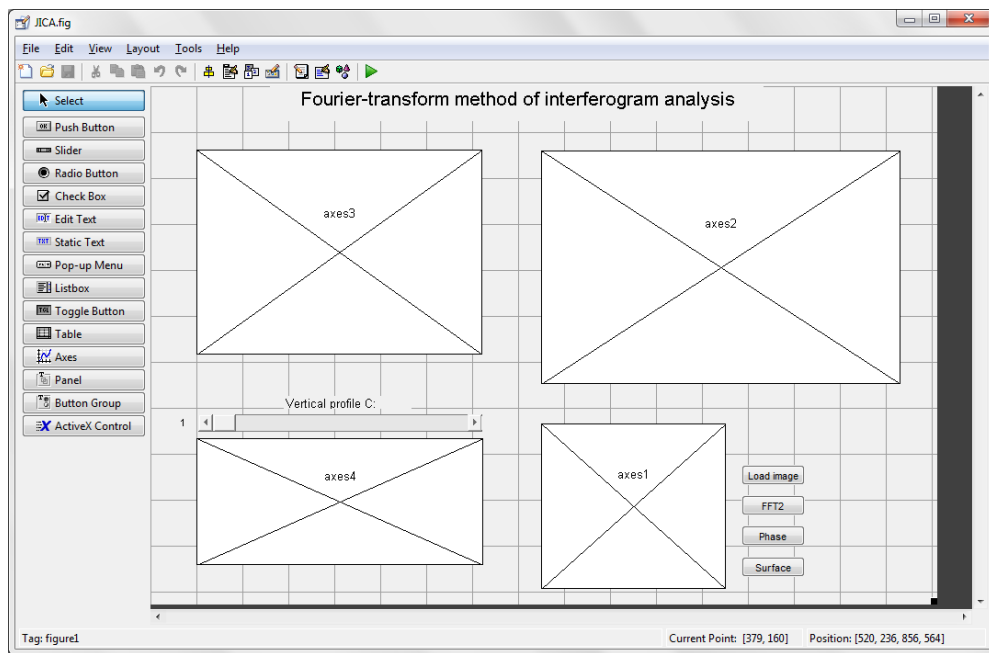


**Figura 11.** Interferograma  $g(x, y)$ , obtenido sobre la superficie de la película delgada de  $\text{TiO}_2$ .

Fuente: Fotografía cedida por M. Asmad, Laboratorio de Óptica, PUCP

### 3.1.3. Para el procesamiento digital de imágenes

El método de la transformada de Fourier implica procesamiento digital de imágenes, esto se lleva a cabo utilizando el software MATLAB®, con tal propósito, el laboratorio de Óptica de la PUCP cuenta con una licencia de estudiante vigente para la versión 7.10.0.499 (R2010a).



**Figura 12.** Captura de la ventana GUIDE de MATLAB®, en donde se ha implementado la aplicación JICA.

Fuente: Elaboración propia

## **3.2. Análisis de interferogramas por el método de la transformada de Fourier**

En esta parte desarrollaremos paso a paso la aplicación JICA, el cual nos permitirá obtener la fase óptica de un interferograma para reconstruir la forma de superficie en un espacio tridimensional (3-D). JICA está basado en el método de la transformada de Fourier, descrito en el capítulo 2, y utiliza algoritmos de procesamiento digital de imágenes (ToolBoxes) de MATLAB®. Esta aplicación recibe como dato de entrada un interferograma, calcula la transformada de Fourier, selecciona y filtra la frecuencia de interés, mide la fase óptica y la desenvuelve, y como dato de salida, muestra la forma de superficie de la película delgada de TiO<sub>2</sub> en un espacio tridimensional.

### **3.2.1. Lectura de Datos**

El patrón de franjas de interferencia de la película de TiO<sub>2</sub> obtenida desde el interferómetro de Twyman-Green es almacenada en un computador en formato de mapa de bits (.BMP). Las imágenes capturadas son digitalizadas en 8 bits (256 niveles de gris), en donde 0 y 255 pertenecen a los niveles extremos más oscuro y claro respectivamente.

En nuestro caso, teniendo en consideración el sistema de adquisición de imágenes en tiempo real, podemos realizar ajustes necesarios sobre el arreglo experimental para mejorar la calidad del interferograma, es decir que las variaciones en

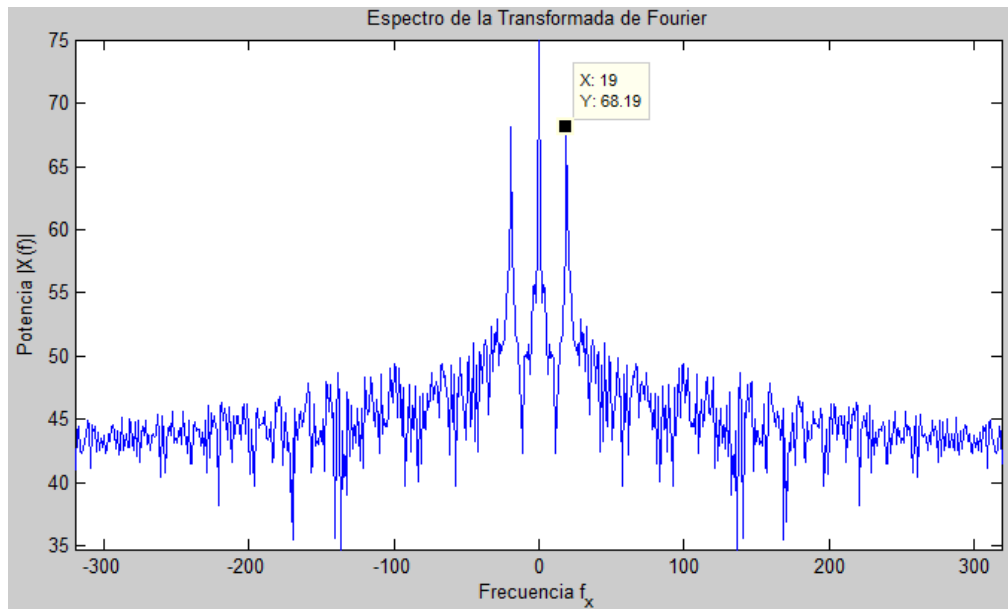
intensidad (Niveles de gris) no deben ser excesivamente abruptas, por tal motivo se ha capturado un interferograma en una zona donde las variaciones de altura de la película delgada con respecto al substrato sean suaves, tal como el que se obtuvo y se muestra en la Figura 11.

El programa **uc480Viewer** permite seleccionar la resolución de las imágenes, en el presente trabajo se ha de utilizar una resolución de 480x640 pixeles con la finalidad de reducir el gasto de procesamiento y cálculo del computador.

### **3.2.2. Transformada de Fourier (2-D FFT) y Extracción de la Portadora**

Analizando la forma de superficies a partir de interferogramas, observamos como las franjas son deformadas. El espaciado entre ellas no es uniforme, generando áreas localizadas de espaciamiento de franjas comprimido y expandido. Una exploración sobre esas áreas revela cambios en la frecuencia de la franja correspondiente al cambio en el espaciamiento entre franjas.

La Figura 11 muestra una periodicidad de franjas de interferencia en el eje horizontal (fila imagen), por tal motivo la frecuencia que contiene información de la forma de superficie esta sobre el eje  $f_x$  del espectro de frecuencia mostrado en la Figura 14B.



**Figura 13.** Espectro unidimensional sobre el eje  $f_x$ .

Fuente: Elaboración propia

La Figura 13, muestra un corte horizontal del espectro bidimensional de frecuencia (Figura 14B), se distingue la frecuencia central, la de mayor amplitud correspondiente a la portadora; a su vez se observa dos lóbulos laterales los cuales contienen información de fase  $\varphi(x, y)$  necesaria para reconstruir la forma de superficie de la película delgada.

Tomando en cuenta que frecuencias negativas no tienen significado físico alguno, seleccionamos el lóbulo lateral derecho, el cual es filtrado con un filtro pasa banda de ancho de banda  $BW = 10 \text{ Hz}$ , que luego es trasladado hacia el centro del espectro, tal como se muestra en la Figura 14C.

