

**UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN**

**Facultad de Ciencias**

**Escuela Profesional de Física Aplicada**

**DETERMINACIÓN DE LA FORMA DE SÓLIDOS DISCONTINUOS  
MEDIANTE PERFILOMETRÍA DE PROYECCIÓN DE FRANJAS**

**TESIS**

**Presentada por:**

**Bach. Julio Cesar Torres Huichi**

**Para optar el Título Profesional de  
LICENCIADO EN FÍSICA APLICADA**

**TACNA - PERÚ**

**2025**



## Acta de sustentación de Tesis N° 425

En la ciudad de Tacna, en la sala de sesiones de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann, siendo las 09:30 horas del día 19 de Setiembre del 2024, estando presente el Jurado Calificador nominado por Resolución de Facultad N° 11034-2024-FACS-UN/FSB conформado por los siguientes docentes:

MSc. Carlos Armando Polo Bravo Presidente

Dr. Jesús Alfredo Chacaltana García Secretario

Dr. Jovanetty Ivan Choque Aquino Vocal

Acto seguido, se dio lectura a la Resolución correspondiente y del mismo modo se dio lectura al Artículo 22 del Reglamento de la Facultad de Ciencias. A continuación, el presidente del Jurado instó al Bachiller Jolio César Torres Huichi, a exponer la tesis titulada: "Determinación de la forma de sólidos discontinuos mediante perijometría de proyección de franjas", para optar el título profesional de: Licenciado en Física. Siendo las 10:15 horas, el tesista concluye su exposición en seguida se procedió a la formulación de las preguntas por parte de los miembros del Jurado Calificador. Terminada esta etapa, se invita a que los miembros de Jurado, emitan su calificación de acuerdo al reglamento. El promedio de calificación dio el siguiente resultado: Aprobado (por unanimidad) con el calificativo de 17 (Diecisiete) de acuerdo al Reglamento de Grados y títulos de la Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann. Siendo las 10:15h, se dio por concluida el acta de sustentación de la tesis, firmando los señores miembros del Jurado Calificador, en señal de conformidad.

MSc. Carlos Armando Polo Bravo  
Presidente

Dr. Jesús Alfredo Chacaltana García  
Secretario

Dr. Jovanetty Ivan  
Choque Aquino

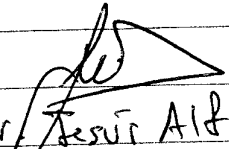


6

Fé de erratas del acta de sustentación de tesis N° 425.

Dice: " Para optar el título profesional de Licenciado en Física "

Debe decir: " Para optar el título profesional de Licenciado en Física Aplicada "

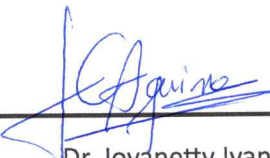

  
Dr. Jesús Alfredo  
Chacaltana García  
Secretario

## CONSTANCIA DE SIMILITUD

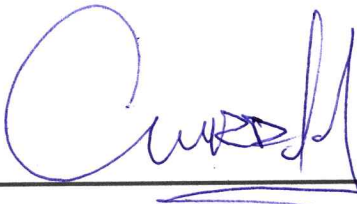

Yo, JOVANETTY IVAN CHOQUE AQUINO, docente adscrito al Departamento Académico de Física de la Facultad de Ciencias, en mi condición de asesor acreditado por Resolución de Facultad N° 10607-2023-FACI-UN/JBG de la tesis titulada: "**DETERMINACIÓN DE LA FORMA DE SÓLIDOS DISCONTINUOS MEDIANTE PERFILOMETRÍA DE PROYECCIÓN DE FRANJAS**", realizada por el Bachiller Julio Cesar Torres Huichi, según la revisión del software de **TURNITIN** al informe de tesis este tiene una **SIMILITUD DEL 10%**, por lo que se deja constancia que la tesis esté de acuerdo al nivel **PERMITIDO**.

Se expide la presente constancia, a solicitud del interesado para los fines que considera conveniente.

Tacna, 14 de agosto del 2024

  
  
Dr. Jovanetty Ivan Choque Aquino

Asesor de la Tesis

  
  
Bach. Julio Cesar Torres Huichi

Autor de la Tesis

## **Permisos**

©2024, Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann. Todos los derechos reservados

**“El autor autoriza a la UNJBG a reproducir la tesis en su totalidad o en parte, con fines estrictamente académicos.”**

Torres Huichi, Julio Cesar

[jctorresh@unjbg.edu.pe](mailto:jctorresh@unjbg.edu.pe)

982683800

*A mis estimados padres, Lucio y Teresa, les dedico esta tesis con profundo agradecimiento. Su apoyo inquebrantable y sabiduría han sido la brújula que ha guiado mi trayectoria académica. Este logro es también suyo, reflejo de su dedicación y amor incondicional.*

## AGRADECIMIENTOS

En el punto más alto de este logro académico, quiero expresar mi profundo agradecimiento primeramente a Dios, quien ha sido una fuente constante de inspiración y fortaleza.

Agradezco sinceramente al proyecto de investigación "Determinación de la morfología de partes del cuerpo humano mediante proyección de franjas para aplicaciones médicas", por su invaluable apoyo y financiamiento durante el desarrollo de mi tesis. La oportunidad de llevar a cabo esta investigación en sus instalaciones ha sido fundamental, proporcionándome un entorno propicio para el desarrollo de este proyecto académico.

Quiero reconocer especialmente al Dr. Ivan Choque, cuyo liderazgo en el proyecto fue una guía constante. Su apoyo y dirección fueron fundamentales para superar los desafíos y lograr el éxito en esta investigación.

Mi sincero agradecimiento también va dirigido a MSc Elisban Sacari, por su amistad y por compartir su experiencia en el desarrollo de tesis, facilitando el camino hacia la culminación de este proyecto.

Agradezco profundamente al profesor MSc. Carlos Polo por su orientación experta, que fue crucial para la presentación de esta tesis. También a Lic. Wilson Lanchipa, por su apoyo continuo y sus valiosos aportes.

Finalmente, dedico un agradecimiento especial a mis padres, Lucio y Teresa, cuyo apoyo incondicional y comprensión han sido el pilar fundamental en mi camino hacia la culminación de esta etapa académica. Este logro también es suyo.

A todos ustedes, muchas gracias por formar parte de este capítulo tan significativo en mi vida. Vuestra contribución ha sido invaluable y siempre la recordaré con gratitud.

# Índice general

Hoja de jurados firmada	I
Constancia de similitud	III
Índice general	VII
Índice de figuras	XI
Índice de cuadros	XIII
<b>Capítulo I: PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN</b>	<b>3</b>
1.1 Descripción del problema . . . . .	3
1.2 Formulación del problema . . . . .	4
1.2.1 Problema general . . . . .	4
1.2.2 Problemas específicos . . . . .	4
1.3 Justificación . . . . .	4
1.4 Alcances y limitaciones . . . . .	5
1.4.1 Alcances . . . . .	5
1.4.2 Limitaciones . . . . .	6
1.5 Objetivos . . . . .	6
1.5.1 Objetivo General . . . . .	6
1.5.2 Objetivos Específicos . . . . .	7

1.6	Hipótesis . . . . .	7
1.6.1	Hipótesis General . . . . .	7
1.6.2	Hipótesis específicas . . . . .	7
1.7	Operacionalización de las variables . . . . .	8
1.8	Marco metodológico . . . . .	8
1.8.1	Diseño de la investigación: . . . . .	9
1.9	Marco Conceptual . . . . .	10
<b>Capítulo II: FUNDAMENTO TEÓRICO</b>		<b>12</b>
2.1	Teoría de la Luz y Óptica . . . . .	12
2.1.1	Naturaleza de la luz . . . . .	12
2.1.2	Principios de la óptica geométrica y ondulatoria . . . . .	13
2.2	Metrología óptica . . . . .	14
2.3	Procesamiento digital de imágenes . . . . .	15
2.4	Proyección de franjas . . . . .	16
2.5	Métodos de proyección de franjas . . . . .	18
2.5.1	Técnica de moiré . . . . .	19
2.6	Métodos para la obtención de fase . . . . .	27
2.6.1	Método de Fourier-Takeda . . . . .	28
2.6.2	Transformada inversa de Fourier . . . . .	29
2.6.3	Desarrollo de la transformada de Fourier . . . . .	30
2.6.4	Método de desplazamiento de fase . . . . .	31
2.6.5	Desenvolvimiento de fase . . . . .	33
2.6.6	Desplazamiento de Fase vs Transformada de Fourier . . . . .	35
<b>Capítulo III: MATERIALES Y MÉTODOS</b>		<b>37</b>
3.1	Materiales y equipos . . . . .	37

3.1.1	Materiales . . . . .	37
3.1.2	Equipos . . . . .	37
3.2	Procedimiento 1: Implementación del Perfilómetro . . . . .	38
3.3	Procedimiento 2: Generación de los patrones de franjas sintéticas en MATLAB con desfase de $\pi/2$ . . . . .	40
3.4	Procedimiento 3: Implementación del algoritmo de medición de fase de cuatro pasos en MATLAB . . . . .	41
3.5	Procedimiento 4: Medición de la fase a partir de un conjunto de cuatro patrones de franjas desplazados en fase . . . . .	48
3.5.1	Medición de la Fase con Cuatro Pasos . . . . .	48
3.5.2	Pasos de la Medición de Fase . . . . .	49
3.6	Procedimiento 5: Pruebas y ajustes del perfilómetro . . . . .	50
3.7	Procedimiento 6: Evaluación de la aplicabilidad del perfilómetro . . . . .	51
<b>Capítulo IV: RESULTADOS</b>		<b>55</b>
4.1	Sólidos reconstruidos . . . . .	55
4.2	Perfilómetro implementado . . . . .	62
4.3	Franjas sintéticas en MATLAB generados . . . . .	64
4.4	Patrones de franjas adquiridos desde el perfilómetro . . . . .	64
4.5	Fase medida a partir de cuatro patrones de franjas . . . . .	65
4.6	Pruebas y ajustes del perfilómetro realizados. . . . .	72
4.7	Aplicabilidad del perfilómetro . . . . .	73
4.8	DISCUSIÓN DE RESULTADOS . . . . .	74
4.8.1	Discusión de los Resultados en la Determinación de la Forma de Sólidos Discontinuos . . . . .	74
4.8.2	Discusión de los resultados a la implementación del perfilómetro . . . . .	82

4.8.3	Discusión de los resultados de los patrones de franjas adquiridos desde el perfilómetro . . . . .	82
4.8.4	Discusión de los resultados de los programas para generación de franjas sintéticas y procesamiento de los patrones de franjas. . . . .	83
4.8.5	Discusión de los resultados de las pruebas y ajustes en el perfilómetro . . . . .	84
4.8.6	Discusión de los resultados a la evaluación de la aplicabilidad y versatilidad del perfilómetro . . . . .	85
<b>Capítulo V: CONCLUSIONES</b>		<b>86</b>
5.1	RECOMENDACIONES . . . . .	87
<b>ANEXOS</b>		<b>94</b>
<b>Matriz de consistencia</b>		<b>94</b>
<b>Anexo A:</b>	<b>Códigos en MATLAB para la generación de franjas sintéticas</b>	<b>94</b>
<b>Anexo B:</b>	<b>Algoritmo de medición de la fase y determinación de la forma de sólidos discontinuos en un espacio 3D</b>	<b>95</b>
<b>Anexo C:</b>	<b>Algoritmo de desenvolvimiento de fase</b>	<b>101</b>
<b>Anexo D:</b>	<b>Resultados de la determinación de la forma de sólidos con 20, 30, 40, 60 y 100 franjas</b>	<b>103</b>

# Índice de figuras

2.1	Procedimiento para realizar una medición en metrología óptica. . .	15
2.2	Esquema para implementar un perfilómetro de proyección de franjas.	17
2.3	Patrón de moiré . . . . .	19
2.4	Diagrama para la técnica de moiré por sombreado. . . . .	20
2.5	Rejilla para formar patrón de franjas . . . . .	22
2.6	Interferencia de dos frentes de onda planos. . . . .	23
2.7	Franjas sintéticas elaboradas en Matlab . . . . .	27
2.8	Espectro espacial de Fourier para un valor de $y$ fijo. . . . .	31
2.9	Fase envuelta . . . . .	36
3.1	Componentes del perfilómetro de proyección de franjas. . . . .	39
3.2	Diagrama de bloques del proceso para generar $N$ franjas sintéticas para MATLAB. . . . .	42
3.3	Diagrama de flujo del proceso de medición de fase utilizando la técnica de desplazamiento de fase de cuatro pasos en Matlab. . . .	47
3.4	Esquema para la alineación de un perfilómetro de proyección de franjas. . . . .	52
3.5	Análisis comparativo del resultado de la medición en 3D de la forma de una esfera con la esfera real. . . . .	53
4.1	Resultado de la determinación de la forma de una esfera de tecnopor.	59

4.2	Resultado de la determinación de la forma de un huaco retrato replica. . . . .	60
4.3	Resultado de la determinación de la forma de un segundo huaco retrato replica. . . . .	61
4.4	Fotografía donde se presente el perfilómetro implementado con materiales disponibles en laboratorio. . . . .	62
4.5	Franjas sintéticas elaboradas en Matlab. . . . .	64
4.6	Fotografías capturadas de las franjas desde el perfilómetro . . . . .	65
4.7	Fotografías capturadas de un objeto discontinuo desde el perfilómetro	66
4.8	Patrón de franjas cargadas en MATLAB . . . . .	67
4.9	Resultado de la fase medida de los patrones de referencia. . . . .	67
4.10	Resultado de la fase medida de los patrones de franja con el objeto.	68
4.11	Resultado de la diferencia de fase. . . . .	69
4.12	Resultado de desenvolvimiento de fase. . . . .	70
4.13	Resultado esperado que es la reconstrucción tridimensional de un solido discontinuo. . . . .	71
4.14	Perfilometro luego de las pruebas y ajustes realizadas. . . . .	72
4.15	Resultados del perfilómetro después del procesamiento con el algoritmo de desplazamiento de fase. . . . .	74
4.16	Resultado de la esfera reconstruida con 10 franjas . . . . .	76
4.17	Resultado de la esfera reconstruida con 50 franjas . . . . .	77
4.18	Resultado de la esfera reconstruida con 100 franjas . . . . .	78
4.19	Resultado del huaco reconstruido con 10 franjas . . . . .	79
4.20	Resultado del huaco reconstruido con 50 franjas . . . . .	79
4.21	Resultado del huaco reconstruido con 100 franjas . . . . .	80
4.22	Resultado del segundo modelo de huaco reconstruido con 10 franjas .	80

4.23	Resultado del segundo modelo de huaco reconstruido con 50 franjas .	81
4.24	Resultado del segundo modelo de huaco reconstruido con 100 franjas . . . . .	81

## Índice de cuadros

1.1	Operacionalización de las variables de estudio . . . . .	8
2.1	Comparación entre métodos de desplazamiento de fase y FaFourier-Takeda . . . . .	36
0.1	Matriz de consistencia . . . . .	93

## LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS

### SÍMBOLOS

- $f$  : Frecuencia.
- $N$  : Número de patrones de las franjas.
- $f_0$  : Densidad de las franjas.
- $\varphi$  : Fase envuelta.
- $\theta$  : Ángulo de sensibilidad.
- $\phi(x, y)$ : Fase desenvuelta.
- $z(x, y)$ : Mapa de alturas.

## SIGLAS

- DLP : Proyección Digital de Franjas (Digital Light Processing)
- CMOS : Semiconductor Complementario de Óxido Metálico (Complementary Metal Oxide Semiconductor)
- CCD : Dispositivo de Carga Acoplada (Charge-Coupled Device)
- PS : Desplazamiento de Fase (Phase Shifting)
- FPP : Perfilometría por Proyección de Franjas (Fringe Projection Profilometry)

## RESUMEN

La presente tesis aborda la implementación y aplicación de un perfilómetro de proyección de franjas para la determinación de la forma de sólidos discontinuos. El perfilómetro implementado consta de un proyector, una cámara de celular comercial y tres objetos de estudio: una esfera y dos réplicas de huacos retratos. Los procedimientos empleados comprende la implementación de un perfilómetro, la generación computacional de patrones de franjas, la proyección de los mismos sobre los objetos de estudio, la captura de imágenes de referencia y de los objetos, así como el procesamiento de los patrones de franjas y la obtención de los resultados finales.

La proyección de las franjas sobre los objetos de estudio permitió la captura de imágenes de alta resolución, tanto de referencia como de las deformaciones superficiales de las franjas inducidas por los objetos. El análisis de las franjas proyectadas, mediante técnicas de desplazamiento de fase, facilitó la extracción de información tridimensional sobre la morfología de los objetos estudiados. Los resultados obtenidos ofrecen una representación gráfica y detallada de las características geométricas de los objetos analizados,

Esta investigación validará la utilidad y efectividad del perfilómetro de proyección de franjas implementado en el laboratorio de óptica de la UNJBG para medir la morfología de sólidos discontinuos. Este equipo, fundamental para el proyecto "Determinación de la morfología de partes del cuerpo humano mediante proyección de franjas para aplicaciones médicas,"muestra un gran potencial en mediciones de la morfología de objetos en áreas como la medicina, la industria y la preservación del patrimonio cultural.

**Palabras claves:** Sólidos discontinuos, perfilometría, proyección de franjas, perfilómetro.

## ABSTRACT

This thesis deals with the implementation and application of a fringe projection profilometer for the determination of the shape of discontinuous solids. The implemented profilometer consists of a projector, a commercial cell phone camera and three study objects: a sphere and two portrait huaco replicas. The procedures employed comprise the implementation of a profilometer, the computational generation of fringe patterns, the projection of the fringe patterns on the study objects, the capture of reference images and of the objects, as well as the processing of the fringe patterns and the obtaining of the final results.

The projection of the fringes on the study objects allowed the capture of high resolution images, both of reference and of the surface deformations of the fringes induced by the objects. The analysis of the projected fringes, using phase shift techniques, facilitated the extraction of three-dimensional information on the morphology of the objects studied. The results obtained provide a detailed graphical representation of the geometric characteristics of the objects analyzed,

This research will validate the usefulness and effectiveness of the fringe projection profilometer implemented in the optics laboratory of the UNJBG to measure the morphology of discontinuous solids. This equipment, fundamental for the project "Determination of the morphology of human body parts by fringe projection for medical applications," shows great potential in measuring the morphology of objects in areas such as medicine, industry and preservation of cultural patrimony.

**Keywords:** discontinuous solids, profilometry, fringe projection, profilometer.

## INTRODUCCIÓN

En el ámbito de la metrología óptica, la técnica de proyección de franjas ha resurgido como un tema de gran interés, tanto en el sector académico como en el industrial. Esta técnica, enmarcada en la óptica, disciplina dedicada al estudio de la luz, resulta particularmente útil para la determinación de la forma de sólidos. A pesar de ser una técnica antigua, la proyección de franjas, particularmente en el uso de la técnica de desplazamiento de fase o Phase Shifting de 4 pasos, como se presenta en este trabajo, ofrece un enfoque novedoso para la implementación de un perfilometro de bajo costo.

Esta tesis aborda de manera integral los aspectos fundamentales de la perfilometría de proyección de franjas, desde la configuración del sistema experimental hasta el análisis de los datos obtenidos. El trabajo se realizó en el laboratorio de óptica ubicado en el centro de energías renovables de la UNJBG, empleando un proyector comúnmente utilizado para clases y una cámara de celular. Los resultados obtenidos se espera que contribuyan al avance del conocimiento en el campo de la metrología óptica y encuentren aplicaciones prácticas en diversas áreas de la ciencia y la tecnología.

La presente tesis se divide en cinco capítulos: Capítulo 1: Planteamiento del Problema: Este capítulo presenta el problema de investigación, los objetivos y la justificación del estudio.

Capítulo 2: Fundamento teórico: Este capítulo revisa la literatura existente sobre la técnica de proyección de franjas, el desplazamiento de fase y la perfilometría óptica.

Capítulo 3: Metodología: Este capítulo describe la metodología empleada para la investigación, incluyendo la configuración del sistema experimental, el proceso de adquisición de datos y el análisis de resultados.

Capítulo 4: Resultados y Discusión: Este capítulo presenta los resultados obtenidos y los discute en relación con la literatura existente.

Capítulo 5: Conclusiones: Este capítulo presenta las conclusiones de la investigación y las recomendaciones para futuras investigaciones.

## CAPÍTULO I

### PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

#### 1.1 Descripción del problema

La falta de un perfilómetro de proyección de franjas en el laboratorio de óptica de la Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann ha restringido significativamente nuestra capacidad para realizar análisis tridimensionales de sólidos discontinuos en el proyecto de investigación "Determinación de la morfología de partes del cuerpo humano mediante proyección de franjas para aplicaciones médicas". Esta limitación de equipamiento ha obstaculizado el desarrollo de investigaciones y la obtención de resultados precisos en la determinación de la forma de objetos discontinuos.

Actualmente, el laboratorio está en proceso de adquisición de un perfilómetro de proyección de franjas. No obstante, debido a retrasos burocráticos, se ha decidido explorar alternativas de bajo costo y accesibles para implementar un perfilómetro de proyección de franjas. Se están considerando los recursos disponibles, como un proyector multimedia comercial utilizado para dar clases y una cámara de celular común de gama media, para desarrollar un perfilómetro funcional.