### 3.2.3. La fase y desenvolvimiento de fase

El cambio en la distribución de intensidades es utilizado para determinar la fase, esto es posible mediante la aplicación del algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier Inversa (iFFT) sobre el espectro filtrado con la frecuencia de la portadora removida, entonces de la ecuación 2.15, despejamos la fase (Figura 14D) y tenemos:

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im}[c(x, y)]}{\text{Re}[c(x, y)]} \right\} \quad (3.1)$$

Un problema principal en interferometría de doble haz, es que los valores de la fase obtenido por el método de la Transformada de Fourier, solo están definidos en el módulo de  $2\pi$ . Notar que la función arco tangente estándar está definido sin ambigüedad entre  $-\pi/2$  y  $+\pi/2$ . Pero mediante la evaluación de los signos del numerador ( $\sin \varphi$ ) y denominador ( $\cos \varphi$ ) de la  $\tan \varphi$ , la fase  $\varphi$  puede ser calculada sin ambigüedad entre  $-\pi$  y  $+\pi$ . Por lo tanto los algoritmos llamados de desenvolvimiento de fase son usados para obtener el perfil de la fase continua de las desviaciones de una superficie.

En MATLAB® la función **atan2** calcula la fase en un intervalo de  $-\pi < \text{atan2}(y, x) = \text{atan2}\left(\frac{y}{x}\right) \leq +\pi$ , el cual tiene dos argumentos de entrada: el *seno* en el numerador y el *coseno* en el denominador; en términos de la función arco tangente estándar se escribe:

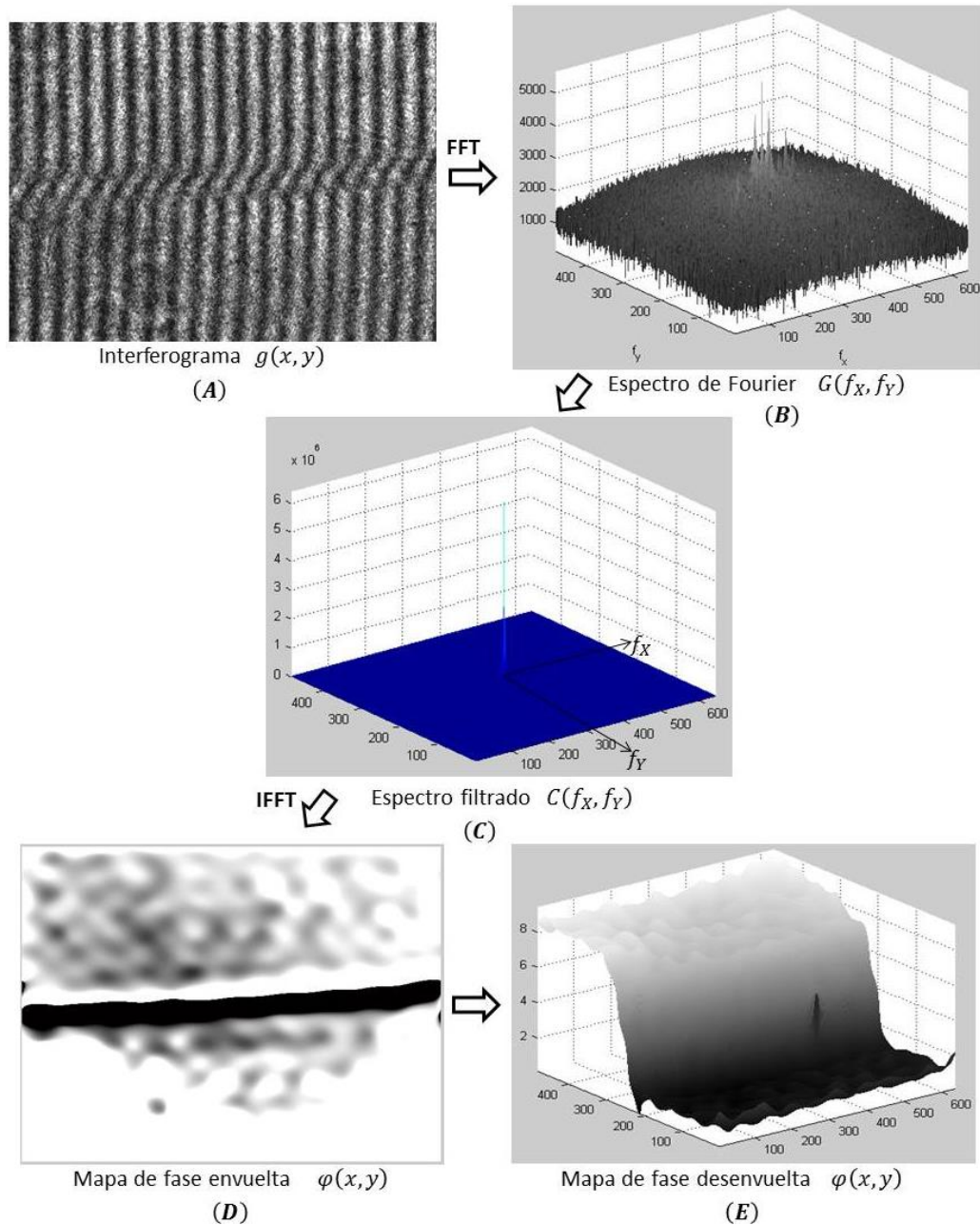
$$atan2(y, x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & ; x > 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & ; y \geq 0, x < 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & ; y < 0, x < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & ; y > 0, x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & ; y < 0, x = 0 \\ no\ definido & ; y = 0, x = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Dado que la fase obtenida con la función `atan2` de MATLAB®, es obtenida en un rango de  $-\pi$  y  $+\pi$ , sin embargo puede tomar valores que están fuera de este rango, con tal propósito se ha desarrollado el programa *myUnwrapper.m* para solución este inconveniente. El algoritmo de este programa está basado en la teoría desarrollada en el ítem 2.4.2, el diagrama de flujo y el código del programa codificado en MATLAB® se describen el Anexo B.

Cabe mencionar que MATLAB® posee la función *unwrap.m*, el cual es un algoritmo de desenvolvimiento de fase desarrollado en forma general para múltiples propósitos pero a la vez muy limitado para el caso nuestro. Así también ambos algoritmos (*unwrap.m* y *myUnwrapper.m*) desenvuelven la fase solo en una dimensión, es decir que para desenvolver un diagrama de fase bidimensional estos algoritmos deben operar dos veces; primero sobre todas las fila y luego sobre cada una de las columnas.

En la Figura 14E, se muestra el diagrama de fase  $\varphi(x, y)$  medido sobre el interferograma de la Figura 11, el cual ha sido desenvuelto utilizando nuestro

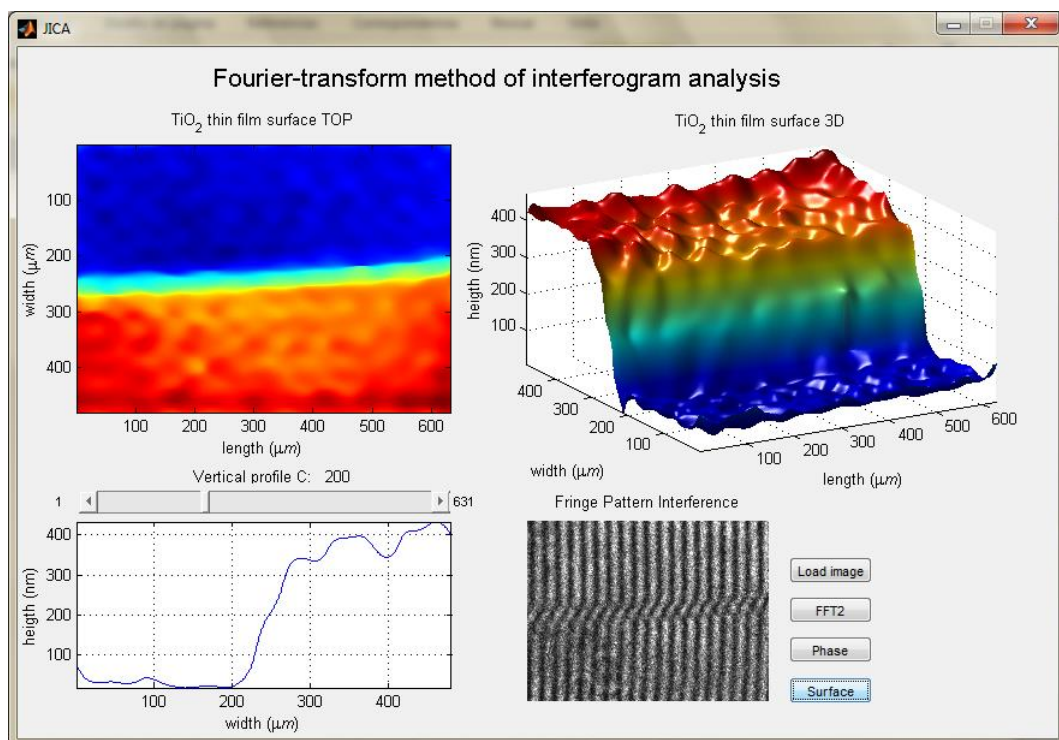
propio programa de desenvolvimiento de fase *myUnwrapper.m*.