Es así que, nos proponemos implementar un perfilómetro de proyección de franjas que utilice los recursos disponibles en el laboratorio. La validación de los resultados se realizará utilizando tres objetos de muestra: una esfera de tecnopor y dos réplicas de huacos retratos.

## 1.2 Formulación del problema

### 1.2.1 Problema general

¿Cómo se puede determinar la forma de sólidos discontinuos utilizando perfilometría de proyección de franjas?

### 1.2.2 Problemas específicos

- ¿Cómo implementar un perfilómetro utilizando un proyector multimedia comercial, una cámara de celular estándar y otros componentes disponibles en el laboratorio?
- ¿De qué manera se pueden adquirir patrones de franjas con desplazamiento de fase de  $\frac{\pi}{2}$  desde el perfilómetro de proyección de franjas?
- ¿Cómo desarrollar un programa en Matlab que permita analizar los patrones de franjas obtenidos desde el perfilómetro de proyección de franjas?

## 1.3 Justificación

La presente investigación se justifica por la necesidad imperiosa de atender una carencia fundamental en el laboratorio de óptica de la UNJBG, ubicado en el Centro de Energías Renovables. Esta carencia se refiere a la ausencia de un perfilómetro de proyección de franjas, herramienta indispensable para la realización de investigaciones en el ámbito de la determinación de la forma de sólidos discontinuos.

Ante esta situación, se plantea la necesidad de implementar un perfilómetro de bajo costo que pueda operar con los recursos disponibles en el laboratorio. Utilizando un enfoque creativo que aproveche un proyector multimedia comercial, una cámara de celular común de gama media y tres objetos de muestra, se pre-

tende implementar un perfilómetro eficiente para la reconstrucción computacional gráfica de objetos discontinuos.

La solución propuesta no solo resolverá la limitación actual, sino que también contribuirá al avance de la investigación en el campo de la óptica y la determinación de formas tridimensionales de objetos discontinuos. Además, proporcionará a los estudiantes de la universidad la oportunidad de adquirir experiencia práctica en el diseño, construcción y uso de equipos de medición óptica, lo que enriquecerá su formación académica y profesional.

## **1.4 Alcances y limitaciones**

### **1.4.1 Alcances**

El presente trabajo aborda la implementación de un perfilómetro en una configuración básica que integra un sistema de proyección de patrones de franjas sobre una superficie de un objeto discontinuo, acompañado por un sistema de adquisición de imágenes mediante una cámara fotográfica y un sistema de procesamiento de imágenes (PC y algoritmos). Conjuntamente, estos componentes constituyen un sistema de medición en la determinación de objetos discontinuos destinado a la representación tridimensional de los mismos con fines de investigación.

Se implementaran programas de procesamiento de imágenes utilizando el software de Matlab. Estos programas son necesarios para la recuperación de superficies discontinuas. La ejecución y desarrollo de este sistema se llevarán a cabo en las instalaciones del Centro de Energías Renovables de la UNJBG, sede del proyecto de investigación “Determinación de la morfología de partes del cuerpo humano mediante proyección de franjas para aplicaciones médicas”, proyecto que alberga el desarrollo de la presente tesis.

### **1.4.2 Limitaciones**

La precisión de las mediciones puede verse afectada por las características inherentes del proyector multimedia y la cámara de celular utilizados, lo que puede generar cierta incertidumbre en los resultados obtenidos. Además, la selección de los objetos de muestra se encuentra restringida por su tamaño, lo que impide, por ejemplo, la medición de objetos de gran envergadura. Además, se debe tener en cuenta la posible interferencia de factores externos durante la adquisición de imágenes, como las variaciones en la iluminación o los movimientos involuntarios de los objetos, los cuales podrían influir en la calidad de los resultados obtenidos.

Asimismo, es importante considerar las limitaciones en cuanto a los recursos financieros y tecnológicos disponibles para la implementación y desarrollo del perfilómetro, así como para la validación experimental de los resultados. Estas limitaciones pueden influir en la disponibilidad de equipos y software especializado, así como en la capacidad para realizar mediciones de referencia o comparativas que respalden los resultados obtenidos. Si bien este proyecto busca explorar y aprovechar recursos accesibles para la determinación de la forma de sólidos discontinuos, es importante tener en cuenta las limitaciones inherentes y los recursos disponibles.

## **1.5 Objetivos**

### **1.5.1 Objetivo General**

Determinar la forma de sólidos discontinuos mediante la aplicación de la perfilometría de proyección de franjas.

### 1.5.2 Objetivos Específicos

- Implementar un perfilómetro utilizando un proyector multimedia comercial, una cámara de celular estándar y otros componentes disponibles en el nuevo laboratorio de óptica.
- Obtener patrones de franjas con desplazamiento de fase de  $\frac{\pi}{2}$  utilizando el perfilómetro de proyección de franjas.
- Crear un programa en Matlab para analizar los patrones de franjas obtenidos desde el perfilómetro de proyección de franjas.

## 1.6 Hipótesis

### 1.6.1 Hipótesis General

Es posible determinar la forma de sólidos discontinuos mediante perfilometría de proyección de franjas.

### 1.6.2 Hipótesis específicas

- La implementación de un perfilómetro que incorpore un proyector multimedia comercial, una cámara de celular estándar y otros componentes accesibles en el laboratorio posibilitará la obtención de la forma de los objetos de estudio.
- Se plantea que la captura de patrones de franjas con un desplazamiento de fase de  $\frac{\pi}{2}$  utilizando el perfilómetro de proyección de franjas facilitará el procesamiento de imágenes.
- El desarrollo de un programa en Matlab para procesar los patrones de franjas capturados por el perfilómetro podría facilitar un procesamiento eficiente de estos patrones.

## 1.7 Operacionalización de las variables

La tabla 1.1 de operacionalización de variables a continuación organiza y define cómo se abordarán las variables en el estudio, esta tabla se estructura en cuatro columnas principales: Variable, Dimensión, Indicadores e Instrumento. Cada columna aborda un aspecto específico de la operacionalización:

**Tabla 1.1** Operacionalización de las variables de estudio

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	ESCALA DE MEDICIÓN
<b>VARIABLE INDEPENDIENTE</b>					
<b>Sólidos Discontinuos</b>	Objetos con superficies que presentan discontinuidades o irregularidades, en este caso, representados por una esfera de tecnopor y dos huacos retratos réplica.	Se utilizarán estos tres objetos como muestras para aplicar la técnica de perfilometría de proyección de franjas, con el fin de analizar y medir sus formas tridimensionales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Características geométricas</li> <li>▪ Discontinuidades superficiales</li> <li>▪ Material de las muestras</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Tipo de discontinuidad</li> <li>▪ Dimensiones físicas (diámetro, altura)</li> <li>▪ Naturaleza del material</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuantitativa (medición de dimensiones)</li> <li>▪ Cualitativa (observación de características)</li> </ul>
<b>VARIABLE DEPENDIENTE</b>					
<b>Forma de los Sólidos Discontinuos</b>	Configuración tridimensional que representa la topografía de los objetos analizados mediante la técnica de perfilometría de proyección de franjas.	Medición y análisis de la forma tridimensional de los sólidos discontinuos obtenida a partir de la fase medida utilizando técnicas de perfilometría de proyección de franjas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Precisión de la medición</li> <li>▪ Exactitud de la reconstrucción</li> <li>▪ Reproducibilidad</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Exactitud de la forma reconstruida</li> <li>▪ Detalles y nitidez de la reconstrucción</li> <li>▪ Consistencia en mediciones repetidas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Cuantitativa (medición de forma y altura)</li> <li>▪ Cualitativa (calidad visual)</li> </ul>

## 1.8 Marco metodológico

La investigación se enmarca dentro de un enfoque descriptivo y experimental, permitiendo un análisis y una implementación de las técnicas de perfilometría de proyección de franjas para la determinación de la forma de sólidos discontinuos.

El enfoque descriptivo se centra en explicar los procedimientos, algoritmos y metodologías utilizados en la perfilometría de proyección de franjas. Esto incluye la generación de patrones de franjas sintéticas en MATLAB, el procesamiento de

estos patrones para medir y desenvolver la fase, y la visualización en un espacio tridimensional. Dentro de este enfoque descriptivo, se detallan las características y propiedades tanto del hardware como del software utilizados. Esto abarca la descripción del perfilómetro, que incluye un proyector comercial común y una cámara de celular de gama media para capturar las imágenes del objeto, así como los algoritmos matemáticos implementados en MATLAB.

El enfoque experimental se materializa en la implementación y prueba de un perfilómetro de proyección de franjas. El proceso experimental se divide en varias etapas que a continuación se detalla.

### **1.8.1 Diseño de la investigación:**

La investigación se estructura en procedimientos, pruebas y evaluación, donde se implementara un perfilómetro utilizando recursos disponibles en el laboratorio, se realizarán pruebas de adquisición de patrones de franjas, y se evaluará la aplicabilidad del perfilómetro referente a los objetivos del proyecto de investigación “Determinación de la morfología de partes del cuerpo humano mediante proyección de franjas para aplicaciones medicas” proyecto que alberga la presente tesis.

#### **Procedimientos:**

- Implementación del perfilómetro.
- Generación de los patrones de franjas sintéticas en MATLAB con desfase de  $\pi/2$ .
- Implementación del algoritmo de medición de fase de cuatro pasos en MATLAB.
- Medición de la fase a partir de un conjunto de cuatro patrones de franjas desplazados en fase.

- Realización de pruebas y ajustes en el perfilómetro.
- Evaluación de la aplicabilidad del perfilómetro.

#### **Instrumentos de recolección de datos:**

- Perfilómetro implementado.
- Cámara de celular.
- Software Matlab.
- Equipos de medición para alineación del perfilómetro.
- Evaluación de la aplicabilidad del perfilómetro.

#### **Objetos de estudio (sólidos discontinuos)**

- Una esfera de poliestireno expandido (tecnopor).
- Dos huacos retratos replicas.

#### **Análisis de datos:**

Se utilizará la técnica de desplazamiento de fase con 4 pasos para el análisis de los patrones de franjas en MATLAB.

### **1.9 Marco Conceptual**

#### **Perfilometría de Proyección de Franjas**

Técnica de metrología óptica que utiliza la proyección de patrones de franjas sobre la superficie de un objeto para obtener su topografía tridimensional. Esta técnica es especialmente útil para medir formas complejas y superficies irregulares (Chávez, 2012).

## **Perfilómetro**

Dispositivo utilizado para medir la forma y las características tridimensionales de una superficie (Afonso et al., 2020). En esta investigación, el perfilómetro se construye utilizando un proyector multimedia comercial y una cámara de celular .

## **Objetos Discontinuos**

Superficies u objetos que presentan irregularidades, discontinuidades o complejidades en su forma (Chávez, 2012). En esta investigación, se incluyen objetos como esferas de tecnopor y réplicas de huacos retratos .

## **Desplazamiento de Fase**

Método utilizado en la proyección de franjas para obtener información detallada sobre la topografía de una superficie. Consiste en capturar múltiples imágenes de las franjas proyectadas con diferentes desplazamientos de fase, comúnmente  $\pi/2$ .

## **Análisis Digital de Imágenes**

Proceso de manipulación y análisis de imágenes digitales mediante el uso de software especializado, en este caso, Matlab. El objetivo es extraer información cuantitativa de las imágenes de franjas proyectadas.

## **Metrología Óptica**

Rama de la metrología que se ocupa de la medición de propiedades físicas utilizando métodos ópticos. En esta investigación, se emplea la técnica de proyección de franjas para realizar mediciones tridimensionales.

## CAPÍTULO II

### FUNDAMENTO TEÓRICO

#### 2.1 Teoría de la Luz y Óptica

##### 2.1.1 Naturaleza de la luz

La teoría de la luz es fundamental para comprender cómo interactúa la luz con los objetos y cómo podemos utilizarla para medir y entender nuestro entorno.

La luz exhibe propiedades de dualidad, comportándose tanto como partícula (fotón) y como onda electromagnética.

La dualidad onda-partícula de la luz es una característica única que se ha evidenciado en diversos experimentos a lo largo de la historia de la física. En ciertos experimentos, la luz se comporta como onda, exhibiendo fenómenos de interferencia y difracción. Sin embargo, en otros contextos, se manifiesta como partículas discretas llamadas fotones.

La energía ( $E$ ) de un fotón está relacionada con su frecuencia ( $f$ ) por la ecuación de Planck:  $E = hf$  donde  $h$  es la constante de Planck ( $6,62610^{-34} J \cdot s$ ). Esta ecuación es esencial para entender la relación entre la energía y la frecuencia de la luz (“Energy of Photon | PVEducation”, s.f.).

El efecto fotoeléctrico proporciona evidencia de la naturaleza de partícula de la luz. Este fenómeno describe cómo los fotones pueden liberar electrones de un material cuando inciden sobre él. La energía cinética de los electrones liberados depende de la frecuencia de la luz, no de su intensidad (Serway et al., 2015).

La teoría cuántica explica la dualidad de la luz de manera consistente. En esta teoría, la luz es descrita tanto como partícula o como onda, y la elección de la descripción depende del contexto experimental (Krane, 2019).

### 2.1.2 Principios de la óptica geométrica y ondulatoria

La óptica es una rama de la física que estudia el comportamiento de la luz. Se puede abordar desde dos perspectivas principales: la óptica geométrica y la óptica ondulatoria. Ambas perspectivas proporcionan herramientas interesantes para entender cómo la luz interactúa con objetos y cómo podemos utilizarla para obtener información.

#### Óptica Geométrica

La óptica geométrica describe el comportamiento de la luz mediante rayos, ignorando los aspectos ondulatorios. Sus principios fundamentales son la ley de Reflexión; Cuando la luz incide en una superficie, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.  $\theta_{incidente} = \theta_{reflejada}$ , y la ley de Refracción; cuando la luz pasa de un medio a otro, su velocidad cambia y se desvía, la ley de refracción se expresa como:  $n_1 \cdot \sin(\theta_{incidente}) = n_2 \cdot \sin(\theta_{refractada})$  donde  $n_1$  y  $n_2$  son los índices de refracción del primer y segundo medio, respectivamente. La óptica geométrica se utiliza también para describir la formación de imágenes en espejos y lentes. La ecuación del espejo y la ecuación de la lente son importantes para prever la posición y el tamaño de las imágenes.  $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$ , donde  $f$  es la distancia focal,  $d_o$  es la distancia del objeto y  $d_i$  es la distancia de la imagen (Jenkins, White et al., 1957).

#### Óptica Ondulatoria

La óptica ondulatoria considera la luz como ondas electromagnéticas y se centra en fenómenos como la interferencia y la difracción, a continuación se presenta la ecuación trigonométrica de una onda armónica en dos variables:

$$A(x, t) = A_0 \cos(kx - wt + \phi_0)$$

donde  $A_0$  es la amplitud,  $k$  es el número de onda,  $w$  es la frecuencia angular y  $\phi_0$  es la fase inicial. La interferencia óptica ocurre cuando dos o más ondas de luz se superponen. Pueden sumarse constructivamente o destructivamente y la difracción es la curvatura de las ondas alrededor de obstáculos o a través de rendijas, este fenómeno es esencial para comprender cómo se forman los patrones de franjas (Hecht, 1998).

## 2.2 Metrología óptica

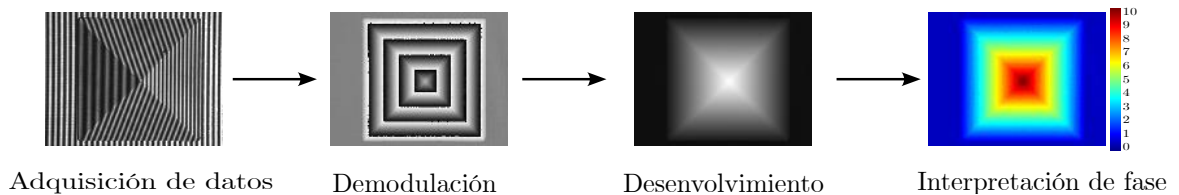
La metrología óptica es una disciplina que utiliza principios y técnicas ópticas para realizar mediciones tomando como las ondas de luz como escala para dimensionar objetos. Se basa en la interacción de la luz con la materia y es ampliamente aplicada en diversas áreas, desde la manufactura hasta la investigación científica. Para ello se emplea el fenómeno de interferencia, proyección de franjas, Moiré entre otros.

La realización de mediciones en metrología óptica implica una serie de pasos, los cuales se describen a continuación y se ilustran en la figura 2.1.

1. **Adquisición de datos:** El propósito consiste en obtener uno o varios patrones de franjas, siendo la información de la medición contenida en la fase. Las metodologías convencionales para la adquisición de datos incluyen la interferometría, el método moiré y la proyección de franjas.
2. **Demodulación:** En esta etapa, se realiza la extracción de la fase de los patrones de franjas, utilizando métodos matemáticos que comúnmente estiman la función de fase envuelta.
3. **Desenvolvimiento de fase:** El propósito de este proceso radica en la estimación de la función de fase continua a partir de la fase discontinua obtenida en la anterior etapa.

4. **Interpretación de fase:** En esta fase, se lleva a cabo la conversión de las unidades de fase a unidades que confieran significado físico a la medición.

Figura 2.1: Procedimiento para realizar una medición en metrología óptica.



*Nota:* Adaptado de Ordoñez Nogales, 2016.

### 2.3 Procesamiento digital de imágenes

Paralelamente al procesamiento óptico, los fundamentos esenciales del procesamiento digital de imágenes han sido establecidos durante muchos años, si bien su implementación se veía limitada por la carencia de computadoras capaces de realizar cálculos de elevada complejidad en lapsos temporales relativamente breves. Con la emergencia de computadoras de gran capacidad y memoria, surgió de manera natural el desarrollo de este ámbito.

Uno de los primeros centros pioneros en la ejecución del procesamiento digital fue el Laboratorio de Propulsión a Chorro en 1959, con el propósito de mejorar la calidad de las imágenes transmitidas por cohetes. Los resultados obtenidos en un periodo relativamente corto resultaron tan impresionantes que rápidamente se ampliaron las aplicaciones de este método a diversos campos. (“Procesamiento de Imágenes”, s.f.)

En otro aspecto importante de este proyecto, nos sumergimos en los principios fundamentales de la 'Imagen Digital'. La imagen digital se configura como el resultado de la discretización de una imagen, ya sea natural o sintética, en elementos de

imagen denominados píxeles. Puede conceptualizarse como una función bidimensional  $f(x, y)$ , donde  $x, y$  representan las coordenadas en el plano, y la magnitud  $f$  se refiere a la intensidad o nivel de gris en ese punto específico (Gonzalez et al., 2004).

En la actualidad, las técnicas de procesamiento de imágenes han experimentado un notable avance, impulsado por el desarrollo del hardware en sistemas informáticos, que incluye procesadores de alta velocidad, amplias capacidades de memoria RAM y hardware con aceleradores gráficos, entre otros. Estas características presentes en las computadoras personales permiten la adquisición y manipulación de imágenes y videos para aplicaciones de gran complejidad prácticamente en tiempo real.

La vanguardia del procesamiento de imágenes se atribuye, en gran medida, a los algoritmos matemáticos implementados en las imágenes con el fin de obtener resultados específicos.

## **2.4 Proyección de franjas**

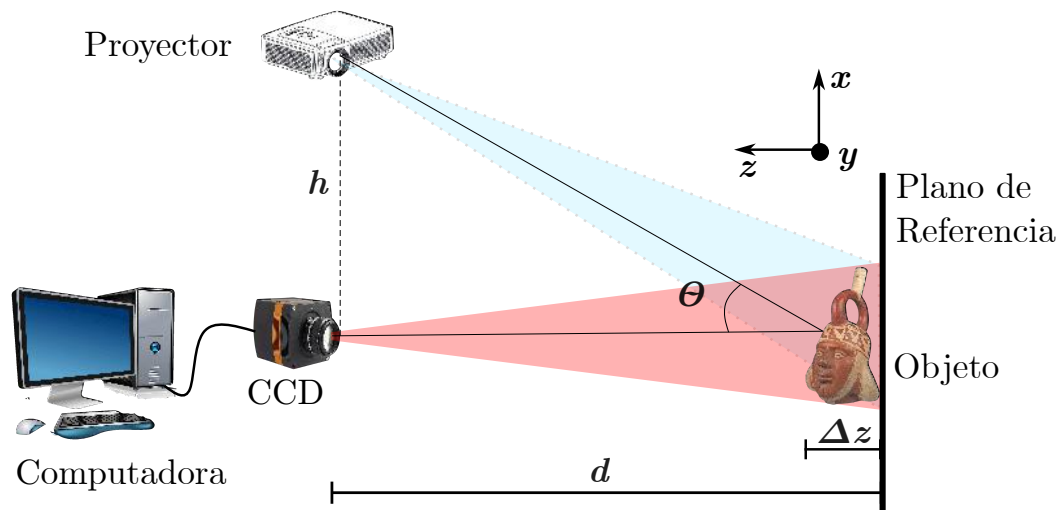
En el contexto ya de proyectar franjas existe una metodología inicialmente propuesta por Rowe y Welford que implica la proyección de patrones de intensidad en forma de franjas sobre un objeto, realizar una captura de las proyecciones resultantes y, finalmente, el análisis de las imágenes obtenidas para determinar mediciones de las formas de los objetos. (Rowe y Welford, 1967).