**Figura 14.** Principio genérico del método de la transformada de Fourier aplicada sobre un interferograma.

Fuente: Elaboración propia

Considerando el procedimiento descrito en los ítems precedentes hemos desarrollado el programa JICA, que en síntesis obtiene la fase de un interferograma a partir de la cual se ha de reconstruir la forma de superficie de una película delgada de  $\text{TiO}_2$ .



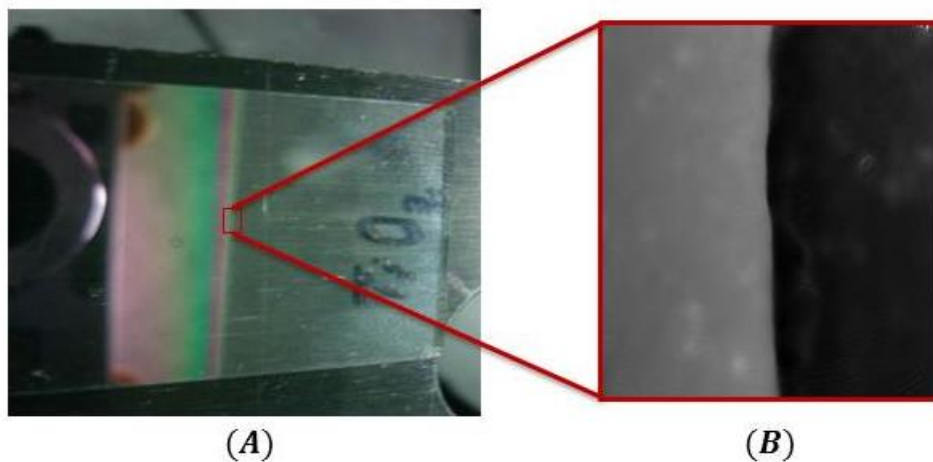
**Figura 15.** Interfaz gráfica de programa JICA, desarrollado en MATLAB®.

Fuente: Elaboración propia

El código completo del programa JICA es mostrado en el Anexo A y la interfaz modo usuario del programa se muestra en la Figura 15.

### 3.3. Modelo matemático para reconstruir la forma de superficie de una película delgada de $\text{TiO}_2$

La película delgada de  $\text{TiO}_2$  utilizada en la presente tesis fue elaborada por el Laboratorio de Materiales de la PUCP mediante la técnica de *reactive DC-magnetron sputtering*. La Figura 16A, muestra la fotografía de una película delgada de  $\text{TiO}_2$  depositada sobre un substrato de vidrio, de la cual se desea reconstruir la forma de superficie en un espacio tridimensional.



**Figura 16.** (A) Fotografía de una película delgada de  $\text{TiO}_2$ , (B) Porción de la película a reconstruir.

Fuente: Elaboración propia

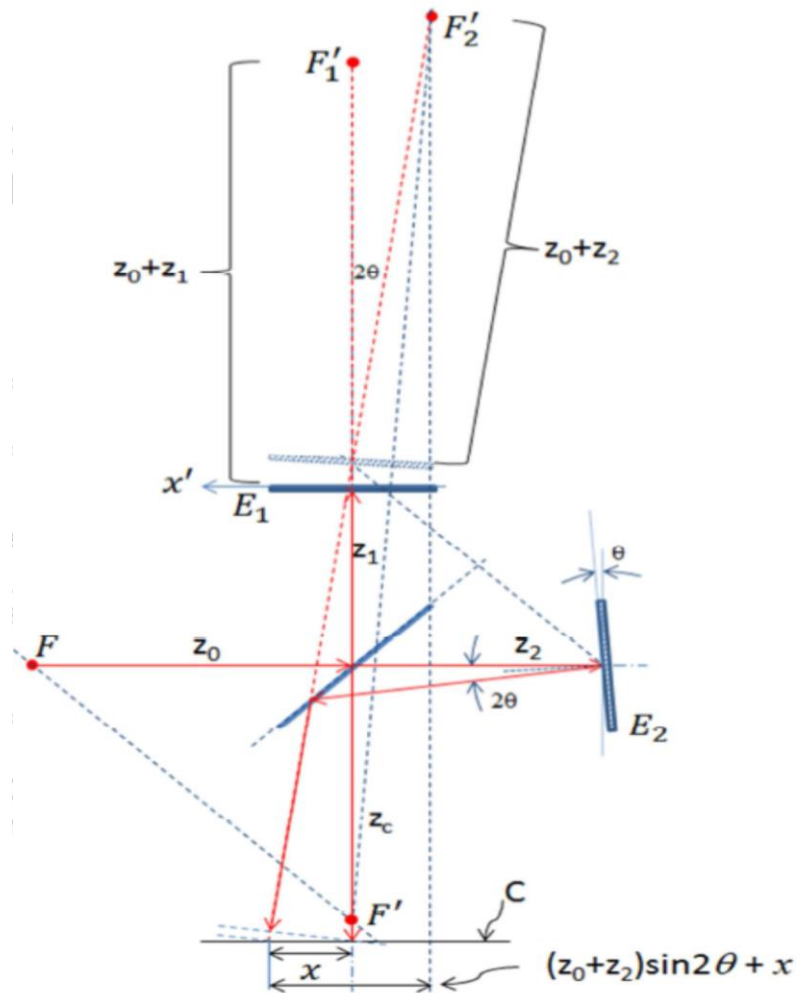
Seguidamente la Figura 16B muestra la forma de superficie de un fragmento de la película delgada de  $\text{TiO}_2$  con presencia de escalón respecto al substrato de vidrio;

la zona de color claro pertenece a la superficie de la película delgada y la zona de oscura pertenece a la superficie del substrato de vidrio.

La reconstrucción de la superficie es posible mediante la relación descrita por la ecuación 2.17. Esta ecuación relaciona las variaciones de altura  $h(x, y)$  de la superficie de la película de  $\text{TiO}_2$  y la fase  $\varphi(x, y)$  medida en un interferograma.

La ecuación 2.17 es modelada matemáticamente a partir de los caminos ópticos que recorren cada uno de los haces de luz antes de que interfieran para formar un patrón de franjas de interferencia en el plano de la cámara. Este modelamiento fue desarrollado sobre un esquema operacional del interferómetro de tipo Michelson, teniendo en consideración que el interferómetro de Twyman-Green es una modificación del anterior, y el funcionamiento es el mismo.

La Figura 17 muestra un esquema gráfico del interferómetro de Michelson, donde **F** representa la ubicación de la fuente de luz, **E<sub>1</sub>** el espejo plano de referencia y **E<sub>2</sub>** la superficie que contiene la muestra de la película delgada. Además  $F'_1$  y  $F'_2$  son las fuentes de luz virtuales provenientes de los espejos  $E_1$  y  $E_2$  respectivamente, las cuales son vistas desde el plano **C** de la cámara.