Con los avances tecnológicos, surge la técnica de Proyección Digital de Franjas (DLP, Digital Light Processing, por sus siglas en inglés), en la cual los patrones son generados de manera digital. La principal ventaja de la DLP radica en la simplicidad del dispositivo experimental, que consta de un proyector comercial, una cámara CCD (Charge-Coupled Device, por sus siglas en inglés) o una cámara

CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor) y una computadora para el análisis de datos, como se aprecia en la figura 2.2. Las técnicas de DLP pueden clasificarse según el número de capturas: de una sola captura o múltiples. Aquellas de una sola captura permiten medir objetos en movimiento con rapidez, mientras que las de múltiples capturas posibilitan obtener una mayor resolución.

En las metodologías que implican múltiples capturas, es factible emplear algoritmos de interferometría basados en el desplazamiento de fase para realizar la demodulación. En este contexto, se utilizan patrones de configuración sinusoidal o cosenoidal, proyectados secuencialmente y capturados mediante una CCD (dispositivo de carga acoplada), sin necesidad estricta de sincronización entre la cámara y el proyector. Las deformaciones sufridas por los patrones, inducidas por la topografía del objeto, contienen la información esencial para la recuperación de los datos de la medición.

Figura 2.2: Esquema para implementar un perfilómetro de proyección de franjas.



*Nota: Fuente: Elaboración propia.*

## 2.5 Métodos de proyección de franjas

La metodología de proyección de franjas constituye un enfoque óptico de no contacto en el cual se emplea luz estructurada con el propósito de proyectar un patrón de franjas sobre un objeto de análisis. En este contexto, existen diversas alternativas de patrones proyectados, entre los que se incluyen configuraciones cosenoidales, del tipo Ronchi o rejillas binarias. Sin embargo, destaca la prevalencia del patrón cosenoidal como la elección más común en la práctica (Munera et al., 2012).

Una de las virtudes inherentes a la metodología de proyección de franjas radica en la existencia de procedimientos que permiten la adquisición del mapa de fase con una única captura. Se trata de una técnica de carácter de campo completo, posibilitando la obtención de información simultánea en diversos puntos de la muestra y facilitando el análisis de objetos de variadas dimensiones (Brown, 2000). No obstante, un inconveniente asociado a esta técnica se manifiesta en su limitación a objetos con características de superficie lambertiana, esto significa que la superficie aparenta tener el mismo brillo desde cualquier ángulo, sin reflejos especulares (reflejos tipo espejo)(Nayar et al., 1989). Es importante destacar que se han creado métodos específicos para convertir objetos con superficies reflectantes en datos digitales. Estos métodos se basan en la proyección de patrones de franjas sobre la superficie del objeto, aprovechando su capacidad de reflejar la luz. (Serrano García et al., 2010).

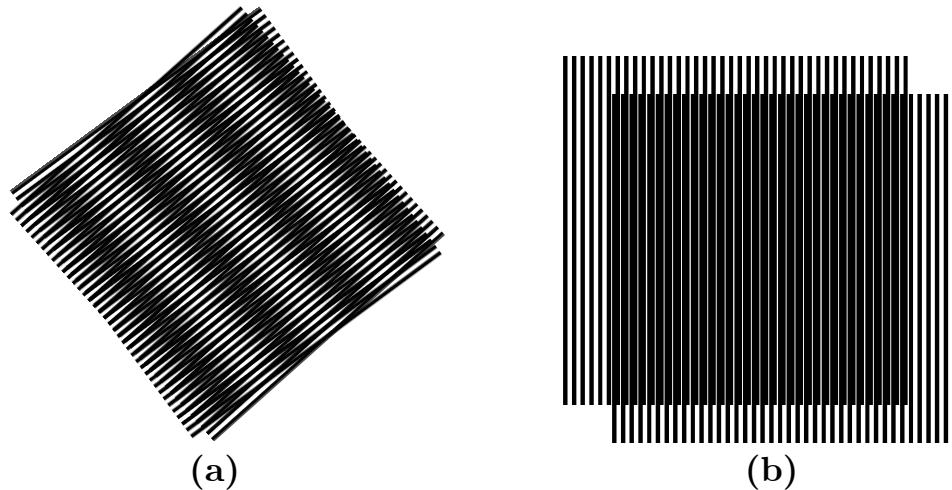
La creciente prominencia de esta metodología se atribuye principalmente a su versatilidad, eficiencia económica y su coherencia con las técnicas de análisis de interferogramas. Esto se debe a la amplia disponibilidad y reconocimiento generalizado de diversas herramientas asociadas a dicha técnica. A continuación se describe brevemente algunas técnicas existentes para proyectar patrones de

franjas.

### 2.5.1 Técnica de moiré

Un patrón de moiré se genera cuando dos patrones de franjas principales se superponen, creando un arreglo de franjas secundarias. Estas franjas secundarias emergen debido a que las rejillas de los dos patrones principales coinciden en cierto ángulo o presentan un ligero desplazamiento relativo entre sí (Gåsvik, 2002). en la figura 2.3 se logra apreciar los patrones de moiré.

Figura 2.3: Patrón de moiré



*Nota:* El patrón de moiré se puede generar de dos maneras: a) cuando las rejillas de los patrones están giradas a un ángulo específico entre sí, y b) cuando las rejillas de los patrones se desplazan ligeramente una respecto a la otra. *Fuente:* Elaboración propia

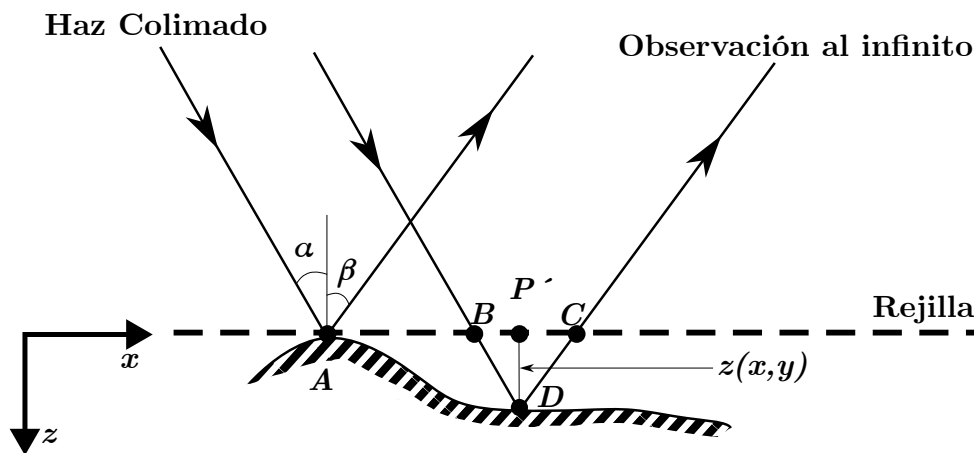
La técnica de moiré, de larga data en la historia de las mediciones, sigue siendo ampliamente empleada en la actualidad. Su utilización en diversas disciplinas se sustenta en su capacidad para abordar una variedad de aplicaciones, abarcando campos como la óptica, el análisis del movimiento ondulatorio, la evaluación de tensiones, la criptografía (Muñoz-Rodríguez y Rodríguez-Vera, 2004), y la medi-

cina (Moreno Yeras et al., 2003), entre otros.

### Moiré por sombreado

En esta situación, las franjas de moiré se originan debido a la superposición entre la rejilla y su sombra proyectada, lo que se denomina moiré por sombreado. La sombra de la rejilla experimenta distorsiones a causa de la forma del objeto, dando lugar a la observación de franjas de moiré en las rejillas distorsionadas, así como en aquellas de referencia (Malacara, 1992), (Gåsvik, 1992). La representación visual del método se presenta en la Figura 2.4.

Figura 2.4: Diagrama para la técnica de moiré por sombreado.



Nota: Tomado de Alexis, 2013

En la figura 2.4 se observa los componentes de la rejilla que se encuentran en la distancia  $AB$  se traducirán a una distancia  $AD$  sobre la superficie del objeto. Los elementos presentes en  $AD$  generarán un diseño de moiré cuando se comparan con los elementos de la rejilla ubicados en la distancia  $AC$ .

Mediante el análisis de la geometría del sistema, se puede calcular el valor de

$z$  de la siguiente manera:

$$z(x, y) = \frac{Na}{\tan \alpha + \tan \beta}$$

Donde  $N$  representa el orden de la franja. En cuanto a la fase, la ecuación previa puede ser expresada como (Alexis, 2013):

$$z(x, y) = \frac{\varphi}{2\pi} \frac{\alpha}{\tan \alpha + \tan \beta}$$

Es importante señalar que esta técnica carece de utilidad cuando el objeto es de dimensiones considerables, ya que su eficacia está condicionada al tamaño de la rejilla.

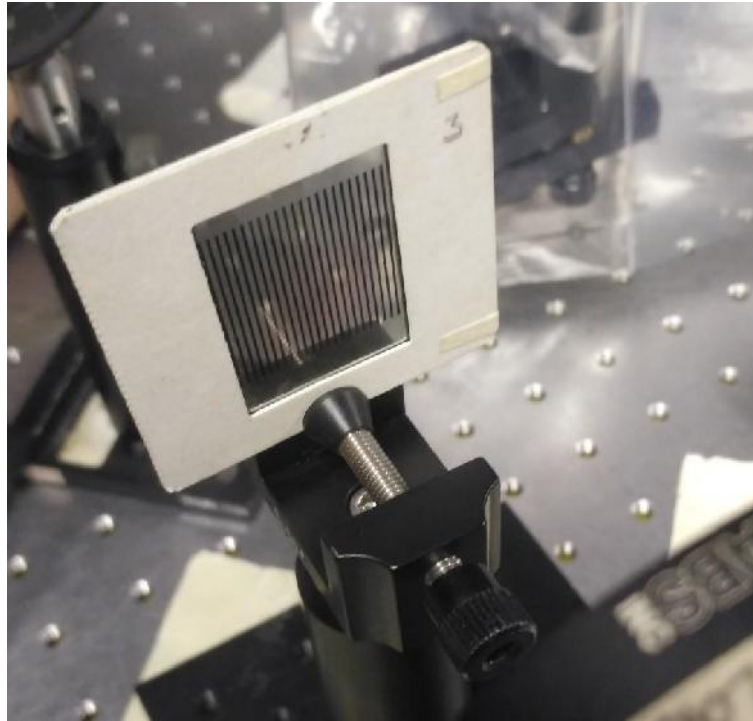
### **Moiré por proyección**

En la técnica de moiré por proyección, se emplea una rejilla de alta frecuencia que es proyectada sobre la superficie del objeto. Posteriormente, se genera la imagen de esta rejilla proyectada en otra rejilla de referencia, siendo esta última idéntica a la rejilla original y alineada de manera paralela a ella (K. Gasvik y Fourney, 1986) (Wu y Peng, 2006). Las franjas de moiré resultantes se configuran en el plano de la rejilla de referencia. Un ejemplo en la figura 2.5 se puede apreciar una rejilla física en forma patrón de franjas.

Este procedimiento se examina en dos situaciones distintas:

- Cuando los ejes ópticos de la proyección y de la observación son paralelos entre sí.
- Cuando los ejes ópticos presentan una inclinación uno con respecto al otro.

Figura 2.5: Rejilla para formar patrón de franjas



*Nota:* Tomado de: Alexis, 2013.

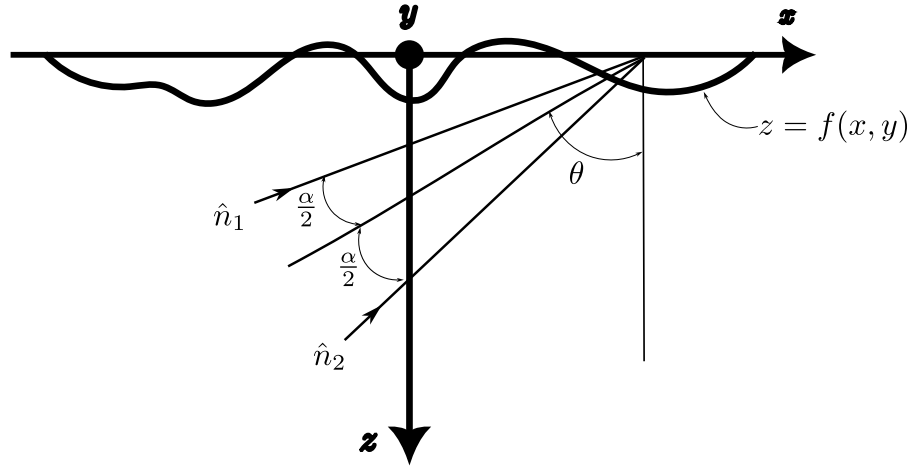
### **Proyección de franjas utilizando una fuente de luz colimada**

En esta sección, se desarrollan las ecuaciones relevantes para calcular la altura del objeto en unidades de longitud utilizando la geometría del arreglo.

Examinemos inicialmente la situación de la interferencia entre dos ondas planas (Figura 2.6), en la cual dos ondas planas,  $e^{ik\hat{n}_1\vec{r}}$  y  $e^{ik\hat{n}_2\vec{r}}$ , impactan en la superficie definida por  $z = f(x, y)$  (K. J. Gasvik, 1983).

Analizando el diagrama, los vectores de propagación  $\hat{n}_1$  y  $\hat{n}_2$  inciden sobre el plano  $(x, y)$  formando los ángulos  $\theta - (\frac{\alpha}{2})$  y  $\theta + (\frac{\alpha}{2})$  con respecto al eje  $z$ , y el patrón de interferencia resultante en la superficie del objeto está dada por (Alexis, 2013):

Figura 2.6: Interferencia de dos frentes de onda planos.



*Nota:* Generación de patrones de franjas producidas por la interferencia de dos frentes de onda planos con direcciones de propagación establecidas por los vectores  $\hat{n}_1$  y  $\hat{n}_2$ , adaptado de Alexis, 2013.

$$I = 2(1 + \cos \varphi) \quad (2.1)$$

Donde:

$$\varphi = k(\hat{n}_1 - \hat{n}_2) \cdot \vec{r} = \frac{2\pi}{d}(x \cos \theta + z \cos \theta) \quad (2.2)$$

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin(\frac{\alpha}{2})} \quad (2.3)$$

La ecuación 2.1 describe una rejilla cosenoidal con líneas paralelas a lo largo del eje  $y$  y con modulación en fase ocasionada por cambios en la altura  $z$ , con un periodo determinado por:

$$d_x = \frac{d}{\cos \theta} \quad (2.4)$$

Y en términos de frecuencia como:

$$f_x = \frac{1}{d_x} = \frac{\cos \theta}{d} \quad (2.5)$$

Suponiendo que se adquiere una imagen  $I_1$  del objeto definido por  $z_1 = f_1(x, y)$  seguida de la captura de una imagen  $I_2$  del plano de referencia que sostiene el objeto, representado por  $z_2 = f_2(x, y)$ . Al emplear la ecuación 2.1, se calcula la disparidad entre ambas imágenes de la siguiente manera:

$$I_1 - I_2 = 2(1 + \cos \varphi_1) - 2(1 + \cos \varphi_2) \quad (2.6)$$

$$I_1 - I_2 = 4 \sin \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \sin \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} \quad (2.7)$$

De la ecuación 2.2.:

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{d}(x_1 \cos \theta_1 + z_1 \sin \theta_1) \quad (2.8)$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{d}(x_2 \cos \theta_2 + z_2 \sin \theta_2) \quad (2.9)$$

Dado que los ángulos de incidencia,  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ , no experimentan alteraciones, y el enfoque está únicamente en cambios en  $z$ ,  $x_1 = x_2 = x$ , se deduce que:

$$I_1 - I_2 = 4 \sin \left[ \frac{\pi}{d}(z_2 - z_1 \sin \theta) \right] \sin \left[ \frac{2\pi}{d}(x \cos \theta + \frac{z_2 + z_1}{2} \sin \theta) \right] \quad (2.10)$$

Observamos que esta función refleja las franjas proyectadas originalmente (a excepción de una leve variación en la fase), las cuales están moduladas en amplitud por un factor de:

$$4 \sin \left[ \frac{\pi}{d} (z_2 - z_1 \sin \theta) \right] \quad (2.11)$$

Teniendo un mínimo cuando:

$$\frac{\pi}{d} (z_2 - z_1) \sin \theta = n\pi \quad (2.12)$$

Sabiendo que:

$$\Delta z = z_2 - z_1 = \frac{nd}{\sin \theta} \quad (2.13)$$

$$z = \frac{\varphi}{2\pi} \frac{d}{\sin \theta} \quad (2.14)$$

La ecuación 2.14 describe la topografía del objeto cuando se ilumina con un haz colimado (K. J. Gasvik, 1983). Donde  $\varphi$  es la diferencia de fase entre el objeto bajo prueba y el plano de referencia,  $d$  representa el periodo de las franjas proyectadas, y  $\theta$  es el ángulo formado entre el punto de observación y la fuente de iluminación colimada.

### **Franjas Sintéticas elaboradas en Matlab**

En esta técnica, se crea un patrón de franjas sintético utilizando secuencias e instrucciones en Matlab, el patrón puede ser sinusoidal, cosenoidal, cuadrado o triangular, según los objetivos de medición, se establece la frecuencia, fase y amplitud del patrón de franjas como parámetros iniciales para desarrollar el algoritmo en el entorno Matlab, y se simula la proyección del patrón de franjas en la superficie del objeto de interés con la ayuda de un proyector multimedia comercial, en la figura 2.7 se aprecia los resultados del algoritmo desarrollado en Matlab y el patrón es de forma cosenoidal.

El patrón de franjas deformado por la presencia del objeto constituye la referencia esencial para la obtención de la forma del objeto en el proceso de medición. Este aspecto reviste una significativa importancia, lo cual ha motivado la exploración de diversas alternativas. La generación de patrones de franjas puede llevarse a cabo mediante enfoques tanto digitales como analógicos (Frankowski et al., 2000)

Aunque cada enfoque posee sus propias ventajas, en términos generales, los métodos digitales se destacan por su flexibilidad y capacidad de reproducción, mientras que los métodos analógicos pueden proporcionar señales con un menor contenido armónico. Entre las opciones analógicas, las rejillas ronchi se destacan por su mayor costo de operación, en contraste con las franjas sintéticas que son elaboradas digitalmente, aunque con más practicidad, ofrecen beneficios adicionales. Un ejemplo común de patrón utilizado en este contexto son las franjas cosenoidales con un periodo constante, ilustradas en la figura 2.7.

El patrón mostrado en la figura 2.7 es una solución de la ecuación siguiente:

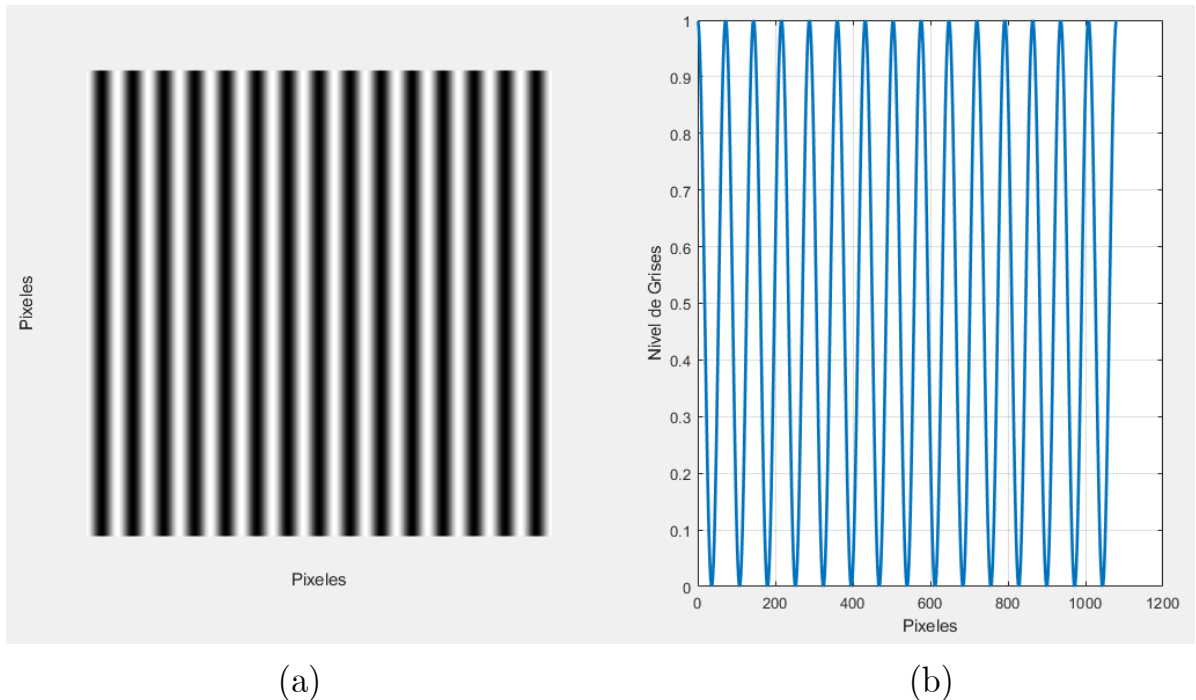
$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\varphi(x, y)) \quad (2.15)$$

En donde  $a(x, y)$  describe la iluminación de fondo,  $b(x, y)$  representa las variaciones de reflectancia del objeto y  $\varphi(x, y)$  está dada por:

$$\varphi(x, y) = 2\pi f_0(x, y) + \phi(x, y) \quad (2.16)$$

En la ecuación (2.16), donde  $f_0$  representa la frecuencia espacial de la señal portadora y  $\varphi(x, y)$  es la componente asociada a la fase, se utiliza este término para la estimación de la forma del objeto. Algoritmos de extracción de fase, tales como la transformada de Fourier y el método de desplazamiento de fase, pueden aplicarse para obtener la fase envuelta a partir de uno o varios patrones de franjas.