**Figura 17.** Esquema del interferómetro tipo Michelson.

Fuente: Elaboración propia

Los vectores de posición  $r_1$  y  $r_2$  se calculan desde las fuentes virtuales  $F'_1$  y  $F'_2$  hasta el plano C de la cámara, tal como se muestra en la Figura 17. La fase se ha

obtenido según:  $\Delta\varphi = \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1$ .

De la figura 17, se tiene:

$$\vec{r}_1 = (z_0 + 2z_1 + z_c)\hat{z}$$

$$\vec{r}_2 = [(z_0 + z_2) \cos 2\theta + z_2 + z_c]\hat{z} + [(z_0 + z_2) \sin 2\theta + x]\hat{x}$$

$$\vec{k}_1 = k\hat{z}$$

$$\vec{k}_2 = k_z\hat{z} + k_x\hat{x} = k \cos 2\theta\hat{z} + k \sin 2\theta\hat{x}$$

Sabiendo que:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1$$

$$\Delta\varphi = kx \sin 2\theta + 2k(z_2 - z_1) - 2k(z_2 + z_c) \sin^2 \theta$$

Haciendo:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sin 2\theta};$$

$$\varphi_0 = 2k(z_2 - z_1) - 2k(z_2 + z_c) \sin^2 \theta$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\Lambda} x + \varphi_0$$

Si  $\theta \approx 0$  y  $z_2 = z_1 + \Delta h(x')$

Tenemos finalmente:

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta h(x')$$

Donde  $\Delta h(x')$ , son las variaciones de altura de la película delgada sobre el sustrato que depende de la coordenada  $x'$  (plano objeto).

## **CAPITULO 4: METODOLOGIA Y RECURSOS EMPLEADOS**

### **4.1. Descripción de trabajo realizado**

Para estimar el valor del espesor de una película delgada de  $\text{TiO}_2$  depositada sobre un sustrato de vidrio, utilizaremos la aplicación JICA desarrollada en MATLAB®.

La aplicación JICA nos muestra la forma de superficie de la película y a su vez permite hacer un barrido del perfil sobre toda la superficie reconstruida, analizando la superficie reconstruida, notamos que esta no es uniforme, presenta rugosidad. Entonces, mediante un cálculo estadístico, obtenemos la magnitud del espesor.

Además del espesor, es necesario determinar el área de la muestra sobre el cual estamos haciendo la medición (Figura 16A) y el error del frente de onda debido a la diferencia de camino óptico entre los dos hacen que interfieren. Así mismo, la variación de alturas está en función de la longitud onda de la fuente de luz, para el cual tenemos que hallar su valor medido a las condiciones ambientales del Laboratorio de Óptica de la PUCP.

## 4.2. Metodología empleada para la evaluación

### 4.2.1. Determinación de la Longitud de Onda en el aire $\lambda_{aire}$

Las condiciones ambientales del laboratorio de óptica tales como temperatura, presión atmosférica y humedad del aire deben ser registradas durante la realización del experimento para compensar la longitud de onda del Láser con el índice de refracción del aire circundante de acuerdo con la ecuación de Edlen (Ciddor, 1996; Stone and Zimmerman, 2001).

$$\lambda_{aire} = \frac{\lambda_{vacío}}{n} \quad (4.1)$$

Donde:

$n$ , es el índice de refracción del aire circundante en el Laboratorio de Óptica PUCP, lugar donde se realiza la toma de datos desde el interferómetro de Twyman – Green. El índice de refracción  $n$  depende de la temperatura, presión atmosférica y humedad del aire.

$\lambda_{vacío}$ , es la longitud de onda del Láser de He – Ne medida en el vacío.

$\lambda_{aire}$ , es la longitud de onda efectiva a utilizar en la ecuación en la 2.17 para la reconstrucción de la forma de superficie de la película delgada de TiO<sub>2</sub>.

Para calcular el índice de refracción  $n$  del aire, que depende de las condiciones ambientales antes mencionadas, existe una herramienta web desarrollada por el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST por sus siglas en ingles).

Esta herramienta web denominada el *Calculador del Índice de Refracción del Aire* esta descrita en el Anexo C y en síntesis es un formulario donde se ingresan los valores medidos de las condiciones ambientales para calcular  $n$  y su incertidumbre.

Por otro lado, el sistema interferencial se encuentra armado sobre una Mesa Neumática, por tal motivo no hemos considerado la vibración externa que se produce sobre el arreglo a causa de ruido no controlado en los alrededores del Laboratorio de Óptica PUCP.

#### **4.2.2. Determinación de la resolución lateral**

Denominamos resolución lateral al área de la película delgada y sustrato de vidrio a analizar. La figura 17B, muestra el patrón de franjas obtenido desde interferómetro de Twyman-Green en su forma original (circulo de diámetro  $D$ ); y la porción de esta (rectángulo de color rojo y  $\text{área} = axb$ ) que es digitalizada por la cámara CMOS.

Para medir la superficie  $S$  del rectángulo de lados  $a$  y  $b$ , tomamos en cuenta que el haz de luz que va desde el divisor de haz hacia la muestra y regresa hacia el detector, es un frente de onda plano debido a que previamente ha sido colimado; es decir el tamaño de la mancha de luz sobre la muestra es el mismo del que se proyecta sobre el detector. Teniendo en cuenta estas consideraciones y que además utilizamos una cámara CMOS con resolución de 480x640 pixeles, donde

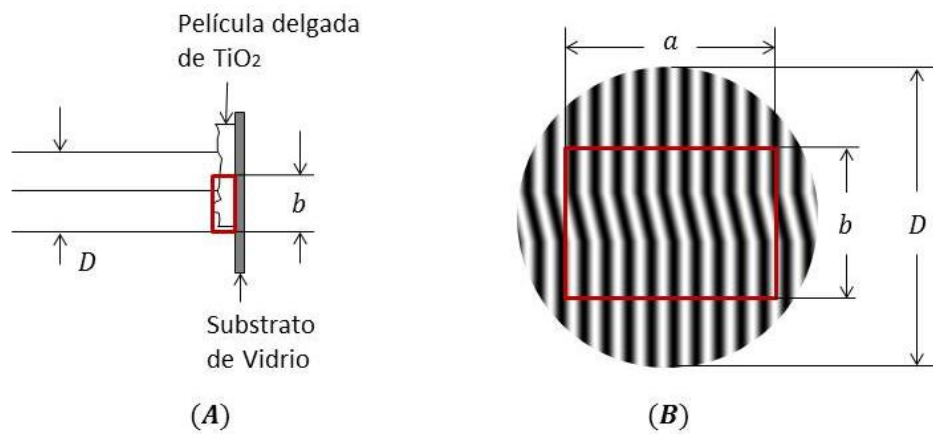
cada pixel tiene un tamaño definido de acuerdo a las especificaciones del fabricante. Tenemos que:

$$S = a * b \quad (4.2)$$

Dónde:

$$a = \# \text{ de columnas en pixeles} * \frac{\text{Tamaño de un pixel}}{1 \text{ pixel}}$$

$$b = \# \text{ de filas en pixeles} * \frac{\text{Tamaño de un pixel}}{1 \text{ pixel}}$$



**Figura 18.** (A) Vista lateral de la muestra analizada, (B) Vista frontal del interferograma obtenido sobre una pantalla.

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.3. Determinación del error de frente de onda

Conocido como el **Error pico – valle** ( $E_{pv}$ ), es la diferencia entre el valor máximo  $\varphi(x, y)_{max}$  y mínimo  $\varphi(x, y)_{min}$  del mapa de fase desenvuelto  $\varphi(x, y)$ , el cual

fue calculado a través de la ecuación 2.16. Teniendo en cuenta que:

$$\Delta\varphi(x, y) = \vec{k}(DCO) \quad (4.3)$$

Donde:

$\vec{k} = 2\pi/\lambda$ , es el vector de onda

DCO, es la diferencia de camino óptico entre haz de referencia y el que se refleja desde la superficie de la muestra.

se obtiene la siguiente expresión:

$$E_{pv} = \left( \frac{\varphi(x, y)_{max} - \varphi(x, y)_{min}}{4\pi} \right) \lambda \quad (4.4)$$

el cual esta expresado en función de la longitud de onda de la fuente de luz del Láser de He – Ne.