Figura 2.7: Franjas sintéticas elaboradas en Matlab



*Nota:* (a) Patrón de franjas cosenoidal generado sintéticamente en Matlab, (b) Corte vertical del patrón en donde se puede apreciar la modulación cosenoidal de la intensidad de la luz. *Fuente:* de elaboración propia.

## 2.6 Métodos para la obtención de fase

Un aspecto crucial de estas técnicas radica en la medición precisa de la fase, ya que esta variable está directamente vinculada con la profundidad en cada punto de la superficie de la muestra.

En esta sección, se presentan y detallan dos metodologías para la recuperación de la fase. En primer lugar, se aborda la técnica de Fourier-Takeda, seguida por la descripción de la técnica de desplazamiento de fase (PS, por sus siglas en inglés Phase Shifting).

### 2.6.1 Método de Fourier-Takeda

La transformada de Fourier realiza una conversión de coordenadas espaciales a frecuencias, permitiendo la representación de cualquier curva o superficie como la suma de un conjunto, posiblemente infinito, de funciones seno y coseno. En el dominio de Fourier, también conocido como el dominio de la frecuencia, la imagen se caracteriza por los parámetros de estas funciones trigonométricas.

Este dominio de la frecuencia recibe su denominación debido a que los parámetros de una curva senoidal son la amplitud y la frecuencia. La capacidad de convertir una imagen en una representación en el dominio de la frecuencia implica que la imagen puede contener información tanto de alta como de baja frecuencia. Si el nivel de gris en una porción específica de la imagen cambia gradualmente a lo largo de las columnas, se representaría en el dominio de la frecuencia como una función senoidal o cosenoidal de baja frecuencia. Por otro lado, un cambio rápido, como el de un borde, tendría componentes de alta frecuencia.

Por consiguiente, es posible diseñar filtros que eliminen o resalten las frecuencias en la imagen, lo que a veces tiene un efecto reconstructivo. Dado que el ruido consiste principalmente en información de alta frecuencia, la aplicación de filtros de alta frecuencia tiende a reducir el nivel de ruido. Sin embargo, este proceso también puede tener el efecto no deseado de reducir los bordes.

La transformada de Fourier descompone una imagen (o una señal en una dimensión) en un conjunto de componentes senoidales y cosenoidales. Es crucial preservar la separación de estas componentes, por lo que se emplea un vector en la forma (coseno, seno) en cada punto del dominio de la frecuencia de la imagen. En otras palabras, los valores de los píxeles en el dominio de la frecuencia de la imagen se representan como vectores componentes, siendo una manera práctica de expresarlos mediante números complejos (Ghiglia y Pritt, 1998).

En una dimensión, la transformada de Fourier de  $f(x)$  de una función continua es representada en la siguiente ecuación:

$$F(w) = \int_{t_0}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

En el caso de haber realizado un muestreo de la función de manera que ahora sea discreta, la integral se transforma en la suma de los puntos muestreados, tal como se expresa en la siguiente ecuación.

$$F(w) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k)e^{-\frac{2\pi j\omega k}{N}}$$

Si la función  $f(k)$  es una curva muestreada del seno, entonces la transformada de Fourier  $F(w)$  debe producir un solo punto que muestra los parámetros de la curva.

### 2.6.2 Transformada inversa de Fourier

La operación inversa de la transformada de Fourier deshace la transformación; al aplicar la transformada de Fourier a un conjunto de datos, la operación inversa reconstruirá los datos originales. Esta relación es análoga a la que existe entre las funciones logarítmica y exponencial, en la cual una función deshace la acción de la otra. La fórmula para el cálculo de la transformada discreta de Fourier se presenta en la siguiente ecuación.

$$F(k) = \frac{1}{N} \sum_{w=0}^{N-1} f(w)e^{\frac{2\pi j\omega k}{N}}$$

La diferencia está en la transformada directa en el signo del exponente. Además de su aplicación para facilitar la filtración de frecuencias específicas, la transfor-

mada de Fourier presenta otras propiedades valiosas que resultan esenciales en el análisis de datos bidimensionales. Desde la perspectiva del procesamiento de imágenes, una de las consideraciones más significativas es que la convolución resulta considerablemente más sencilla en el dominio de la frecuencia en comparación con el dominio espacial. En efecto, una convolución se reduce a simplemente multiplicar punto a punto las transformadas de Fourier de las dos imágenes sujetas a la operación de convolución (“Phase unwrapping”, s.f.).

### 2.6.3 Desarrollo de la transformada de Fourier

La representación de una rejilla deformada mediante una ecuación puede entenderse como un conjunto de señales moduladas en fase,  $\phi(x, y)$ , con una amplitud  $r(x, y)$  y una frecuencia espacial portadora. Dado que la fase contiene información crucial acerca de la forma tridimensional a medir, el desafío radica en la separación de  $\phi(x, y)$  del resto de la información. Se adoptará la notación comúnmente empleada en diversas fuentes, que implica una representación en forma exponencial en lugar de la expansión en series de Fourier. La elección de esta notación tiene como objetivo proporcionar una explicación más clara de los procedimientos asociados al método de la Transformada de Fourier, tal como se ilustra en la siguiente ecuación:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos [2\pi f_0 + \phi(x, y)]$$

En esta expresión, para mantener la coherencia con las variables utilizadas en la literatura,  $a(x, y)$  representa la distribución no uniforme de la reflectividad sobre la superficie del objeto. En cuanto a  $b(x, y)$ ,  $\phi(x, y)$  y  $f_0$ , se refieren a la intensidad, la fase y la frecuencia espacial, respectivamente, del patrón de franjas.

Al realizar una conversión exponencial, se obtiene la siguiente ecuación:

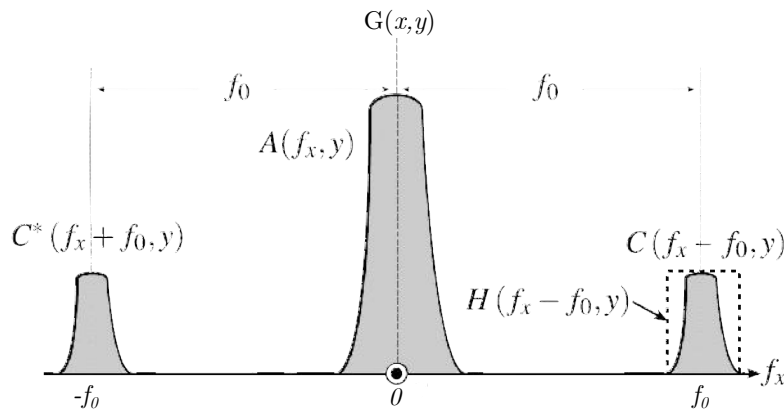
$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{2\pi f_0 x} + c(x, y)e^{-2\pi f_0 x}$$

La transformada unidimensional de Fourier de la ecuación anterior para cada variable de  $x$  únicamente, con  $y$  manteniéndose fija obtenemos la siguiente ecuación

$$G(x, y) = A(f, y) + C(f + f_0, y) + C(f - f_0, y)$$

Donde  $G$ ,  $A$  y  $C$  representan el espectro de Fourier y  $f$  representa la frecuencia espacial en la dirección de  $x$  y  $y$  siendo tratada como una variable fija, y asumiendo que  $a(x, y)$ ,  $b(x, y)$  y  $\phi(x, y)$  tienen frecuencias mucho menores que  $f_0$  entonces la ecuación anterior se muestra en la figura 2.8.

Figura 2.8: Espectro espacial de Fourier para un valor de  $y$  fijo.



*Nota:* Adaptado de Nogales et al., 2005.

#### 2.6.4 Método de desplazamiento de fase

El procedimiento de desplazamiento de fase implica la adquisición de varias imágenes. En este método, se proyectan  $N$  patrones de franjas, comenzando co-

múnmente con una fase inicial de cero. La fase se ajusta progresivamente a medida que  $N$  aumenta en incrementos de  $\Delta\psi$  (Malacara, 1992).

Para un número de patrones  $n = 0, 1, 2, 3N - 1$  el cambio de fase está dado normalmente por:

$$\Delta y = w \cdot n \quad (2.17)$$

Todos los  $N$  patrones de franjas tienen la siguiente forma:

$$I_k = I_A + I_B \cos(\phi(x, y) + w \cdot n) \quad (2.18)$$

En el contexto de este trabajo de tesis, se emplea específicamente un algoritmo de cuatro etapas. A continuación, se expone el desarrollo matemático destinado a la obtención de la fase, haciendo uso de dicho algoritmo junto con la técnica de desplazamiento de fase.

Dentro del marco del algoritmo de cuatro pasos, se emplean cuatro interferogramas que incorporan un cambio de fase de  $\frac{\pi}{2}$  en cada paso. La expresión matemática que describe la intensidad para cada uno de estos pasos es la siguiente:

$$I_0(x, y) = I_A(x, y) + I_B(x, y) \cos[\phi(x, y)] \quad (2.19)$$

$$I_1(x, y) = I_A(x, y) + I_B(x, y) \cos\left[\phi(x, y) + \frac{\pi}{2}\right] \quad (2.20)$$

$$I_2(x, y) = I_A(x, y) + I_B(x, y) \cos[\phi(x, y) + \pi] \quad (2.21)$$

$$I_3(x, y) = I_A(x, y) + I_B(x, y) \cos\left[\phi(x, y) + \frac{3\pi}{2}\right] \quad (2.22)$$

Aplicando la función trigonométrica:

$$\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B \sin A \cdot \sin B \quad (2.23)$$

A las ecuaciones anteriores y mediante pasos algebraicos se llega a:

$$I_3 - I_1 = 2I_B(x, y) \sin [\phi(x, y)] \quad (2.24)$$

$$I_0 - I_2 = 2I_B(x, y) \cos [\phi(x, y)] \quad (2.25)$$

De donde la fase se puede obtener como:

$$\phi(x, y) = \arctan \left[ \frac{(I_3 - I_1)}{I_0 - I_2} \right] \quad (2.26)$$

### 2.6.5 Desenvolvimiento de fase

El desenvolvimiento de fase constituye un proceso computacional mediante el cual se reconstruye una superficie denominada  $\phi$  a partir de su forma envuelta  $\psi$ . En ausencia de ruido,  $\psi(x)$  se expresa como  $\phi(x) + 2\pi k(x)$ , donde  $k(x)$  es una función entera que cumple con  $-\pi < \psi\pi$ . El desafío del desenvolvimiento de fase ha captado significativamente la atención en años recientes, siendo una faceta integral de diversas aplicaciones en el procesamiento de señales coherentes, como el Radar Interferométrico de Apertura Sintética (ISAR, por sus siglas en inglés "Interferometric Synthetic Aperture Radar"), Interferometría Óptica y Perfilometría por Transformada de Fourier. No obstante, los valores reales de fase no pueden extraerse directamente de la señal física debido a que ciertos algoritmos alteran la señal de manera que sus valores quedan limitados a un rango de  $\pm\pi$  radianes. Lo

único que se puede obtener de estos métodos es la fase envuelta (Ferretti et al., 2007).

Como se ha mencionado previamente, la fase está restringida a valores en el intervalo de  $-\pi$  a  $\pi$ ; no obstante, cuando supera este rango, la fase salta a  $\pi$  o  $-\pi$ . Por cada salto negativo de  $2\pi$ , es necesario agregar  $\pi$ , mientras que por cada salto positivo se requiere restar otros  $2\pi$ .

El proceso de desenvolvimiento busca proporcionar una estimación de la función de fase real  $\phi$ , dada la función  $\psi$ , lo cual se convierte en un problema altamente complejo (Wyant, 2000). En primer lugar, la relación entre  $\phi$  y  $\psi$  es no lineal. Además, en aplicaciones interferométricas o de triangulación activa, donde se procesa información del mundo real, el ruido en la fase medida resulta inevitable, complicando aún más la tarea ya desafiante. Otro problema recurrente es la capacidad para distinguir entre envolventes de fase genuinas generadas por la función arco tangente y los saltos en la fase ocasionados por discontinuidades en el objeto.

En términos más generales, el algoritmo básico de desenvolvimiento de fase 1D se describe de la siguiente manera: se inicia con el primer punto y se compara con el segundo; si la diferencia entre ambos es igual o mayor a  $2\pi$ , se suma o resta, según el signo de la primera diferencia  $2\pi$ , a todos los puntos a partir del segundo. Este procedimiento se repite hasta completar la línea de información. Si no hay saltos, se prosigue hasta detectar un salto, momento en el cual se lleva a cabo el desenvolvimiento.

En el contexto de trabajar con mapas de fase, el desenvolvimiento unidimensional (1D) se revela insuficiente y, en la mayoría de las instancias, inapropiado, por lo que se requiere encontrar un método que opere en dos dimensiones (2D). Con el avance de aplicaciones que emplean mapas de fase, como ciertos micros-

copios electrónicos y sistemas de radar de apertura sintética, se han concebido numerosos algoritmos bidimensionales de desenvolvimiento de fase, que varían en complejidad.

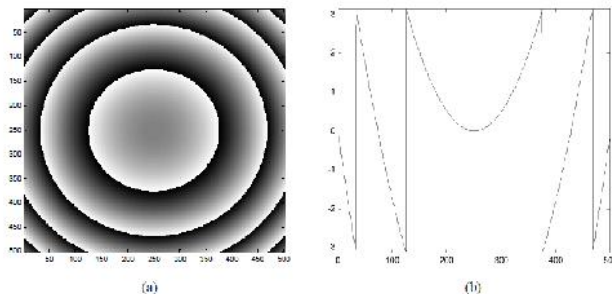
Como se mencionó previamente en relación con el desenvolvimiento de fase, este tiene aplicaciones significativas en contextos militares, médicos, industriales, entre otros, dentro del ámbito del procesamiento digital de imágenes. La operación fundamental de dicho procesamiento depende de la extracción de una señal de fase de la imagen de entrada. El desenvolvimiento de fases constituye una de las áreas de investigación más activas en el campo del procesamiento digital de imágenes y ha sido objeto de exhaustivas investigaciones. A pesar de la diversidad de algoritmos propuestos para el desenvolvimiento de fase, es importante señalar que pueden generar resultados variados y no garantizar una solución perfecta, siendo posible en algunos casos la inexistencia de una solución que asegure un resultado óptimo.

En los métodos de desenvolvimiento de fase previamente explorados, se hace uso de la función arcotangente, resultando en una fase que se encuentra encapsulada en un intervalo de  $[\pi, \pi]$ . Esta limitación conduce a saltos y discontinuidades en la fase entre píxeles contiguos, como se ilustra en la Figura 2.9, que ejemplifica la naturaleza envuelta de la fase.

Las discontinuidades en la fase surgen en cada ocasión en que se produce un cambio de  $2\pi$ . Si el valor de  $\varphi$  aumenta, la pendiente de la curva es positiva, mientras que disminuye en el caso contrario.

### **2.6.6 Desplazamiento de Fase vs Transformada de Fourier**

Figura 2.9: Fase envuelta



*Nota:* (a) Fase envuelta (b) Representación del perfil de la fase envuelta mostrado en a), este perfil está envuelto dentro de un rango de  $(\pi, \pi)$ . *Fuente:* Adaptado de Alexis, 2013

**Tabla 2.1** Comparación entre métodos de desplazamiento de fase y FaFourier-Takeda

Característica	Desplazamiento de Fase	FaFourier-Takeda
Resolución espacial	<i>Alta</i>	<i>Alta</i>
Precisión de la fase	<i>Alta (aumenta con más interferogramas)</i>	<i>Moderada</i>
Sensibilidad a vibraciones	<i>Alta</i>	<i>Baja</i>
Captura de imágenes	<i>Múltiples</i>	<i>Única</i>
Aplicaciones	<i>Ideal para mediciones estáticas de alta precisión</i>	<i>Ideal para mediciones en tiempo real o con objetos en movimiento</i>
Entornos preferidos	<i>Laboratorios de investigación, metrología</i>	<i>Entornos industriales, líneas de producción</i>
Ventajas	<i>Alta precisión espacial, ajustable</i>	<i>Rápido, resistente a vibraciones</i>
Desventajas	<i>Sensible a vibraciones, requiere múltiples capturas</i>	<i>Menor precisión de fase</i>

## CAPÍTULO III

### MATERIALES Y MÉTODOS

En este capítulo se describen los materiales utilizados y los procedimientos llevados a cabo para alcanzar los objetivos propuestos en la presente investigación.

#### 3.1 Materiales y equipos

##### 3.1.1 Materiales

Para la toma de muestras se utilizaron los siguientes materiales

- 1 mesa donde se instalara los equipos del perfilómetro.
- 1 esfera de tecnopor, como muestra de objeto.
- 2 replicas de huacos retratos, como muestras de objetos discontinuos.
- 2 cartulina cartón para el panel de referencia.
- 1 cinta de doble pegado, para sujetar las muestras.
- 1 trípode para sujetar la cámara de celular.
- 1 cinta métrica, para medir las distancias.

##### 3.1.2 Equipos

Para la implementación del perfilómetro y procesamiento de las imágenes se utilizaron los siguientes equipos:

- 1 laptop, para la carga de los patrones de franjas.
- 1 Proyector multimedia, para proyectar las franjas al objeto.
- 1 cámara fotográfica de celular, para la captura de la imágenes del objeto.

- 1 PC con el software Matlab con version R2023b instalada, para el procesamiento de las imagenes

### **3.2 Procedimiento 1: Implementación del Perfilómetro**

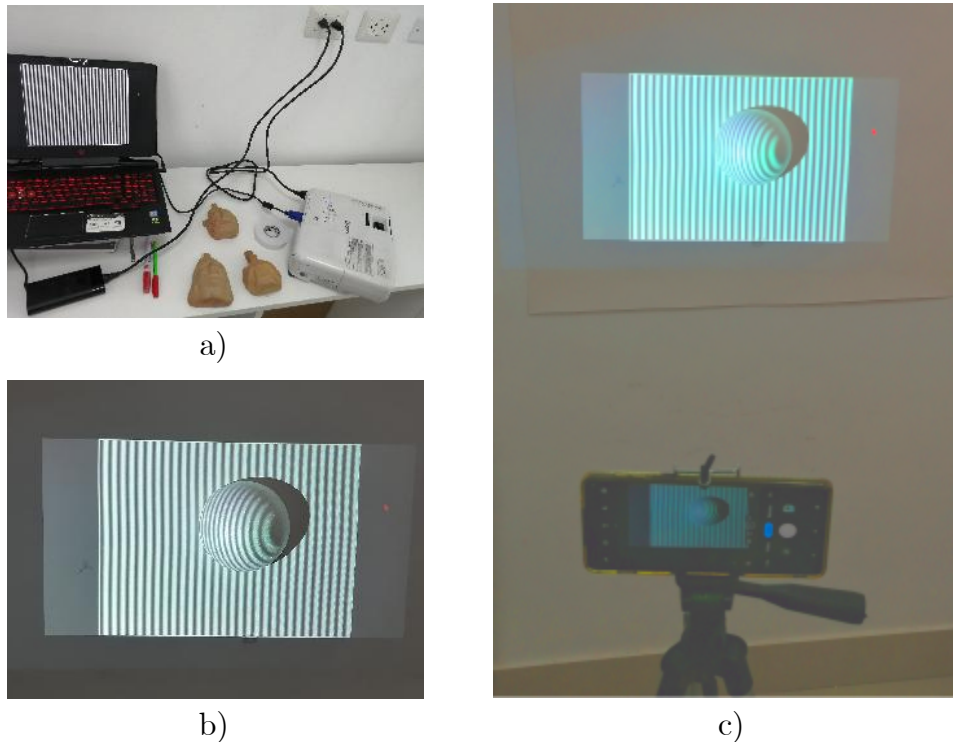
Para llevar a cabo el diseño y la construcción del perfilómetro, se realizaron los siguientes procedimientos:

1. Se solicitó un proyector multimedia al proyecto de investigación "Determinación de la morfología de partes del cuerpo humano mediante proyección de franjas para aplicaciones médicas". El encargado del proyecto gestionó el préstamo del proyector a la escuela de física de la universidad.
2. Se realizó la compra de los materiales necesarios, los cuales incluyeron: una esfera de tecnopor para representar un objeto de estudio, dos réplicas de huacos retratos para ampliar la variedad de muestras y que servirán como muestras de sólidos discontinuos, dos cartulinas de cartón de color blanco para la instalación de la pantalla donde se proyectaran los patrones de franjas, una cinta de doble pegado para fijar la pantalla de proyección, la esfera y los huacos réplicas, un trípode para sostener la cámara de celular durante las mediciones.
3. Se gestionó el préstamo de una laptop al proyecto de investigación, la cual se utilizara para cargar los patrones de franjas y conectarla al proyector multimedia. Esto permitió la proyección de los patrones de franjas sobre la pantalla de referencia y los objetos de estudio.
4. Con todos los materiales y equipos disponibles, se procedió a la instalación del perfilómetro en una mesa del laboratorio sin equipamiento previo. Siguiendo la teoría investigada previamente, se montaron y configuraron el

proyector, la cámara de celular y los objetos de estudio. Se ajustaron las distancias necesarias para garantizar la correcta instalación y posición de cada equipo para la captura de imágenes y la proyección de los patrones de franjas sobre los objetos.