#### **4.2.4. Medición del espesor de la película delgada**

Se tiene un porción de la superficie de la muestra en donde se desea estimar su espesor, sea la muestra  $h(r, c)$ , un arreglo de  $r$  filas y  $c$  columnas, donde el valor de cada elemento del arreglo, representa la altura en determinado punto.

		Columnas				
		$n = 1 \rightarrow c$				
Filas	$m = 1$	$h_{11}$	$h_{12}$	$h_{13}$	...	$h_{1c}$
	$\rightarrow$	$h_{21}$				
	$\rightarrow$	$h_{31}$				
	$\rightarrow$					
	$\rightarrow$	$h_{r1}$				$h_{rc}$
		Promedio filas				
		$\bar{h}_{m1}$	$\bar{h}_{m2}$	$\bar{h}_{m3}$	...	$\bar{h}_{mc}$

**Figura 19.** Distribución de alturas en una muestra  $h(r, c)$ .

Fuente: Elaboración propia.

Primeramente se obtiene un promedio de alturas de todas las filas, como se muestra en la Figura 18 (Parte inferior), que son almacenados en un vector “promedio filas”; luego promediamos los valores de este vector ultimo y se obtiene el espesor de la película de acuerdo a:

$$\bar{h} = \frac{\bar{h}_{m1} + \bar{h}_{m2} + \bar{h}_{m3} + \dots + \bar{h}_{mc}}{c} \quad (4.5)$$

La desviación estándar de una medición es la incertidumbre debida a las fluctuaciones. Podemos esperar que al tomar más medidas la media de éstas sea más precisa y, efectivamente, así es.

La incertidumbre en la media  $\sigma_{\bar{h}}$  después de N mediciones es la incertidumbre estándar

$$\sigma_{\bar{h}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (4.6)$$

Donde  $\sigma$ , es la desviación estandar de las alturas y es calculada similarmente al promedio de altura  $\bar{h}$ .

Finalmente la lectura del espesor de la película delgada de  $\text{TiO}_2$ , ha de ser expresado de la siguiente forma:

$$h = \bar{h} + \sigma_{\bar{h}} \quad (4.7)$$

### **4.3. Asignación de recursos**

#### **4.3.1. Recursos humanos**

- Responsable de la investigación
- Asesor de la investigación
- Co-asesor de la investigación

#### **4.3.2. Recursos materiales**

- 01 Arreglo del interferómetro de Twyman-Green
- 01 Cámara CMOS, res. 640x480 pixeles
- 01 Computador , LENOVO i5
- 01 Banco óptico

## CAPITULO 5: RESULTADOS Y DISCUSIONES

### 5.1. Cálculo de la Longitud de Onda en el aire $\lambda_{aire}$

Dentro del Laboratorio de Óptica PUCP, como en todo ambiente utilizado en metrología óptica, las condiciones ambientales no deben variar en lo más mínimo mientras se efectúa el registro de interferogramas desde el arreglo interferométrico, ya que estas variaciones podrían alterar el valor del índice de refracción del aire y por lo tanto la longitud de onda del Láser de He – Ne.

La Tabla 1 muestra un conjunto de tres mediciones hechas para las condiciones ambientales dentro del Laboratorio de Óptica PUCP, los cuales fueron medidos en intervalos de 5 min, y como podemos observar no hay una variación considerable de estos parámetros en un tiempo de 15 min..

Para calcular la Longitud de Onda en el aire  $\lambda_{aire}$ , es preciso calcular antes el valor del índice de refracción del aire, con tal propósito se utilizó el ***Calculador del Índice de Refracción del Aire*** (Anexo C), los datos de entrada para esta herramienta web son los promedios de las tres mediciones para cada una de las condiciones ambientales (ver Tabla 1).

**Tabla 1. Condiciones ambientales del laboratorio de Óptica PUCP.**

Parámetros	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Promedio
Temperatura del aire $T$ (°C)	22.1	22.1	22.3	22.1
Presión atmosférica $p$ (kPa)	99.86	99.86	99.86	22.2
Humedad del aire $H_{air}$ (RH%)	78	78	78	78
Longitud de onda en el vacío $\lambda_{vacío}$ (nm)	632.8	632.8	632.8	632.8

Fuente: Elaboración propia.

La longitud de onda  $\lambda_{vacío}$  listada en la Tabla 1 es un valor teórico correspondiente a la emisión laser en el rojo visible.

De la herramienta web *Calculador del Índice de Refracción del Aire*, obtenemos los valores siguientes:

$$\lambda_{aire} = 632.632219 \text{ nm}$$

$$n_{aire} = 1.000265211$$

$$\sigma_{n_{aire}} = 0.000000033$$

La longitud de onda en el aire  $\lambda_{aire}$  es muy aproximado al valor teórico de  $\lambda_{vacío}$ , entonces podemos afirmar que las condiciones ambientales del Laboratorio de Óptica PUCP son óptimas para realizar trabajos de metrología óptica.

Curiosamente, cuando una mano nuestra es puesta muy cerca de uno de los caminos ópticos que recorre el haz Láser dentro del interferómetro se observa pequeñas vibraciones en las franjas de interferencia proyectadas en el monitor del

computador. Es decir la temperatura de nuestra mano puede alterar la longitud de onda en el aire  $\lambda_{aire}$ , entonces es necesario capturar el interferograma a una distancia adecuada del arreglo interferométrico.

## 5.2. Cálculo de la resolución lateral

Aplicando la ecuación 4.2; tenemos que:

$$S = \left( 640 \text{ pixeles} * \frac{10.4 \mu m}{1 \text{ pixel}} \right) * \left( 480 \text{ pixeles} * \frac{10.4 \mu m}{1 \text{ pixel}} \right)$$

El área analizada tiene un tamaño de:

$$S = 4992x6656 \mu m^2$$

Teniendo en cuenta un frente de onda plano, también es posible medir el diámetro de la mancha que se proyecta sobre una pantalla ubicada en la misma posición del detector, obteniendo:

$$D = 12.0 \pm 0.5 \text{ mm}$$

De acuerdo a nuestros resultados, podemos notar que el tamaño de la mancha es mucho mayor a la superficie  $S$  analizada  $\pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 > S$ . Entonces el valor obtenido para la resolución lateral es correcto.

### 5.3. Cálculo del error de frente de onda

El mapa de fase desenvuelta  $\varphi(x,y)$  mostrada en la figura 11E, muestra la distribución de fase debido a la diferencia de camino óptico (DCO) en escala de grises, donde los puntos más claros y oscuros representan los máximos y mínimos respectivamente de dicha distribución.

Debido a que el diagrama de fase es una matriz de 480x640, utilizamos las funciones *max* y *min* de MATLAB® para hallar los valores máximos y mínimos. La función *max* opera tal que: primero halla el valor máximo para cada columna y almacena estos valores en un vector de longitud del número de columnas (1x640), y luego halla el valor máximo de este vector. La función *min* realiza un procedimiento similar.

Utilizando la siguiente sub-rutina en MATLAB®,

```
% Phi : fase desenvuelta  
PhiMax = max(max(phi));  
PhiMin = min(min(phi));
```

se obtuvieron los siguientes valores para:

$$\varphi(x,y)_{min} = 0.0924 \text{ rad},$$

$$\varphi(x,y)_{max} = 9.3620 \text{ rad}$$

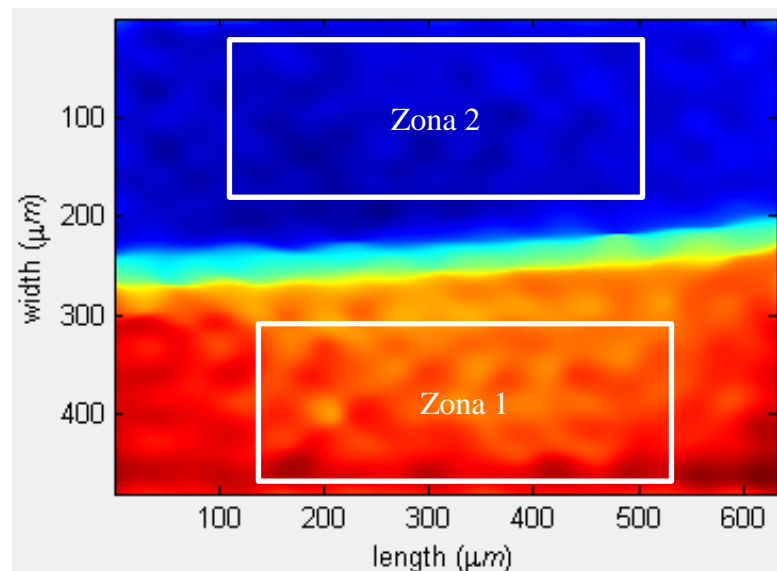
Reemplazando estos valores en la ecu. 23, se tiene el Error de Frente de Onda (error pico valle):

$$E_{pv} = 0.7377 \lambda, \quad (\text{Aproximadamente } \frac{3}{4} \lambda)$$

El cual es la distorsión del frente de onda del haz de luz que se refleja desde la superficie de la muestra.

#### 5.4. Estimación del espesor de una película delgada de $\text{TiO}_2$

Sobre la superficie reconstruida de la película de  $\text{TiO}_2$ , escogemos la Zona 1 y la Zona 2 que corresponden a la superficie de la película delgada y a la superficie del sustrato de vidrio respectivamente, tal como se observa en la Figura 20.



**Figura 20.** Vista superior de la forma de superficie reconstruida de la película  $\text{TiO}_2$ .

Fuente: Elaboración propia.

Mediante las ecuaciones 4.6 y 4.7, se determina la altura promedio  $\bar{h}$  y la rugosidad  $\sigma_h$  de la película delgada de TiO<sub>2</sub>, este cálculo se realizó sobre el área remarcada con el nombre de Zona 1 (Figura 20), de donde se obtuvo el siguiente valor:

$$h = 387.48 \pm 3.96 \text{ nm}$$

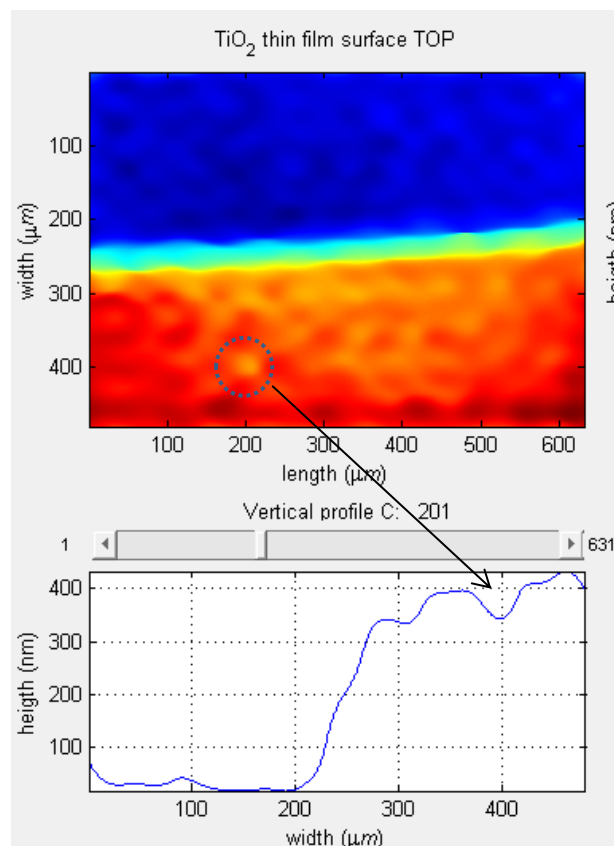
El valor calculado de  $h$  para la altura promedio representa un valor aproximado del espesor de la película delgada de TiO<sub>2</sub>, esto debido a que las alturas varían de un punto a otro.

Sabiendo que la parte de color rojo en la figura 20 representa la forma de superficie de la película, la variación de alturas se puede observar gráficamente en los niveles de intensidad del rojo, mientras más tienda al rojo un determinado punto este tiene mayor altura. Por otro lado el punto más azul es menos alto y la transición de colores de azul al rojo representa la interfaz entre película y sustrato de vidrio.

Así mismo, se ha considerado la superficie del sustrato de vidrio como referencia ( $h = 0 \text{ nm}$ ) para medir el espesor de la película delgada de TiO<sub>2</sub>, con tal propósito estamos asumiendo que esta superficie es totalmente plana y uniforme. Sin embargo, haciendo un análisis similar a lo anterior sobre la Zona 2, se ha determinado la rugosidad  $\sigma_{h'}$  que presenta el sustrato de vidrio y tiene un valor estimado de:

$$\sigma_{h'} = 8.43 \text{ nm}$$

La zona resaltada en forma circular sobre la Figura 21 (parte superior), muestra una depresión de la superficie de la Película delgada de  $\text{TiO}_2$ , un área muy pequeña donde el depósito de película es mucho menor comparado con el resto. Una singularidad de la superficie que es posible observar notablemente con la aplicación JICA, que a la vez se puede cuantizar utilizando la herramienta “Vertical profile”.



**Figura 21.** Singularidades sobre la superficie reconstruida.

Fuente: Elaboración propia.

No es parte del presente trabajo caracterizar el crecimiento de película sobre el sustrato ya que este dependerá del método empleado para depositar la película, no obstante podemos visualizar la topografía de esta interfaz.

## CONCLUSIONES

- a) En el presente trabajo se ha logrado estimar el espesor de una película delgada de dióxido de titanio ( $\text{TiO}_2$ ), depositado sobre un sustrato de vidrio en base a un solo patrón de franjas de interferencia (figura 11) obtenido desde el interferómetro de Twyman-Green. Según lo desarrollado en el ítem 5.4 el depósito de película delgada de  $\text{TiO}_2$  sobre el sustrato de vidrio no es uniforme, por lo tanto el espesor hallado de  $h = 387.48 \pm 3.96 \text{ nm}$  es un promedio de alturas calculado a partir de las ecuaciones 4.5 y 4.6.
  
- b) Se ha diseñado e implementado satisfactoriamente en MATLAB® la aplicación JICA (ítem 3.2), el cual extrae la fase de un interferograma utilizando el método de la Transformada de Fourier y luego reconstruye la forma de superficie la película delgada de  $\text{TiO}_2$  en un espacio tridimensional tal como se presenta en la Figura 15. Así mismo el programa JICA permite hacer un barrido del perfil de la superficie reconstruida.
  
- c) La imagen del patrón de franjas de interferencia (figura 11) nos da información de la desviación o corrimiento que sufren las franjas debido a la presencia de película delgada. Este corrimiento de franjas es debido a que hay una diferencia de camino óptico (DCO) que recorre la luz, una parte de ellas se refleja desde el sustrato de vidrio y otra es reflejada desde la superficie de

la película. Esta desviación de franjas es proporcional a la variación de alturas de acuerdo al modelo matemático desarrollado (ítem 3.3) para reconstruir la forma de superficie de una película delgada de  $\text{TiO}_2$ .