5. Finalmente, se realizó una verificación de la instalación y el funcionamiento del perfilómetro, asegurándose de que estuviera listo para llevar a cabo las tomas fotográficas de los objetos de estudio. Se documentó el proceso de diseño y construcción del perfilómetro mediante fotografías, las cuales se presentan en la figura 3.1

Figura 3.1: Componentes del perfilómetro de proyección de franjas.



*Nota:* Los elementos que conforman el perfilómetro de proyección de franjas son: a) el dispositivo de proyección, b) el plano de referencia que incluye el objeto bajo prueba, y c) el sistema de captura de imágenes. *Fuente:* Elaboración propia.

### 3.3 Procedimiento 2: Generación de los patrones de franjas sintéticas en MATLAB con desfase de $\pi/2$

Para este paso, se diseñó un diagrama de flujo como se observa en la figura 3.2 que describe el proceso de generación de los 4 patrones de franjas con desfase de  $\pi/2$ .

Para la generación de los patrones de franjas se usó las ecuaciones 2.15 y 2.16, con un desplazamiento de  $\pi/2$ , por cada patrón de franjas que se busca generar consecutivamente y que se implementara de acuerdo al los siguientes criterios:

#### 1. Definición de Parámetros:

- a)  $F0 = 30$ : **Densidad de franjas**, se determina la frecuencia de las franjas cosenoidales, como ejemplo estamos usando 30 franjas.
- b)  $N = 4$ : **Número de imágenes**, representa la cantidad de imágenes o patrones de franjas que se busca generar, en este caso 4 imágenes.

#### 2. Configuración de las Franjas:

- a) Abarca el proceso de preparación para la generación de patrones de franjas. Aquí Matlab ajustara las franjas en función de los parámetros definidos anteriormente.
- b) Involucrara la configuración de las coordenadas  $(x, y)$  para el posterior cálculo.

#### 3. Generación de Franjas:

- a) Se implementara un bucle que ejecuta  $N$  veces, donde  $N$  es el número de patrones de franjas deseados.

- b) Dentro del bucle, se generara cada patrón de franjas desfasadas utilizando la ecuación cosenoidal. La ecuación se expresa como:  $I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(2\pi f_0 x + \frac{i\pi}{2})$ , donde  $i$  varia desde 0 hasta  $N - 1$ , Cada iteración del bucle producirá un patrón de franjas con un desfase de  $\frac{\pi}{2}$ .

#### 4. Visualización y Exportación de Imágenes:

- a) Una vez que se han generado todos los patrones de franjas con corrimiento de fase, se procede a visualizar y exportar el resultado. Esto implica la representación gráfica de los patrones generados y su almacenamiento en cualquier formato de imagen como por ejemplo \*.jpg para su posterior uso o análisis.

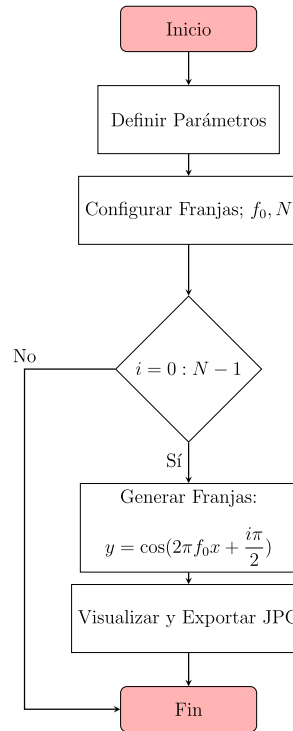
Cabe recalcar que cada imagen representa franjas utilizando la función coseno con un desplazamiento de  $\pi/2$ .

En la figura 3.2, se desarrolla un diagrama de flujo con la implementación de todos los criterios anteriormente mencionados:

#### 3.4 Procedimiento 3: Implementación del algoritmo de medición de fase de cuatro pasos en MATLAB

Se ha diseñado un segundo diagrama de flujo que se presenta en la Figura 3.3, el cual describe el proceso para la codificación del desplazamiento de fase destinado a la reconstrucción de la forma tridimensional del objeto. Este diagrama de flujo actuará como guía para la codificación del algoritmo en Matlab, el cual implementará la técnica de desplazamiento de fase. El algoritmo aprovecha las imágenes capturadas de los patrones de franjas por el perfilómetro, aplicando el método de desplazamiento de fase para calcular la forma de los sólidos discontinuos.

Figura 3.2: Diagrama de bloques del proceso para generar  $N$  franjas sintéticas para MATLAB.



*Nota:* Diagrama de bloques del proceso para implementar en Matlab, la codificación del algoritmo para generar  $N$  franjas, con desfase de  $\frac{\pi}{2}$ . *Fuente:* Elaboración propia.

Con la guía del diagrama de flujo, aquí se detalla la codificación en el software MATLAB que implementa la técnica de desplazamiento de fase para determinar una estructura tridimensional de un sólido discontinuo. Los códigos de MATLAB se muestran en los recuadros.

1. **Preparación del entorno:** Se inicia el script de MATLAB limpiando la pantalla, cerrando todas las figuras y eliminando todas las variables del espacio de trabajo.

```
clc, close all, clear all
```

2. **Carga de los patrones de franjas:** Se permite al usuario seleccionar un archivo de imagen que están en formato JPG que contiene los patrones de franjas a procesar. Se carga la imagen y se convierte a escala de grises.

```
% Seleccionar el archivo JPG
[FileName, PathName] = uigetfile('*.jpg', 'Select the JPG file'
);
% Leer la imagen seleccionada y convertirla a escala de
grises
FP = imread([PathName FileName]);
FP = double(rgb2gray(FP));
% Mostrar la imagen cargada
figure, imshow(FP, [])
```

3. **Coefficientes de la PSA de cuatro pasos:** Se definen los coeficientes de la PSA de cuatro pasos, que se utilizarán para calcular las fases en los patrones de referencia y de objeto.

```
% Coeficientes de PSA de cuatro pasos
cn = [1 -1i -1 1i];
% Número de coeficientes
N = length(cn);
```

4. **Medición de fase del Plano de referencia:** Se calcula la fase en el plano de referencia combinando los patrones de franjas de referencia con los coeficientes de la PSA, hay que renombrar los archivos de los patrones de referencia con el nombre REF\_ $i$ , donde  $i$  va de 0 a 3, ya que son 4 patrones de franjas.

```
% Inicializar el acumulador para el plano de referencia
Arp = 0;
% Bucle para cargar y acumular las imágenes de referencia
```

```

for i=0:N-1
% Leer la imagen de referencia correspondiente
    tempvar = imread([PathName 'REF_' num2str(i) '.jpg']);
% Convertir la imagen a escala de grises y a tipo double
    tempvar = double(rgb2gray(tempvar));
% Acumular la imagen ponderada por el coeficiente
    correspondiente
    Arp = Arp + cn(i+1)*tempvar;
end

% Calcular la fase del plano de referencia
PhiRP = angle(Arp);
% Mostrar la fase del plano de referencia
figure, imshow(PhiRP,[])

```

5. **Medición de fase del objeto:** Se calcula la fase en el objeto de estudio utilizando los mismos pasos que en el plano de referencia, se renombran los archivos con el nombre de cada, como por ejemplo HUACO2\_*i*, donde *i* va de 0 a 3

```

% Inicializar el acumulador para el objeto
Aob = 0;
% Bucle para cargar y acumular las imágenes del objeto
for i=0:N-1
% Leer la imagen del objeto correspondiente
    tempvar = imread([PathName 'HUACO2_' num2str(i) '.jpg']);
% Convertir la imagen a escala de grises y a tipo double
    tempvar = double(rgb2gray(tempvar));
% Acumular la imagen ponderada por el coeficiente
    correspondiente
    Aob = Aob + cn(i+1)*tempvar;
end

```

```

end

% Calcular la fase del objeto
PhiOB = angle(Aob);

% Mostrar la fase del objeto
figure, imshow(PhiOB,[])

```

6. **Diferencia de Fase:** Con la función `Adiff` se calcula la diferencia de fase entre el objeto y el plano de referencia.

```

% Calcular la diferencia de fase entre el objeto y el plano
  de referencia
Adiff = exp(1i*PhiOB).*exp(-1i*PhiRP);
PhiW = angle(Adiff);

% Mostrar la diferencia de fase
figure, imshow(PhiW,[])

```

7. **Desenvolvimiento de Fase:** Se aplica un algoritmo de desenvolvimiento de fase para obtener una representación continua de la fase, también se define el área donde la función `phase_unwrap` hará el desenvolvimiento de fase en las coordenadas de dicha función, `phase_unwrap` es un scrip que esta codificada aparte y esta guardada en la misma carpeta de este mismo entorno. `phase_unwrap` utiliza el algoritmo de minimos cuadrados que se adjunta en el anexo C

```

% Desenvolver la fase en la región de interés
PhiUW = phase_unwrap(PhiW(378:1862,1126:2294));

% Mostrar la fase desenvuelta
figure, imshow(PhiUW,[])

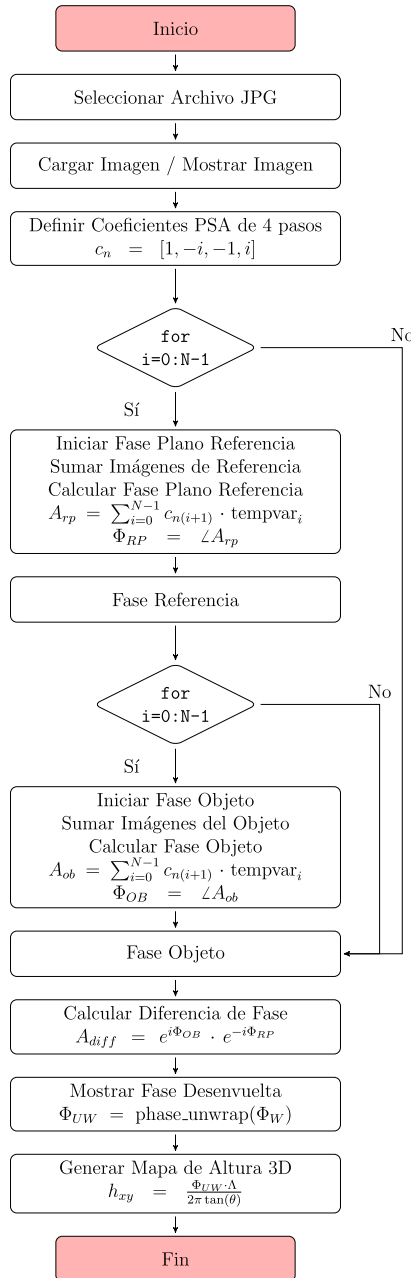
```

8. **Mapa de Altura 3D:** Finalmente, con la fusión `surf` se genera un mapa de altura tridimensional utilizando la fase desenvuelta.

```
% % Cálculo del mapa de altura (activar si es necesario)
% theta = 45;                % Ángulo de sensibilidad
% Lambda = 35;              % Periodo espacial
% hxy = PhiUW * Lambda / (2 * pi * tan(theta));

% Mostrar el mapa de altura 3D
figure,
surf(PhiUW,'FaceColor','interp','EdgeColor','none','
     FaceLighting','phong')
colormap("jet"), view(-35,60), camlight left, axis tight
xlabel('longitud (\mu\it{m})','FontSize',15), ylabel('ancho
     (\mu\it{m})',...
     'FontSize',15), zlabel('altura (mm)','FontSize',15)
```

Figura 3.3: Diagrama de flujo del proceso de medición de fase utilizando la técnica de desplazamiento de fase de cuatro pasos en Matlab.



*Nota:* Diagrama de flujo que servirá de guía para la codificación del algoritmo de la técnica de desplazamiento de fase, proceso que determinará la forma de sólidos discontinuos a partir de los patrones capturados por el perfilómetro. *Fuente:* Elaboración propia.

### 3.5 Procedimiento 4: Medición de la fase a partir de un conjunto de cuatro patrones de franjas desplazados en fase

La técnica de desplazamiento de fase se basa en la captura de varias imágenes (o patrones de franjas) de un objeto mientras se varía la fase de las franjas proyectadas. Esto permite calcular la fase en cada punto de la imagen, que a su vez está relacionada con la altura o la topografía del objeto.

En el método de cuatro pasos, se proyectan cuatro patrones de franjas sobre el objeto con fases desplazadas por incrementos de 90 grados ( $\pi/2$  radianes). Matemáticamente, estos patrones de intensidad se pueden representar como:

$$I_k(x, y) = I_0(x, y) + I_m(x, y) \cos \left[ \phi(x, y) + \frac{k\pi}{2} \right], \quad k = 0, 1, 2, 3$$

Donde:

- $I_k(x, y)$  es la intensidad del patrón en el punto  $(x, y)$  para el paso  $k$ .
- $I_0(x, y)$  es la componente de fondo (iluminación constante).
- $I_m(x, y)$  es la amplitud de la modulación (contraste de las franjas).
- $\phi(x, y)$  es la fase que se desea medir.

#### 3.5.1 Medición de la Fase con Cuatro Pasos

El objetivo es recuperar la fase  $\phi(x, y)$  en cada punto  $(x, y)$  de la imagen. Utilizando las intensidades de los cuatro patrones desplazados, la fase se puede calcular mediante la siguiente fórmula:

$$\phi(x, y) = \text{atan2}(I_3(x, y) - I_1(x, y), I_0(x, y) - I_2(x, y))$$

Donde  $\text{atan2}(y, x)$  es la función arcotangente de dos parámetros, que devuelve el ángulo entre el eje positivo  $x$  y el punto  $(x, y)$ , garantizando un resultado en el rango de  $-\pi$  a  $\pi$ .

### 3.5.2 Pasos de la Medición de Fase

#### 1. Proyección y Captura de Patrones:

- Se proyectan cuatro patrones de franjas sobre la superficie del objeto, cada uno con una fase distinta:  $0$ ,  $\pi/2$ ,  $\pi$  y  $3\pi/2$ . Las franjas deben ser nítidas y bien definidas para asegurar una medición precisa.

#### 2. Conversión a Escala de Grises:

- Las imágenes capturadas se convierten a escala de grises para simplificar el procesamiento y eliminar la información de color, que no es relevante para la medición de la fase.

#### 3. Acumulación Ponderada de Imágenes:

- Cada imagen capturada se pondera utilizando coeficientes complejos específicos  $[1, -1i, -1, 1i]$ , correspondientes a las fases desplazadas de los patrones. Estos coeficientes permiten extraer la información de fase contenida en las imágenes.

#### 4. Cálculo de la Fase Envuelta:

- La fase en cada punto se calcula utilizando la función `angle`, que extrae el ángulo de la parte compleja de la señal acumulada. Esta fase está envuelta, es decir, contiene discontinuidades en los saltos de  $\pi$ .

#### 5. Diferencia de Fase:

- En aplicaciones donde se compara un objeto con un plano de referencia, se calcula la diferencia de fase entre el objeto y la referencia. Esto permite medir la desviación topográfica del objeto con respecto al plano de referencia.

#### 6. **Desenvolvimiento de la Fase:**

- La fase envuelta se desenrolla para obtener una fase continua. Este proceso es necesario para corregir los saltos de  $2\pi$  y obtener una representación topográfica precisa del objeto.

#### 7. **Reconstrucción 3D:**

- Finalmente, la fase desenrollada se utiliza para generar un mapa de altura 3D del objeto. Este mapa muestra la topografía del objeto en términos de variación de altura con respecto a un plano de referencia.

### 3.6 **Procedimiento 5: Pruebas y ajustes del perfilómetro**

En esta sección comprende una serie de actividades que se realizaron para garantizar el correcto funcionamiento y la precisión del perfilómetro implementado. Aquí se detallan los procedimientos realizados:

1. Medición de distancias entre el proyector y la cámara: Se llevaron a cabo mediciones de las distancias entre el proyector y la cámara del perfilómetro. Dichas mediciones son importantes para asegurar que las imágenes proyectadas sean nítidas y estén enfocadas adecuadamente en la superficie del objeto. Se utilizó un instrumento de medición de distancias, como una cinta métrica, y se verificó que las distancias cumplieran con las siguientes distancias:

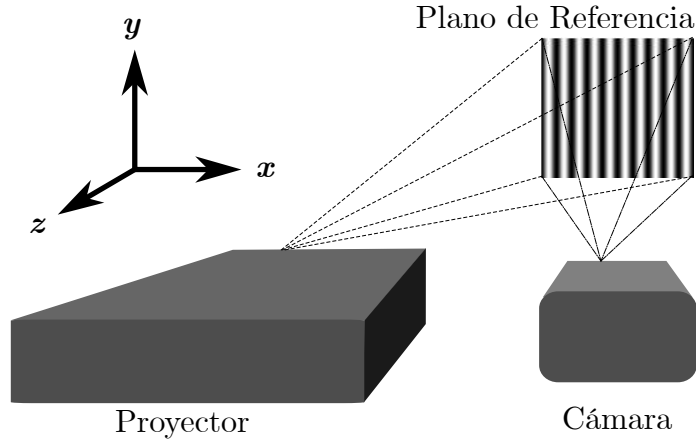
- a) Distancia de la camara de celular al plano de referencia: *75,5cm*.
  - b) Distancia del proyector a la camra de celular: *32,5cm*.
2. Alineación correcta de los equipos del perfilómetro: Siguiendo las recomendaciones de la bibliografía, se procedió a alinear correctamente los equipos del perfilómetro. Esto incluyó asegurar que el proyector estuviera perpendicular a la superficie del objeto y que la cámara estuviera alineada con el centro de proyección del proyector. Además, se verificó que ambos equipos estuvieran nivelados.
3. Pruebas de funcionamiento y ajustes: Se realizaron pruebas del perfilómetro en condiciones controladas, utilizando las muestras de prueba disponibles. Durante estas pruebas, se ajustaron parámetros como la intensidad de la luz, la frecuencia de las franjas y la exposición de la cámara para optimizar la calidad de las imágenes capturadas. Se registraron y analizaron los resultados de las pruebas, y se realizaron los ajustes necesarios para mejorar el rendimiento del sistema y garantizar mediciones de la forma de los objetos.

El proceso como se muestran en las figuras 3.4 y 4.14 se observa la configuración final del perfilómetro, los cuales se hicieron los ajustes que involucró mediciones de distancias de los equipos, alineación de los mismos, orden y limpieza y pruebas para garantizar la precisión del perfilómetro en la determinación de la forma de sólidos discontinuos.

### **3.7 Procedimiento 6: Evaluación de la aplicabilidad del perfilómetro**

En esta sección implica un análisis de los resultados obtenidos y su viabilidad en diversas disciplinas. Aquí se presenta una evaluación basada en los conocimientos de perfilometría.

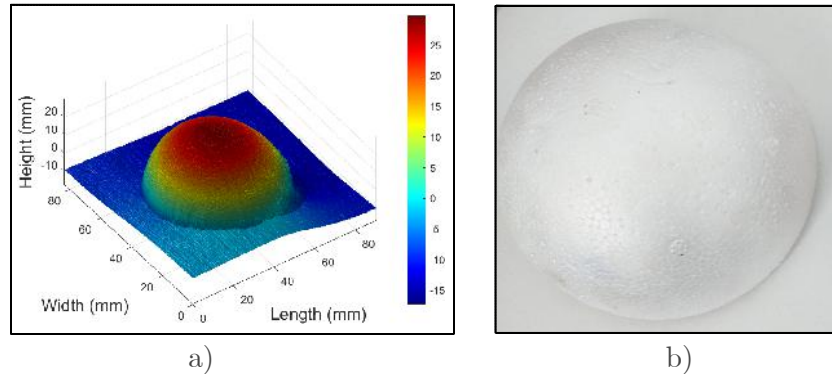
Figura 3.4: Esquema para la alineación de un perfilómetro de proyección de franjas.



*Nota:* Figura donde se muestra la alineación que tuvo el perfilómetro de proyección de franjas en el plano  $(x, y)$ . *Fuente:* Elaboración propia.

1. Análisis de los Resultados Obtenidos: Los resultados visuales de la reconstrucción de los sólidos discontinuos, utilizando la mitad de una esfera de tecnopor y réplicas de huacos retratos, han sido exitosos. Se ha logrado una reconstrucción de la forma de estos objetos a partir de las imágenes capturadas por el perfilómetro y procesadas mediante el algoritmo de desplazamiento de fase implementado en Matlab. en la figura 3.5 se observa una alta fidelidad en la representación tridimensional de una muestra, lo que indica la eficacia del perfilómetro implementado.
2. Aplicabilidad en Medicina: La perfilometría de proyección de franjas tiene aplicaciones prometedoras en medicina, especialmente en áreas como la cirugía reconstructiva y la ortopedia. La capacidad del perfilómetro para determinar con precisión la forma de objetos discontinuos podría ser muy eficiente en la planificación preoperatoria. Por ejemplo, podría utilizarse para analizar la forma de estructuras óseas o para la fabricación de prótesis

Figura 3.5: Análisis comparativo del resultado de la medición en 3D de la forma de una esfera con la esfera real.