## RECOMENDACIONES

- a) El método de la transformada de Fourier funciona como un *filtro pasa banda* el cual es aplicado sobre el espectro de frecuencias del interferograma. Las variaciones de altura (rugosidad) obtenidas en la reconstrucción de la película en 3D dependerá mucho del ancho de banda (BW) que se ha utilizado para seleccionar el lóbulo lateral correcto. Es decir un ancho de banda muy corto reducirá los detalles de rugosidad sobre la superficie, por otro lado un ancho de banda muy amplio introducirá ruido a la superficie reconstruida.
- b) Es necesario que el interferograma a analizar por el método de la transformada de Fourier debe poseer un número considerable de franjas de interferencia, tal que a simple vista se pueda distinguir las franjas claras de las oscuras; y además las franjas deben ser verticales, de otra forma será mucho más complicado para la aplicación JICA reconstruir la forma de superficie de la película delgada de  $\text{TiO}_2$ .
- c) En el modelo matemático desarrollado para reconstruir la forma de superficie de la película delgada se ha asumido que el ángulo de inclinación del plano que contiene la muestra tiende a cero, mas no deber ser igual, ya que si esto llegara a ocurrir las franjas de interferencias van a desaparecer, y entonces no sería posible utilizar el método de la transformada de Fourier.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Bhushan, B., Wyant, J. C., & Meiling J. (1988). A new three-dimensional non-contact digital optical profiler. *Wear*, 122, 301-312.
- Born, M., Wolf B. (1999). *Principles of Optic (Chap.6)* (7<sup>th</sup> edition). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Brown T., Bursten, B. y Burdge J. (2004). *Química, la ciencia central (Cap.12)*. México: Pearson Educación.
- Cámara CMOS Thorlabs DCC1545M. Extraído el 9 de agosto de 2012, de [http://www.thorlabs.us/NewGroupPage9.cfm?ObjectGroup\\_ID=4024](http://www.thorlabs.us/NewGroupPage9.cfm?ObjectGroup_ID=4024)
- Ciddor, P. (1996). Refractive index of air: new equations for the visible and near infrared. *Applied Optics*, Vol. 35, No. 9, 1566 – 1573.
- Goldstein, G. I., Newbury, D. E., Echlin, P., Joy, D. C., Fiori, C., and Lifshin, E. (1981). *Scanning electron microscopy and x-ray microanalysis*. New York: Plenum Press.
- Hecht, E. (2000). *Óptica (3ra. Edición)*. Madrid: Addison-Wesley Iberoamericana.
- How to do a 2-D Fourier Transform in MATLAB. Extraído el 9 de agosto de 2012, de <http://matlabgeeks.com/tips-tutorials/how-to-do-a-2-d-fourier-transform-in-matlab/>
- Itoh, K. (1982). Analysis of the phase unwrapping algorithm. *Applied Optics*, Vol. 21, No. 14, 2470.

Lehar S. An Intuitive Explanation of Fourier Theory. Extraído el 08 de Agosto de 2012, de <http://cns-alumni.bu.edu/~slehar/fourier/fourier.html>

Malacara, D., Servin, M., and Malacara, Z. (2005). Interferogram, Analysis for Optical Testing (Second Edition). New York: Taylor & Francis Group.

Malacara, D. (2007). Optical Shop Testing (Chap. 3) (Third Edition). New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

NIKON MicroscopyU. Principles and Applications of Two-Beam Interferometry. Extraído el 9 de agosto de 2012, de <http://www.microscopyu.com/print/articles/interferometry/twobeam-print.html>

Singer, W., Totzeck, M., and Gross, H. (2005). Handbook of Optical Systems, Volume 2: Physical Image Formation. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co.

Spatial Frequency Domain. Extraído el 9 de Agosto de 2013, de <http://www.cs.auckland.ac.nz/courses/compsci773s1c/lectures/ImageProcessing-html/topic1.htm>

Stone, J. A., and Zimmerman, J. H (NIST). Refractive Index of Air Calculator. Extraído el 20 de Abril de 2014, de <http://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Documentation.asp#IndexofRefractiveIndexofAir>

- Takeda, M., Ina, H., & Kobayashi, S. (1982). Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J. Opt. Soc. Am.*, Vol. 72, No. 1, 156-160.
- Takeda, M. (2013). Fourier-transform analysis and its application to metrology of extreme physical phenomena: a review. *Applied Optics*, Vol. 52, No. 1, 20-29.
- Whitehouse, D. 2002. *Surface and their Measurement* (Chap. 8). London: Taylor Hobson Ltd.
- Wyant, J. C. (2013). Computerized interferometric surface measurements. *Applied Optics*, Vol. 52, No. 1, 1-8.
- Yoshizawa, T. (2009). *Handbook of OPTICAL METROLOGY, Principles and Applications* (Chap. 3, 23). New York: Taylor & Francis Group.

## ANEXOS

### ANEXO A: Código en MATLAB® de la aplicación JICA

```
function varargout = JICA(varargin)
% JICA M-file for JICA.fig
%   JICA, by itself, creates a new JICA or raises the existing
%   singleton*.
%
%   H = JICA returns the handle to a new JICA or the handle to
%   the existing singleton*.
%
%   JICA('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls the
local
%   function named CALLBACK in JICA.M with the given input
arguments.
%
%   JICA('Property','Value',...) creates a new JICA or raises
the
%   existing singleton*. Starting from the left, property
value pairs are
%   applied to the GUI before JICA_OpeningFcn gets called. An
%   unrecognized property name or invalid value makes property
application
%   stop. All inputs are passed to JICA_OpeningFcn via
varargin.
%
%   *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows
only one
%   instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Edit the above text to modify the response to help JICA

% Last Modified by GUIDE v2.5 13-May-2014 16:30:52

% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                  'gui_Singleton',   gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn',  @JICA_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',  @JICA_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn',   [], ...
                  'gui_Callback',    []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end
```

```

if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

% --- Executes just before JICA is made visible.
function JICA_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
% varargin   command line arguments to JICA (see VARARGIN)

% Choose default command line output for JICA
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = JICA_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
% varargout  cell array for returning output args (see VARARGOUT);
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;

% --- Executes on button press in load_pushbutton.
function load_pushbutton_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to load_pushbutton (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% LOAD DATA
[filename, pathname] = uigetfile( ...
    {'*.bmp',      'Archivos BMP (*.bmp)'; ...
    '*.*',        'All Files (*.*)'}, ...
    'Escoga un archivo');

```

```

gxy = imread(fullfile(pathname, filename));
handles.gxy = gxy;

axes(handles.axes1);
imshow(handles.gxy, [], colormap(gray))
title('Fringe Pattern Interference')
freezeColors
guidata(hObject, handles);

% --- Executes on button press in FFT_pushbutton.
function FFT_pushbutton_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to FFT_pushbutton (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% 2-D FAST FOURIER TRANSFORM
% Shift zero-frequency component to center of spectrum
gxy = handles.gxy;
[r c] = size(gxy);
Nrows = r; %2^nextpow2(r);
Mcols = c; %2^nextpow2(c);
Gxy = fftshift(fft2(gxy, Nrows, Mcols));
Gxylog = 10*log10(Gxy);
handles.Gxylog = Gxylog;

axes(handles.axes3);
imshow(abs(handles.Gxylog), [], colormap(gray))
title('Fourier spectrum')

% TAKE DECISION
profile1 = abs(Gxylog(Nrows/2+1, :));

[Y1, I1] = max(profile1);
BW = 5;
profile1(I1-BW:I1+BW) = min(profile1);

[Y2, I2] = max(profile1);

% SINGLE SPECTRUM SELECTED AND TRANSLATE TO THE ORIGIN
fo = abs(I1 - I2); % Carrier frequency
Afy = zeros(size(Gxy));
Cfy = Afy;

BWx = 10;
BWy = BWx;
Afy(Nrows/2+1-BWy:Nrows/2+1+BWy, I1+fo-BWx:I1+fo+BWx) = ...
    Gxy(Nrows/2+1-BWy:Nrows/2+1+BWy, I1+fo-BWx:I1+fo+BWx);

```

```

Cfy(Nrows/2+1-BWy:Nrows/2+1+BWY,I1-BWx:I1+BWx) = ...
    Gxy(Nrows/2+1-BWy:Nrows/2+1+BWY,I1+fo-BWx:I1+fo+BWx);    %
1....?

% INVERSE FOURIER TRANSFORM
cxy = ifft2(fftshift(Cfy));
cxylog = log(cxy);
Phd = imag(cxylog);

% PHASE UNWRAPING
Phc = zeros(size(Phd)); % Offset phase distributions
for i=1:r
    Phc(i,:) = myUnwrapper(Phd(i,:));
end
for j=1:c
    Phc(:,j) = myUnwrapper(Phc(:,j));
end

handles.Phc = Phc;

% HEIGHT IN nm (10^-9m)
lambda = 632.8;
hxy = (lambda/(4*pi))*Phc(:,5:635); % nm
handles.hxy = hxy;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% --- Executes on button press in Phase_pushbutton.
function Phase_pushbutton_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to Phase_pushbutton (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
Phc = handles.Phc;
axes(handles.axes3);
imshow(Phc,[]), colormap(gray);
title('Phase map')

% --- Executes on button press in Surface_pushbutton.
function Surface_pushbutton_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to Surface_pushbutton (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
hxy = handles.hxy;
axes(handles.axes3);
imagesc(hxy); colormap(jet);
title('TiO_2 thin film surface TOP');