*Nota:* En la imagen, se observa un resultado luego del prueba echa al perfilómetro de proyección de franjas. a) La imagen de la izquierda muestra un mapa de altura tridimensional (3D) obtenido tras el procesamiento de las franjas proyectadas sobre una esfera. El gradiente de colores y la suavidad del cambio de altura indican que el perfilómetro ha capturado con precisión la curvatura de la esfera. El perfil parece simétrico y bien definido, lo que sugiere un buen desempeño del perfilómetro. b) Fotografía de la esfera real: La fotografía confirma que el objeto medido es una esfera regular, lo que se corresponde con el resultado tridimensional obtenido en la figura a). *Fuente:* Elaboración propia.

personalizadas (Valin-Rivera et al., 2017).

3. Aplicabilidad en Arqueología: En el campo de la arqueología, la perfilometría de proyección de franjas podría emplearse para la digitalización y documentación tridimensional de artefactos arqueológicos, esculturas y restos arqueológicos. La capacidad del perfilómetro para reconstruir la forma de objetos con detalles discontinuos y complejos podría facilitar la conservación, el análisis y la interpretación de estos objetos históricos (Rincón et al., 2009).
4. Aplicabilidad en Industria: La perfilometría de proyección de franjas podría utilizarse para el control de calidad, la inspección de piezas y la ingeniería

inversa. La capacidad del perfilómetro para medir con precisión la forma y las dimensiones de componentes y productos podría mejorar la eficiencia y la precisión en procesos de fabricación, ayudando a identificar defectos y optimizar diseños (Heredia-Ortiz y Patterson, 2003).

El perfilómetro implementado demostraría ser una herramienta versátil y puede ser aplicable en diversas disciplinas, incluyendo medicina, arqueología e industria. Su capacidad para determinar la forma de sólidos discontinuos lo convierte en una herramienta importante para la investigación, el desarrollo y la aplicación práctica en una variedad de campos.

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS

Para la validación de las pruebas realizadas en el contexto de procesamiento de las imágenes capturadas por el perfilómetro, se llevaron a cabo pruebas utilizando la captura de un conjunto de ocho imágenes por muestra (cuatro de referencia y cuatro del objeto). El proceso incluyó la proyección de los patrones de franjas, la captura de las imágenes, la obtención de la fase envuelta, el desenvolvimiento de la fase y, finalmente, la reconstrucción tridimensional del objeto.

Se usó una computadora, con un procesador AMD Ryzen 5 3400G 3.7GHz con 16GB de memoria RAM, con tarjeta grafica NVIDIA GeForce GTX 1650 SUPER con 4GB de Vram, y sistema operativo de 64 bits Windows 10 Pro version 22H2, para el procesamiento de las imágenes.

#### 4.1 Sólidos reconstruidos

El resultado general obtenido cumple con el objetivo general de la presente tesis, y es la confirmación de que la técnica de perfilometría de proyección de franjas es efectiva para determinar la forma de sólidos discontinuos. A través de la implementación y aplicación de un perfilómetro utilizando un proyector multimedia comercial y una cámara de celular estándar, se logró obtener reconstrucciones tridimensionales de objetos de estudio como una esfera de tecnopor y réplicas de huacos retratos. En las figuras 4.1, 4.2, y 4.3 muestran un flujo completo de procesamiento utilizando perfilometría de proyección de franjas para la reconstrucción tridimensional de una esfera y dos huacos retratos réplicas. A continuación, se realiza un análisis detallado de cada etapa:

1. **Captura de imágenes**

- **Descripción:** En la parte superior de la figura se muestran dos conjuntos de imágenes. El conjunto de la izquierda corresponde a las franjas proyectadas sobre un plano de referencia, mientras que el conjunto de la derecha muestra las franjas proyectadas sobre el huaco retrato.
- **Análisis:** Estas imágenes son fundamentales para la técnica de desplazamiento de fase. Se capturan cuatro imágenes de franjas desplazadas, que serán utilizadas en el cálculo de la fase de la superficie. Es importante que estas imágenes sean de alta calidad, con un buen contraste entre las franjas, para obtener una medición precisa.

## 2. Fase del plano de referencia y objeto

- **Descripción:** Aquí se muestran las fases calculadas para el plano de referencia (izquierda) y para la muestra (derecha), ver imágenes 4.1, 4.2, y 4.3
- **Análisis:** La fase es una representación de la variación en la posición de las franjas en cada punto de la imagen. La fase del plano de referencia se utiliza como base para calcular la diferencia de fase con el objeto. La fase del objeto contiene la información topográfica de las muestras.

## 3. Diferencia de fase

- **Descripción:** La diferencia de fase es obtenida restando la fase del plano de referencia de la fase del objeto.
- **Análisis:** La diferencia de fase elimina las variaciones que no están relacionadas con la forma del objeto, proporcionando un mapa de fase relativo que corresponde directamente a la geometría de la muestra.

## 4. Desenvolvimiento de fase

- **Descripción:** En esta etapa, se realiza el desenvolvimiento de fase para convertir la fase relativa en una topografía continua de la muestra.
- **Análisis:** La fase obtenida en la etapa anterior es periódica y puede presentar discontinuidades (saltos de  $2\pi$ ). El proceso de desenvolvimiento de fase corrige estas discontinuidades, produciendo una representación continua de la topografía del objeto.

## 5. Reconstrucción en 3D de la esfera y los huacos retratos

- **Descripción:** El resultado final del procesamiento es un mapa tridimensional del huaco retrato.
- **Análisis:** La reconstrucción 3D muestra la altura del huaco retrato en un mapa de colores que indica las variaciones en la altura. Este resultado es una representación fiel de la topografía del objeto, y su precisión depende de la calidad de todas las etapas anteriores, desde la captura de imágenes hasta el desenvolvimiento de fase.

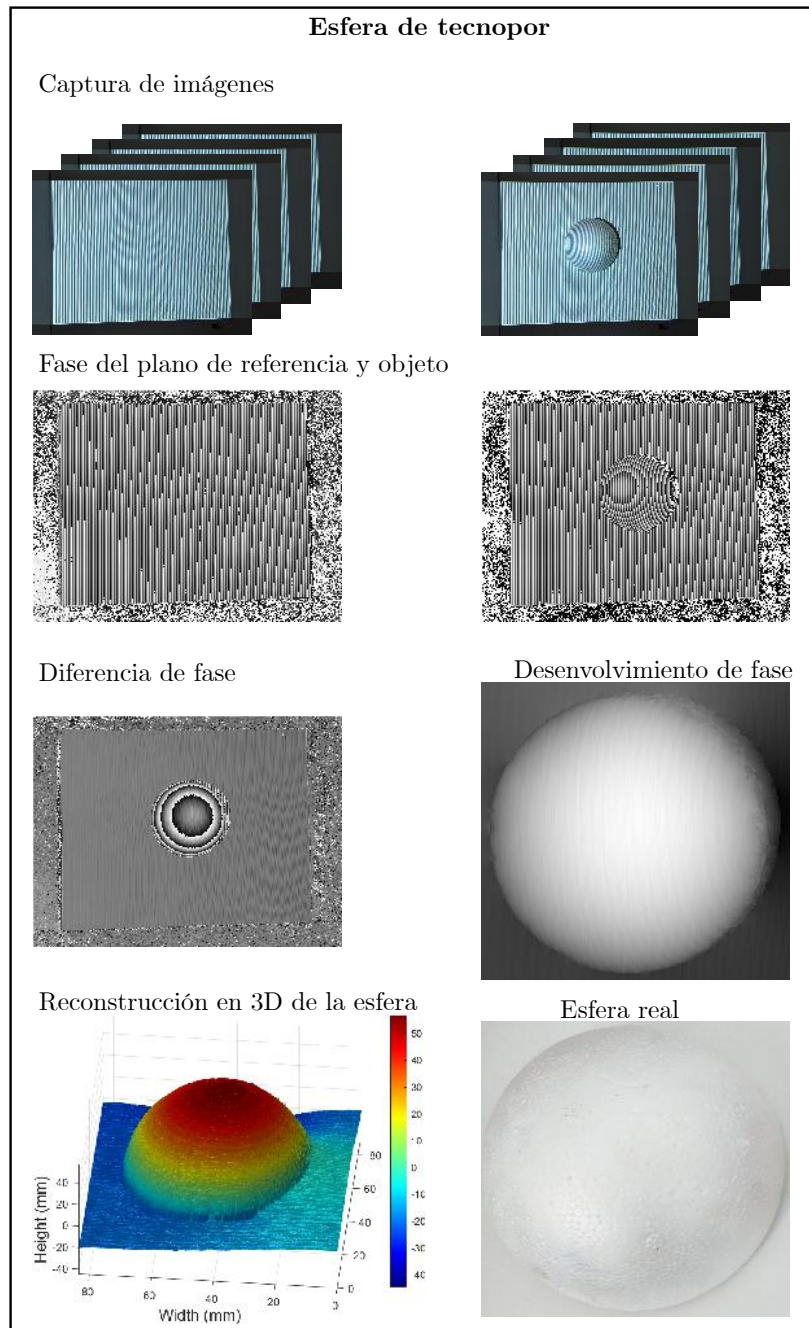
## 6. Esfera y huacos retratos reales

- **Descripción:** Finalmente, se incluye una fotografía del huaco retrato real.
- **Análisis:** La comparación visual entre la reconstrucción 3D y la fotografía del objeto real permite validar la precisión del proceso de perfilometría. La correspondencia en la forma general y en los detalles entre ambos sugiere que el proceso ha capturado con precisión la geometría de la esfera y de los huacos retratos.

El proceso seguido, desde la captura de imágenes hasta la reconstrucción 3D, demuestra la eficacia de la técnica de perfilometría de proyección de franjas en

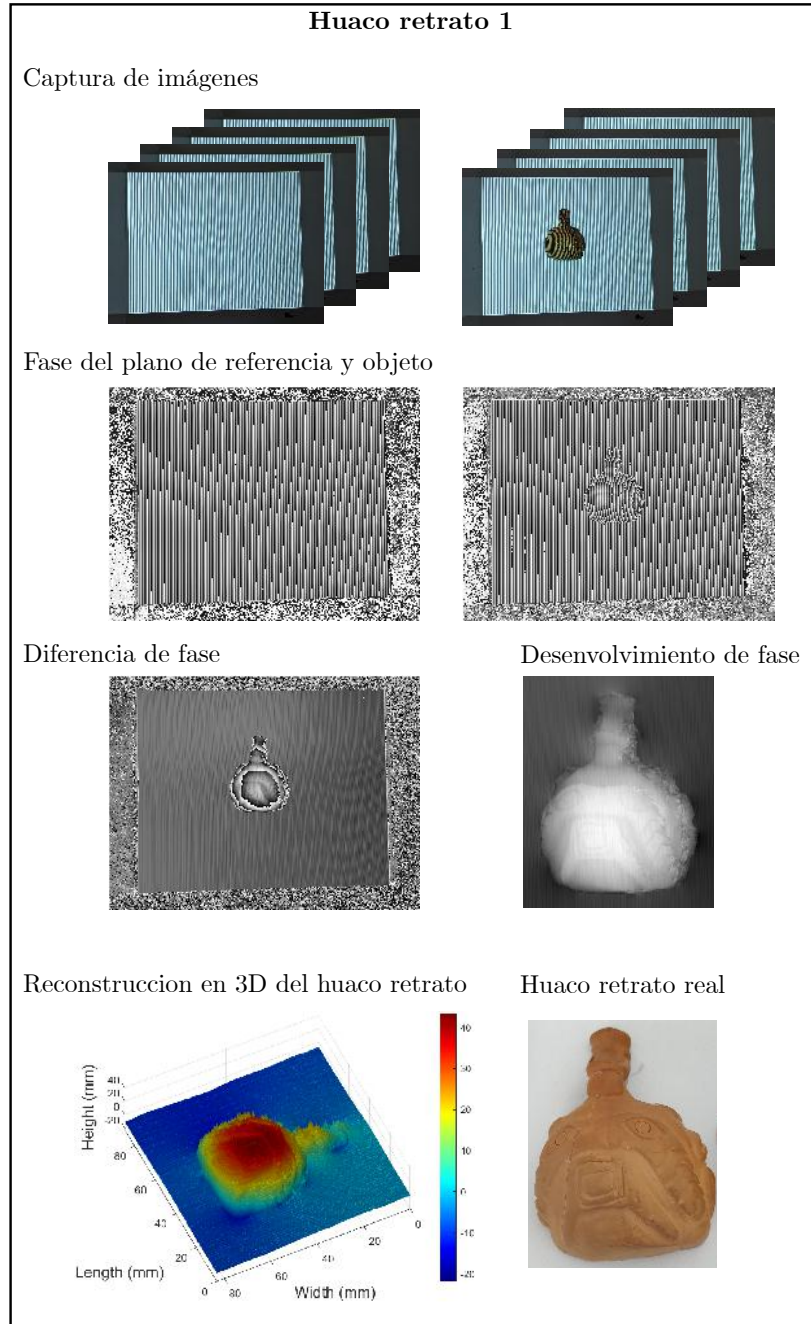
la medición precisa de objetos con geometrías complejas como el huaco retrato. La calidad de la reconstrucción 3D depende de cada una de las etapas, y en este caso, el resultado final es una representación precisa y detallada de los objetos reales, validando la aplicabilidad de esta técnica como por ejemplo para estudios en reconstrucción 3D en objetos de interés arqueológico o cultural.

Figura 4.1: Resultado de la determinación de la forma de una esfera de tecnopor.



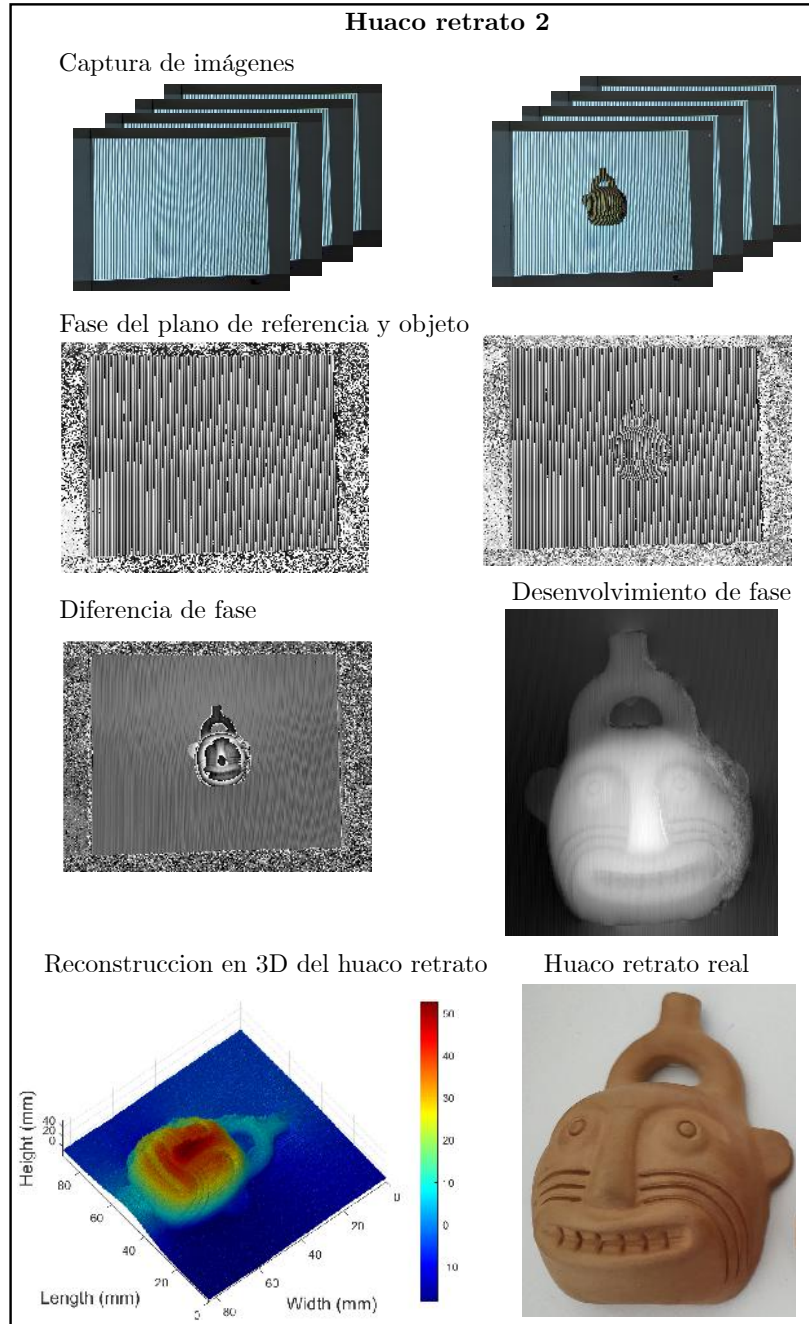
*Nota:* En las imágenes que se observan se presentan el proceso que se llevo a cabo para ser reconstruida gracias al algoritmo de desplazamiento de fase, y al final se compara con el objeto real. *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.2: Resultado de la determinación de la forma de un huaco retrato replica.



*Nota:* En las imágenes que se observan se presentan el proceso que se llevo a cabo para ser reconstruida gracias al algoritmo de desplazamiento de fase, y al final se compara con el objeto real. *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.3: Resultado de la determinación de la forma de un segundo huaco retrato replica.



*Nota:* En las imágenes que se observan se presentan el proceso que se llevo a cabo para ser reconstruida gracias al algoritmo de desplazamiento de fase, y al final se compara con el objeto real. *Fuente:* Elaboración propia.

## 4.2 Perfilómetro implementado

Un sistema convencional de proyección de franjas consta de tres elementos esenciales: un proyector multimedia, un detector (como una cámara CCD o CMOS de alta resolución o una cámara de celular común como es en este caso) y el objeto a analizar. Estos componentes se disponen de tal manera que, al proyectar un patrón predefinido, el detector captura una imagen del objeto deformada de acuerdo con su topografía. El esquema experimental del perfilómetro construido se presenta en la figura 4.4.

Figura 4.4: Fotografía donde se presente el perfilómetro implementado con materiales disponibles en laboratorio.



*Nota:* Perfilómetro implementado con materiales de bajo costo. *Fuente:* Elaboración propia.

- a. **Proyector** El dispositivo proyector, que emplea luz blanca, tiene la función de proyectar el patrón de franjas sobre el objeto mediante un sistema de lentes. Aspectos cruciales en este sistema de proyección incluyen la potencia luminosa y la calidad de la óptica. En este contexto, se optó por un proyector de marca

EPSON modelo H843A con una resolución máxima de 1024 x 768 pixeles y una distancia de proyección que varía entre 0,88 m a 10,44 m.

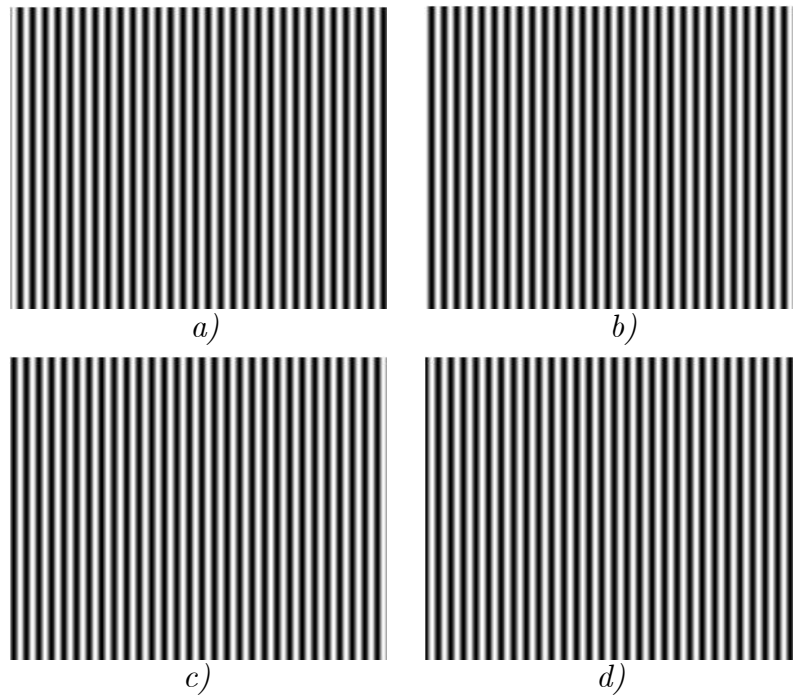
- b. **Detector (Cámara de celular)** Debido a la alta frecuencia de la luz, no se percibe como una onda electromagnética, sino que se registra como un nivel de intensidad. Por lo tanto, un detector óptico detecta estos niveles de intensidad, y una cámara digital está formada por una matriz de detectores. La función principal de la cámara es llevar a cabo el proceso de adquisición de datos. En este sistema, se empleó una cámara de un celular de uso común, la cual se caracteriza por tener un sensor que captura la luz y que ingresa a través de la lente y la convierte en señales eléctricas. La cámara utilizada en el presente proyecto, es una cámara de un smarphone de marca Motorola que viene equipada con un sensor samsung S5KHM2 de 108 megapíxeles (12032 x 9024) y un tamaño de pixel de  $0.7\mu m$  (“Motorola, especificaciones”, s.f.).
- c. **Objeto de Experimentación** El perfilómetro tiene la capacidad de escanear superficies opacas, difusas y discontinuas. Cuando se utiliza la técnica de desplazamiento de fase, es crucial que el objeto no se mueva o que el tiempo de captura de la imagen sea lo suficientemente corto como para garantizar que el objeto no experimente movimiento durante ese período de tiempo. El propósito de éste sistema es digitalizar la forma de dos objetos discontinuos un objeto esférico. En este prototipo, se utiliza dos huacos retratos replicas como objetos discontinuos y una esfera de tecnopor como objeto de prueba.

### 4.3 Franjas sintéticas en MATLAB generados

#### Resultados de la generación de las franjas

El resultado del algoritmo es de cuatro interferogramas con desplazamiento de fase de  $\pi/2$ , como se puede apreciar en la figura 4.5. Estos interferogramas se proyectaron sobre una base plana la cual funcionara como el plano referencia.

Figura 4.5: Franjas sintéticas elaboradas en Matlab.

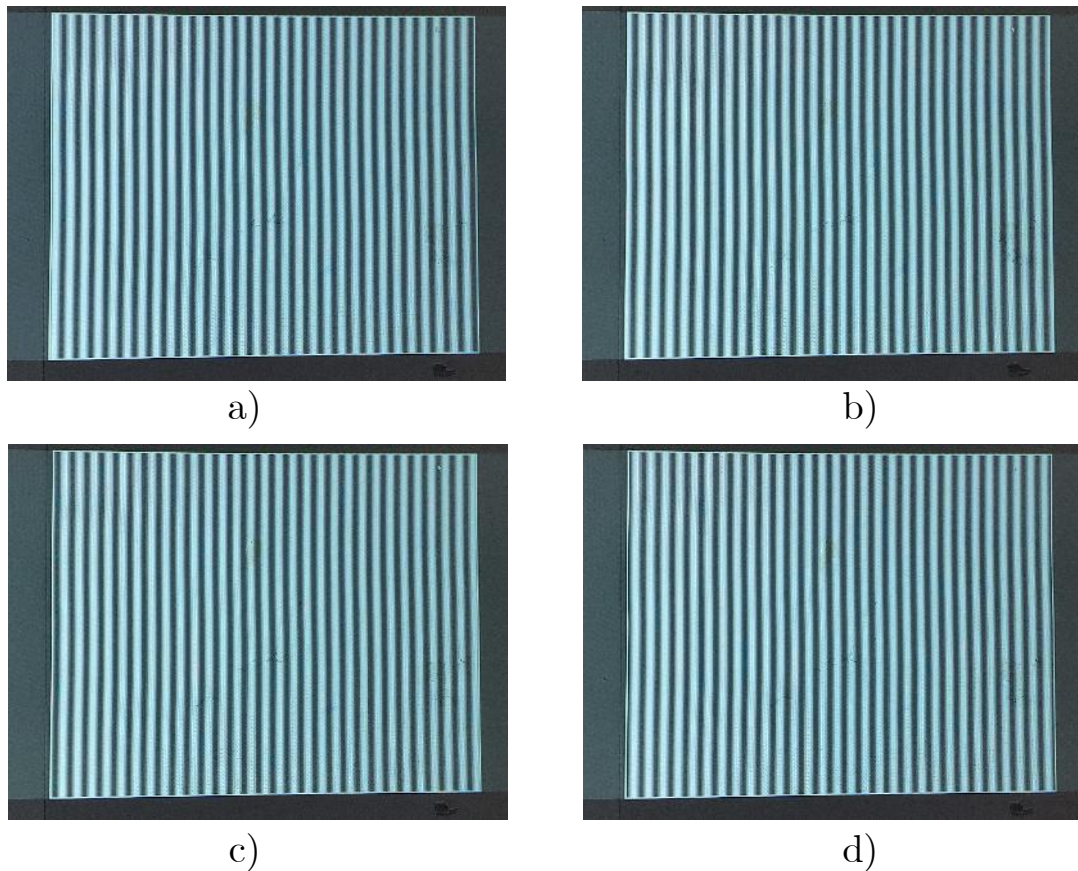


*Nota:* Patrones de franjas generado por el algoritmo implementado en Matlab con desplazamiento de fase, a) 0, b)  $\pi/2$ , c)  $\pi$ , d)  $3\pi/2$ . *Fuente:* Elaboración propia.

#### 4.4 Patrones de franjas adquiridos desde el perfilómetro

Usando el algoritmo de generación de franjas sintéticas en MATLAB para luego ser proyectadas se logro adquirir los 8 patrones de franjas para cada objeto de estudio, tal como se puede observar en las imágenes 4.6 y 4.7 siguientes.

Figura 4.6: Fotografías capturadas de las franjas desde el perfilómetro



*Nota:* Fotografías capturadas de los patrones de franjas de referencia, listas para ser cargadas al algoritmo de Matlab, a) 0, b)  $\frac{\pi}{2}$ , c)  $\pi$  y d)  $\frac{3\pi}{2}$ . *Fuente:* Elaboración propia.

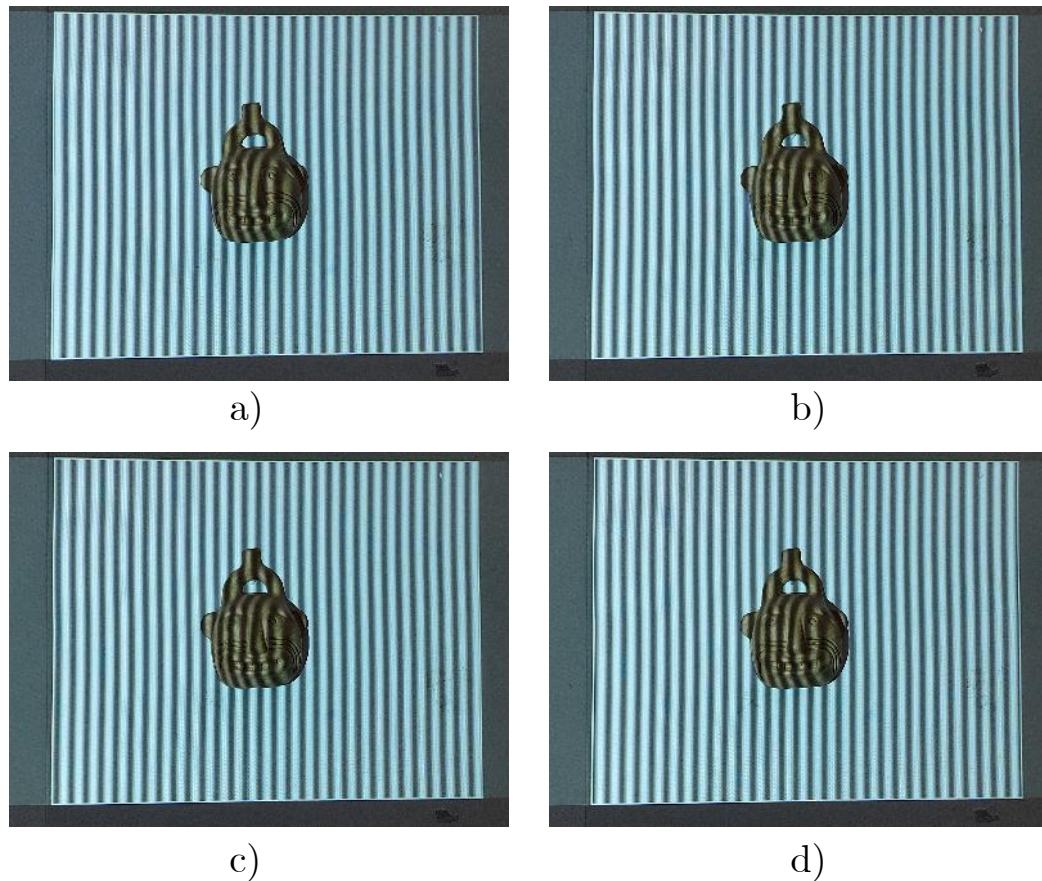
#### 4.5 Fase medida a partir de cuatro patrones de franjas

A continuación se describe los resultados luego de la codificación del algoritmo de desplazamiento de fase para determinar la forma de los sólidos discontinuos.

A) **Resultado luego de la carga de los patrones de franjas:** Se cargó los patrones de franjas y se convirtió a escala de grises, como se muestra en la figura 4.8.

B) **Resultado a la medición de fase en el plano de referencia** Se realizó

Figura 4.7: Fotografías capturadas de un objeto discontinuo desde el perfiómetro



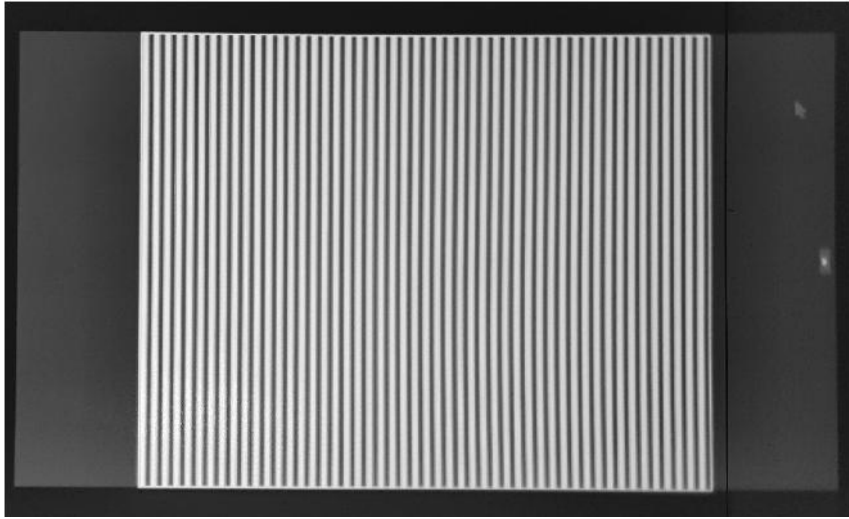
*Nota:* Fotografías capturadas de los patrones de franjas con un objeto discontinuo, listas para ser cargadas al algoritmo de Matlab, a) 0, b)  $\frac{\pi}{2}$ , c)  $\pi$  y d)  $\frac{3\pi}{2}$ . *Fuente:* Elaboración propia.

la medición de fase en el plano de referencia mediante la combinación lineal de las imágenes de referencia, tal como se muestra en la figura 4.9

C) **Medición de Fase en el Objeto:** Análogamente, se realizó la medición de fase en el objeto mediante la combinación lineal de las imágenes de los patrones de franjas con el objeto, tal como se muestra en la figura 4.10

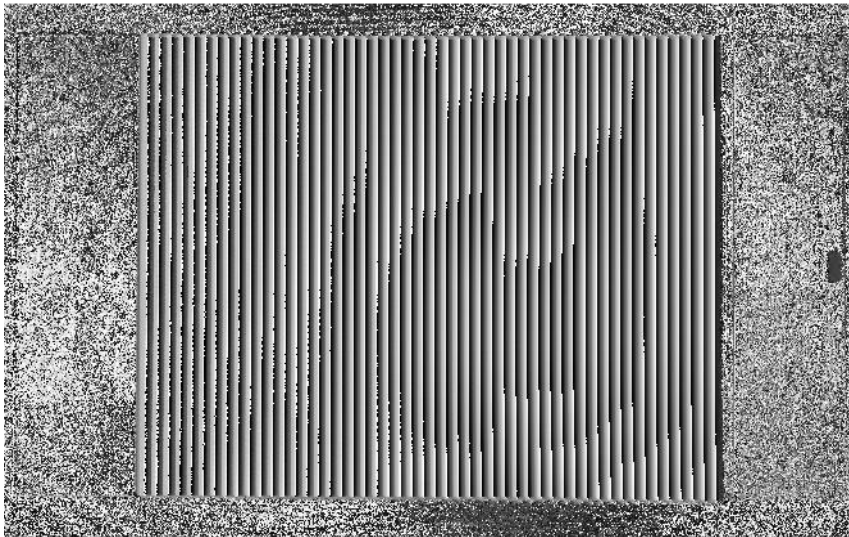
D) **Diferencia de Fase:** Se calculó la diferencia de fase entre el objeto y el plano de referencia, tal como se muestra en la figura 4.11

Figura 4.8: Patrón de franjas cargadas en MATLAB



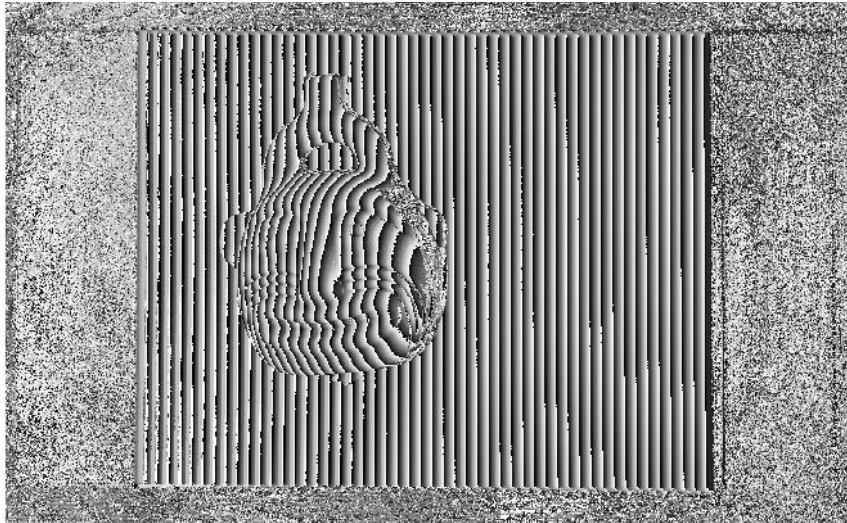
*Nota:* El código solicita al usuario que seleccione las imágenes de los patrones de franja a cargar, y el resultado es un patrón a escala de grises *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.9: Resultado de la fase medida de los patrones de referencia.



*Nota:* El código hace las mediciones de la fase de las franjas de referencia. *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.10: Resultado de la fase medida de los patrones de franja con el objeto.



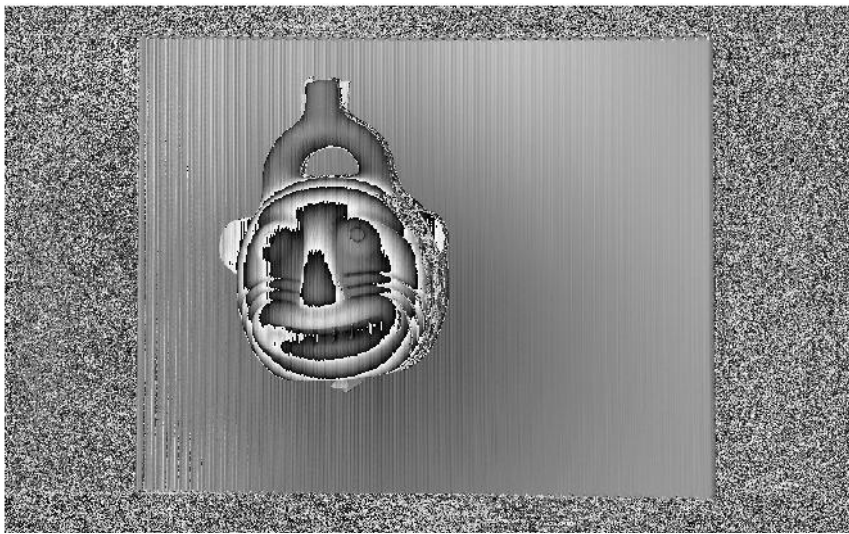
*Nota:* La imagen de medición de fase del objeto muestra la distribución de fase calculada para el objeto analizado. Cada píxel en esta imagen representa el valor de fase obtenido en esa posición específica del objeto. *Fuente:* Elaboración propia.

E) **Desenvolvimiento de fase:** Se utiliza la función `phase_unwrap` para desenvolver la fase obtenida, tal como se muestra en la figura 4.12

La función `phase_unwrap`, (ver anexo B2) se encarga de desenvolver la fase, que es un scrip aparte codificada para obtener una representación precisa de la topografía de la superficie. La explicación detallada de la función `phase_unwrap` en Matlab esta detallada en los anexos.

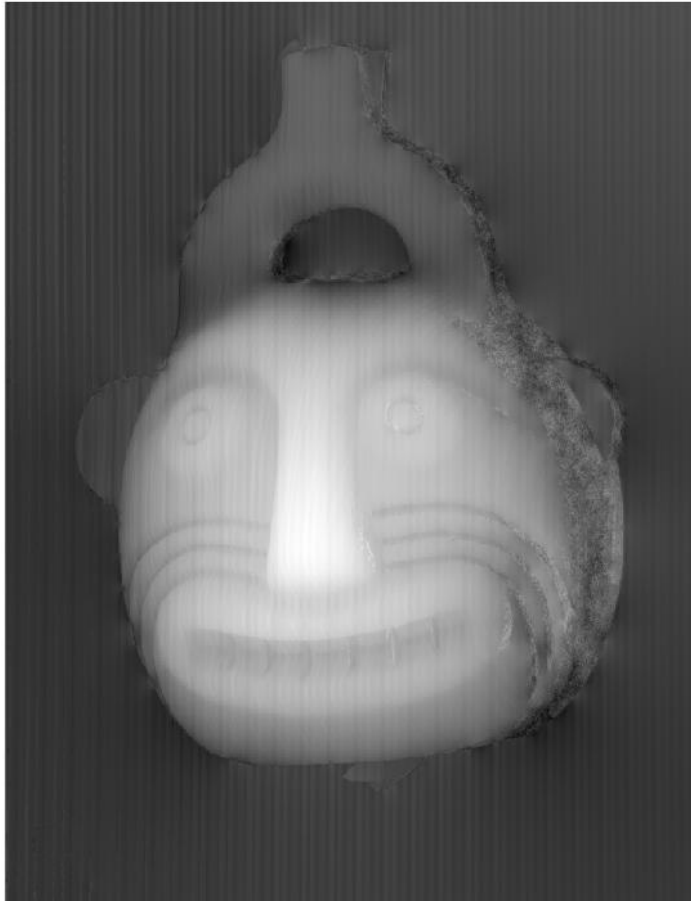
F) **Mapa 3D de Altura:** Finalmente, se generó un mapa tridimensional de altura utilizando la fase desenvuelta y se visualiza mediante una superficie tridimensional en mapa de colores, tal como se muestra en la figura 4.13

Figura 4.11: Resultado de la diferencia de fase.



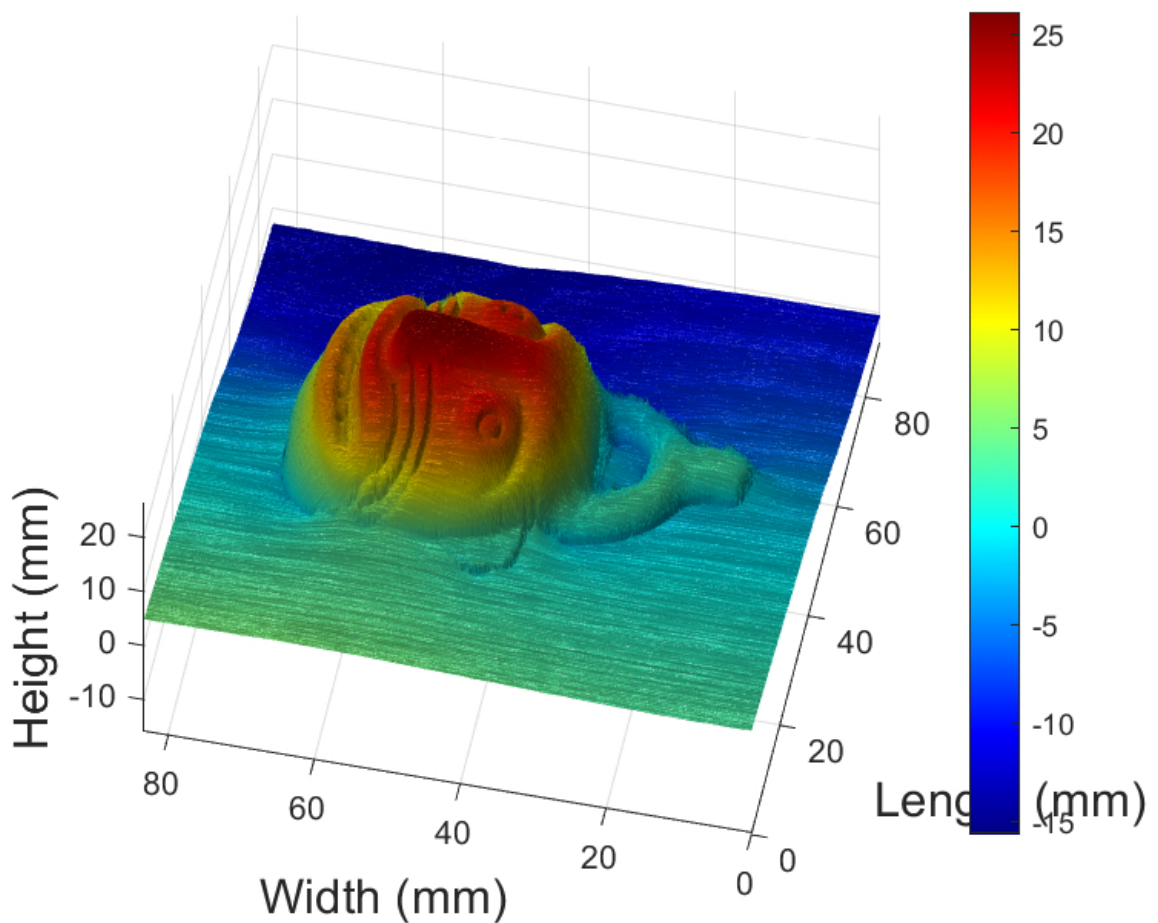
*Nota:* La imagen de diferencia de fase muestra la fase relativa entre el objeto y el plano de referencia. Se calcula multiplicando las fases del objeto y del plano de referencia, y luego tomando el ángulo de la resultante compleja. Esta diferencia de fase revela las pequeñas variaciones en la fase entre el objeto y el plano de referencia, las cuales están relacionadas con las irregularidades superficiales del objeto. *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.12: Resultado de desenvolvimiento de fase.