```

```

xlabel('length (\mu\it{m})'), ylabel('width (\mu\it{m})')

axes(handles.axes2);
surf(hxy, 'FaceColor', 'interp', 'EdgeColor', 'none',
'FaceLighting', 'phong')
view(-30,30), camlight left, axis tight
title('TiO_2 thin film surface 3D')
xlabel('length (\mu\it{m})'), ylabel('width (\mu\it{m})'),
zlabel('height (nm)')
freezeColors

% --- Executes on slider movement.
function slider1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to slider1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'Value') returns position of slider
%        get(hObject,'Min') and get(hObject,'Max') to determine
range of slider
gxy = handles.hxy;
[r c] = size(gxy);
set(handles.text3, 'String', c);
set(handles.slider1, 'Max', c);
set(handles.slider1, 'SliderStep', [1/c 1/c]);
A = round(get(hObject, 'Value'));

if A ~= 0
    set(handles.text5, 'String', A);
    axes(handles.axes4);
    plot(gxy(:,A)), axis tight;
    xlabel('width (\mu\it{m})'), ylabel('height (nm)');
    grid on
end

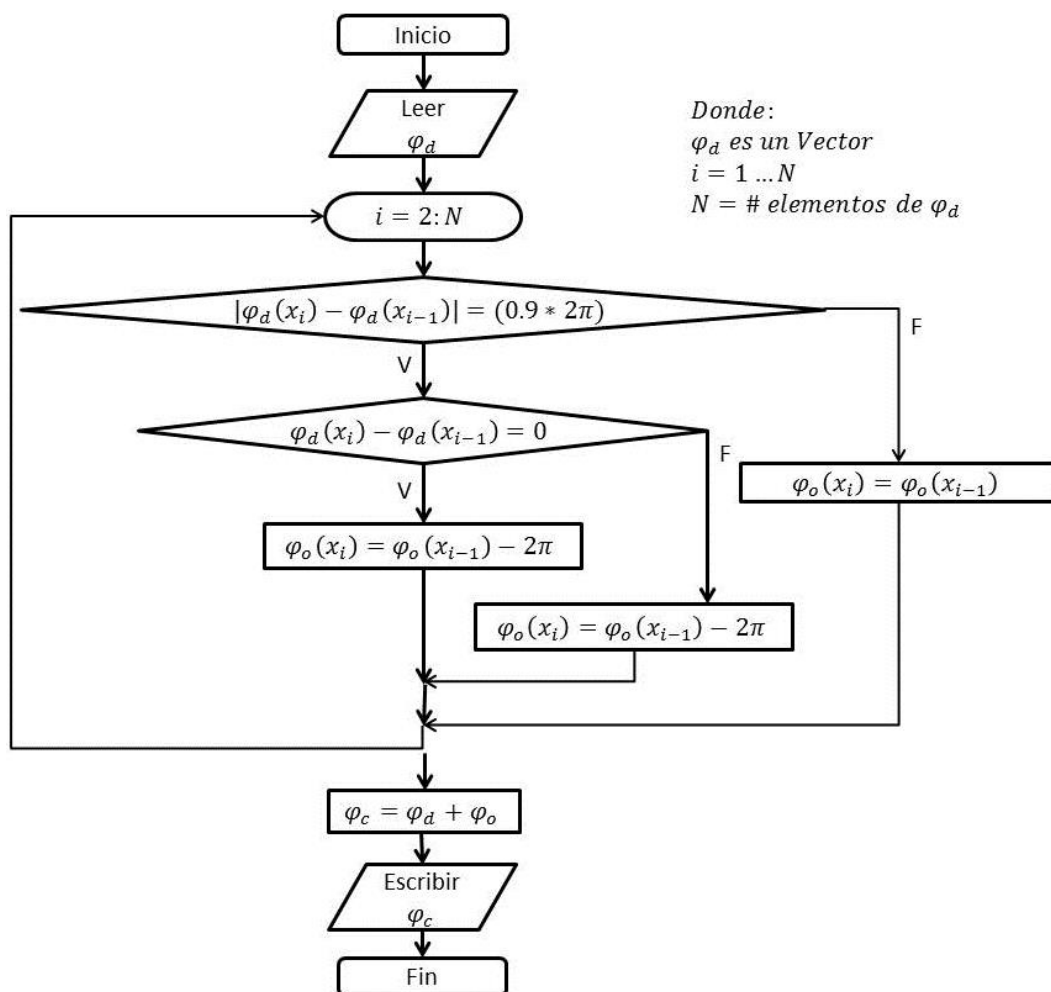
% --- Executes during object creation, after setting all
properties.
function slider1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to slider1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB

% Hint: slider controls usually have a light gray background.
if isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', [.9 .9 .9]);
end

```

## ANEXO B: Código en MATLAB® de la función *myUnwrapper.m*

### Diagrama de flujo



## Código en MATLAB®

```
function Phc = myUnwrapper(Phd)
% Takeda algorithm 1D for phase unwrapping
% Phd: Discontinuous phase distributions

N = length(Phd);
Pho = zeros(size(Phd)); % Offset phase distributions

for i=2:N
    if abs(Phd(i)-Phd(i-1))>(0.8*2*pi)
        if (Phd(i)-Phd(i-1))>0
            Pho(i) = Pho(i-1)-2*pi;
        else
            Pho(i) = Pho(i-1)+2*pi;
        end
    else
        Pho(i) = Pho(i-1);
    end
end
Phc = Phd + Pho; % Continuous phase distributions
end
```

## ANEXO C: Calculador del Índice de Refracción del Aire

El Calculador del índice de refracción del aire es una herramienta basada en la web para calcular el índice de refracción del aire y la longitud de onda de la luz en el aire como una función de varios parámetros de entrada, utilizando la ecuación de Ciddor o una versión modificada de la ecuación de Edlén.

← → emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Edlen.asp

### Index of Refraction of Air

Jack A. Stone and Jay H. Zimmerman

#### Vacuum Wavelength and Ambient Conditions

Based on Modified Edlén Equation

Input	Amount
Vacuum Wavelength:	633 Nanometers [nm] (300 to 1700)
Air Temperature:	20 Degrees Celsius (-40 to 100)
Atmospheric Pressure:	101.325 Kilopascals [kPa] (10 to 140)
Air Humidity:	50 Relative Humidity, Percent (0 to 100)

Calculate Wavelength in Ambient Air and Refractive Index of Air Reset

[Return to Top of Form](#) [Return to Top of Document](#)

Web Site Home: [Engineering Metrology Toolbox](#)  
Technical Inquiries: [Daniel S. Sawyer, Group Leader](#)  
Dimensional Metrology  
Semiconductor and Dimensional Metrology Division  
Physical Measurement Laboratory  
NIST, 100 Bureau Drive, Stop 8211, Gaithersburg, MD 20899-8211

The National Institute of Standards and Technology (NIST) is an agency of the U.S. Department of Commerce.  
NIST / PML / Semiconductor and Dimensional Metrology Division

NIST Program Questions: [Public Inquires Unit](#)  
(301) 975-NIST (6478) TTY (301) 975-8295

**Figura C1.** Página web del Calculador del índice de refracción del aire, basada en la ecuación modificada de Edlén.

Fuente: Tomado de NIST Physical Measurement Laboratory

Esta página web (<http://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Edlen.asp>) es destinada principalmente como una herramienta computacional que puede ser usada para

calcular el índice de refracción del aire para una determinada longitud de onda de luz y condiciones atmosféricas dadas (temperatura del aire, presión y humedad).