*Nota:* La imagen de desenvolvimiento de fase muestra la fase desenvuelta, después de aplicar técnicas para eliminar saltos de fase ambiguos. Estos saltos de fase se producen debido a la limitación de la medición de fase a valores entre  $-\pi$  y  $\pi$ , y el desenvolvimiento de fase es importante para obtener una representación continua y precisa de la fase. Esta imagen revela la fase desplegada sobre una región de interés del objeto, permitiendo una interpretación más clara de las características topográficas o estructurales. *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.13: Resultado esperado que es la reconstrucción tridimensional de un solido discontinuo.

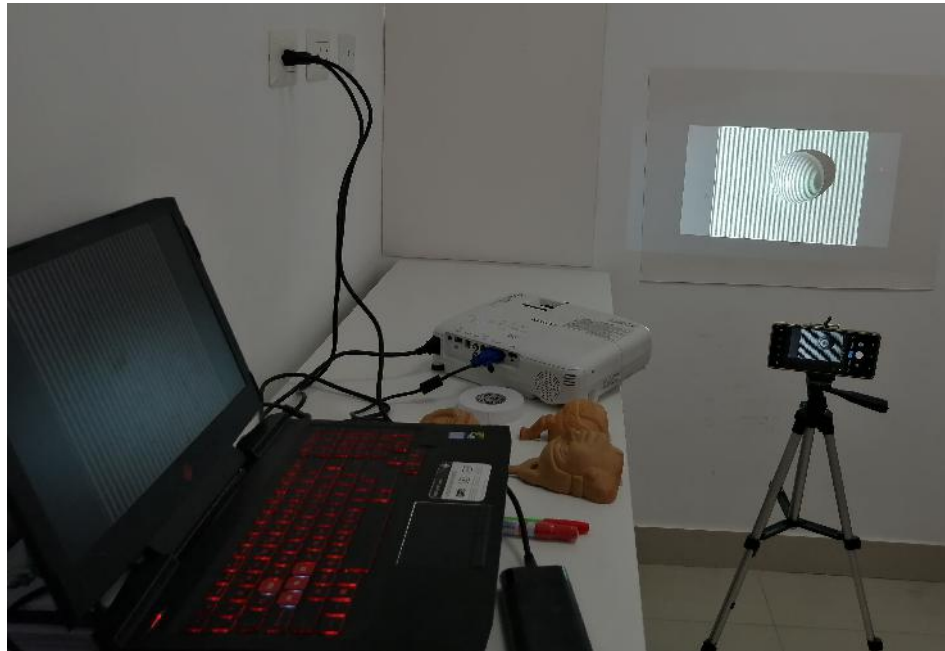


*Nota:* El mapa 3D de altura representa la topografía tridimensional del objeto reconstruida a partir de la fase desenvuelta. Cada punto en este mapa corresponde a una posición en la imagen desenvuelta de fase y tiene una altura asociada. Esta altura se calcula usando la fase desenvuelta, la longitud de onda de la luz utilizada y el ángulo de incidencia, proporcionando una representación visual de las características superficiales del objeto en tres dimensiones. *Fuente:* Elaboración propia.

#### 4.6 Pruebas y ajustes del perfilómetro realizados.

Se realizaron pruebas y ajustes en la alineación al perfilómetro antes de realizar las capturas de los patrones de franjas, para así garantizar la precisión y la fiabilidad en las mediciones de la reconstrucción tridimensional de los sólidos discontinuos, en la figura 4.14 se muestra una toma panorámica del perfilómetro implementado, donde se logra observar la alineación correcta de los componentes.

Figura 4.14: Perfilómetro luego de las pruebas y ajustes realizadas.



*Nota:* Toma fotográfica del perfilómetro de proyección de franjas implementado en el laboratorio de óptica ubicada en el CERT dentro de la UNJBG *Fuente:* Elaboración propia.

## 4.7 Aplicabilidad del perfilómetro

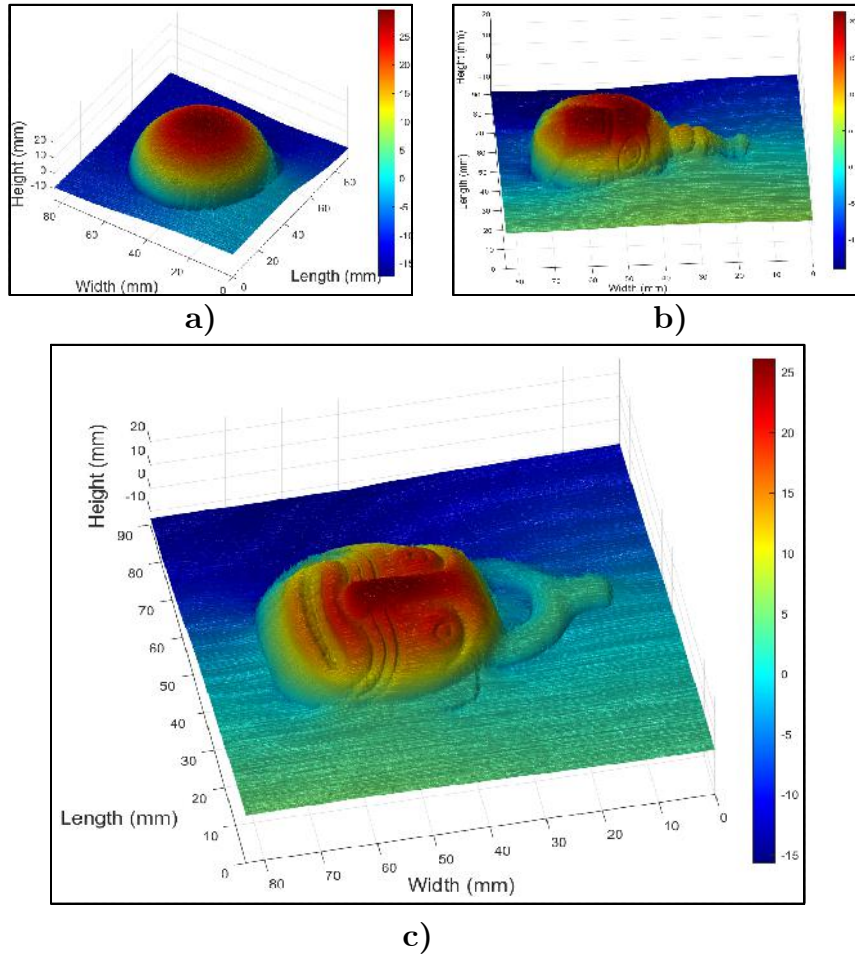
La aplicación exitosa de la técnica de perfilometría de proyección de franjas permitió la determinación precisa de la forma de sólidos discontinuos, como se evidencia en las reconstrucciones tridimensionales obtenidas de una esfera de tecnopor y réplicas de huacos retratos. Estos resultados validan la viabilidad del perfilómetro de bajo costo implementado con recursos accesibles y su potencial aplicación en diversos campos, desde la medicina hasta la arqueología y la industria. La figura 4.15 muestran los resultados de las reconstrucciones obtenidas.

La aplicación del perfilómetro de proyección de franjas en medicina abre un amplio abanico de posibilidades. Por ejemplo, en el campo de la ortopedia, podría utilizarse para realizar escaneos tridimensionales de huesos y tejidos blandos, lo que permitiría una mejor planificación quirúrgica y el diseño de prótesis personalizadas. En dermatología, podría emplearse para estudiar la forma y la textura de lesiones cutáneas, facilitando el diagnóstico y seguimiento de enfermedades dermatológicas. Además, en odontología, podría aplicarse para obtener modelos dentales precisos, lo que sería útil en la fabricación de aparatos de ortodoncia y prótesis dentales.

En el ámbito arqueológico, el perfilómetro podría utilizarse para la documentación y estudio de artefactos arqueológicos. Esto incluiría la creación de modelos tridimensionales de objetos antiguos, lo que permitiría un análisis detallado de su morfología y estructura. Además, podría emplearse en la conservación del patrimonio cultural, facilitando la restauración y preservación de artefactos históricos.

En la industria, el perfilómetro podría aplicarse en el control de calidad de productos manufacturados, permitiendo la inspección precisa de componentes y piezas. Por ejemplo, en la industria automotriz, podría utilizarse para verificar la precisión dimensional de piezas de automóviles.

Figura 4.15: Resultados del perfilómetro después del procesamiento con el algoritmo de desplazamiento de fase.



*Nota:* Imágenes tridimensionales después del procesamiento con el algoritmo de desplazamiento de fase, donde se puede observar de que cualquier objeto discontinuo de distintas formas se puede reconstruir exitosamente. a) Reconstrucción de la mitad de una esfera de tecnopor, b) Reconstrucción del huaco1, y c) Reconstrucción del huaco2. *Fuente:* Elaboración propia.

## 4.8 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### 4.8.1 Discusión de los Resultados en la Determinación de la Forma de Sólidos Discontinuos

En esta discusión de resultados revela que el perfilómetro de proyección de franjas implementado cumple con el objetivo general de la tesis, confirmando la

efectividad de la técnica para determinar la forma de sólidos discontinuos. Mediante la utilización de un proyector multimedia comercial y una cámara de celular estándar, se logró obtener reconstrucciones tridimensionales de objetos como una esfera de tecnopor y réplicas de huacos retratos. Estos resultados respaldan la viabilidad y eficacia del perfilómetro implementado con bajo costo, lo que lo convierte en una herramienta útil para la caracterización de formas tridimensionales en diversos contextos y disciplinas.

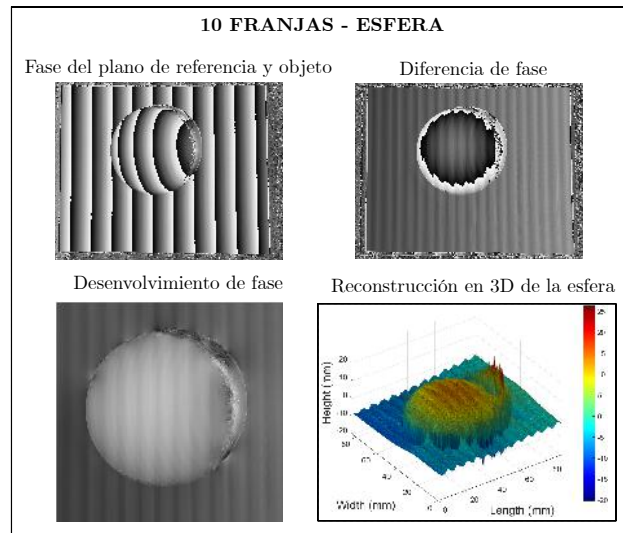
### **La influencia de la cantidad de franjas en la precisión de la reconstrucción tridimensional de los objetos**

Sin embargo, durante el estudio se identificaron algunas discrepancias relacionadas principalmente con la cantidad de franjas proyectadas. Se observó que la cantidad de franjas afecta la reconstrucción tridimensional de los objetos de estudio, así como las sombras proyectadas. Estas discrepancias limitaron la capacidad del algoritmo para reconstruir eficientemente la superficie de los objetos y afectaron la precisión de la reconstrucción. Además, la resolución del proyector también influyó en la capacidad del sistema para detectar y procesar dichos cambios.

A continuación se muestran imágenes que ilustran las discrepancias mencionadas. Se presentan detalles de los objetos reconstruidos utilizando 10, 50 y 100 franjas respectivamente. Las diferencias en la reconstrucción de los objetos son visualmente notables, destacando la influencia significativa de la cantidad de franjas en el resultado final.

Para todas las muestras analizadas, la cantidad de franjas utilizadas en la proyección de franjas juega un papel decisivo en la calidad de la reconstrucción tridimensional de objetos sólidos discontinuos. Se observa claramente que con un número menor de franjas, como en el primer caso con 10 franjas, la reconstrucción

Figura 4.16: Resultado de la esfera reconstruida con 10 franjas .

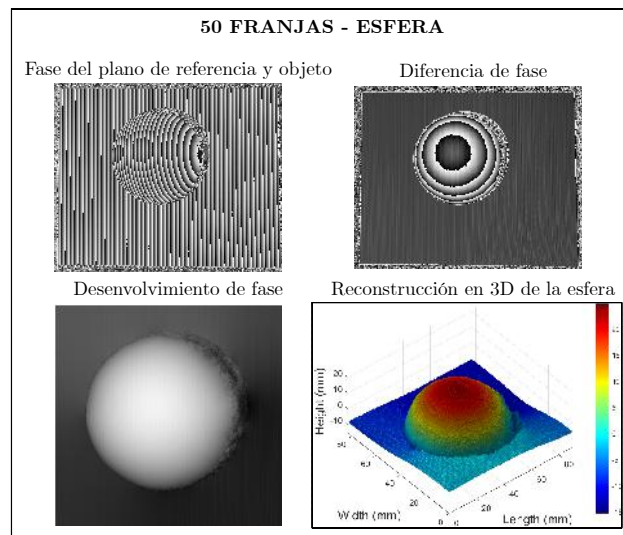


*Nota:* En el primer caso, se utilizó un patrón de proyección de 10 franjas para reconstruir el objeto sólido discontinuo. La imagen resultante muestra que con un número tan bajo de franjas, la reconstrucción del objeto es limitada y presenta errores significativos. Esto se debe a que el número insuficiente de franjas no proporciona suficiente información para capturar con precisión las variaciones de fase necesarias para una reconstrucción tridimensional precisa. Como resultado, la forma y las características del objeto no se pueden definir claramente, y la calidad de la reconstrucción es pobre. *Fuente:* Elaboración propia.

es limitada y presenta errores significativos. A medida que se incrementa el número de franjas, como en los casos con 50 y 100 franjas, la calidad de la reconstrucción mejora considerablemente, con una representación más detallada y precisa del objeto.

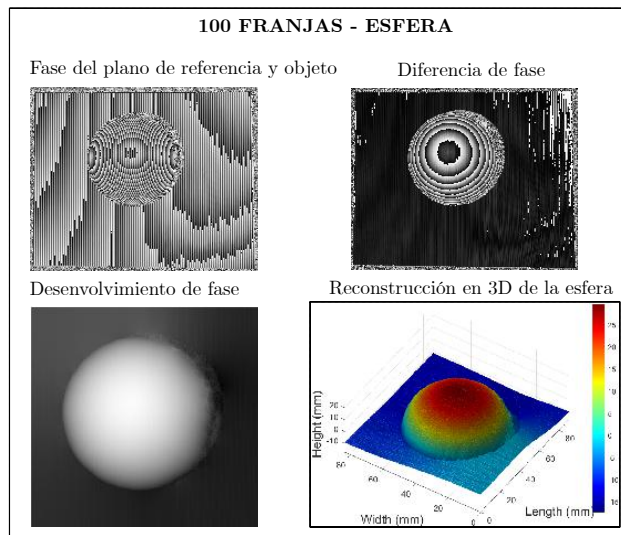
La selección adecuada del número de franjas es fundamental para obtener resultados precisos y confiables en la determinación de la forma de sólidos discontinuos mediante técnicas de proyección de franjas.

Figura 4.17: Resultado de la esfera reconstruida con 50 franjas .



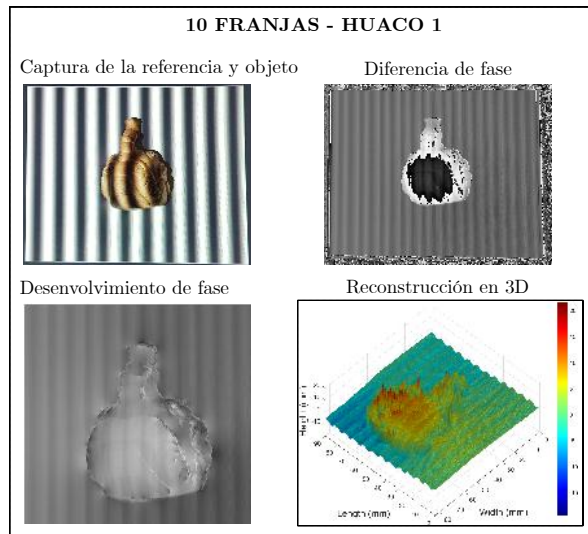
*Nota:* En el segundo caso, se incrementó el número de franjas a 50 para la reconstrucción del mismo objeto. La imagen obtenida muestra una mejora notable en la reconstrucción tridimensional del objeto sólido discontinuo. Con 50 franjas, hay una mayor resolución en la captura de las variaciones de fase, lo que permite una representación más detallada de la forma y las características superficiales del objeto. *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.18: Resultado de la esfera reconstruida con 100 franjas .



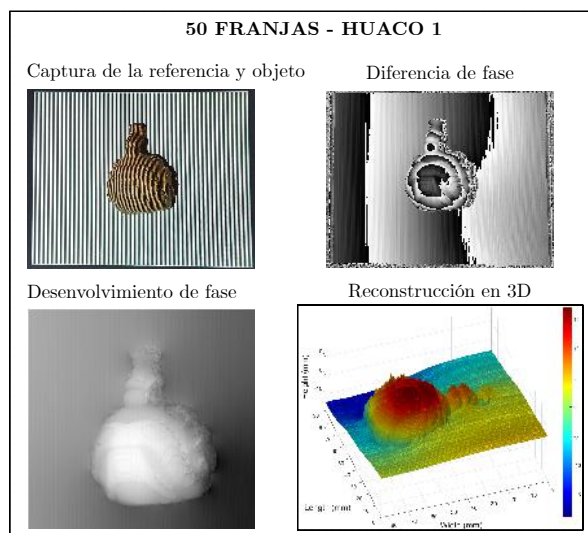
*Nota:* En el tercer caso, se aumentó aún más el número de franjas a 100. La imagen resultante muestra una reconstrucción excelente del objeto sólido discontinuo. Con 100 franjas, se logra una alta resolución en la captura de la fase, permitiendo una representación tridimensional muy detallada y precisa del objeto. La calidad de la reconstrucción es óptima, con contornos bien definidos, una representación fiel de las características superficiales del objeto real. Este resultado destaca la importancia de la cantidad adecuada de franjas para la calidad y precisión en la reconstrucción tridimensional mediante métodos de proyección de franjas. *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.19: Resultado del huaco reconstruido con 10 franjas .



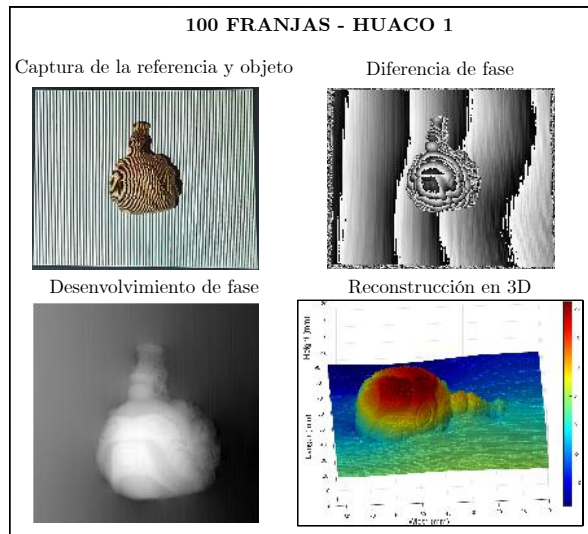
*Nota:* Visualmente no se logra apreciar ninguna figura reconstruida. *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.20: Resultado del huaco reconstruido con 50 franjas .



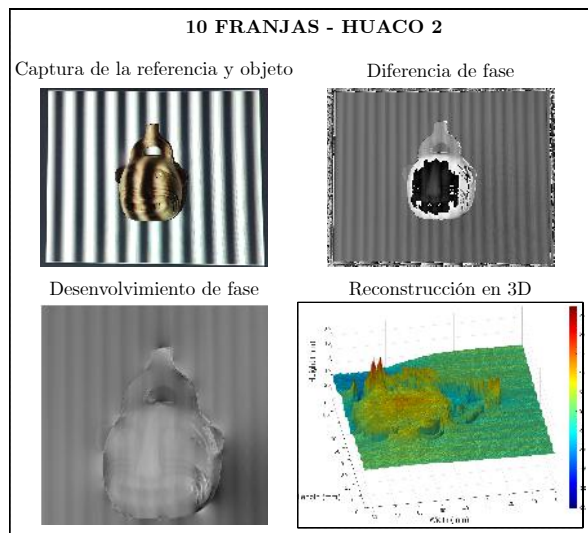
*Nota:* Visualmente ya se logra apreciar la forma de un huaco. *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.21: Resultado del huaco reconstruido con 100 franjas .



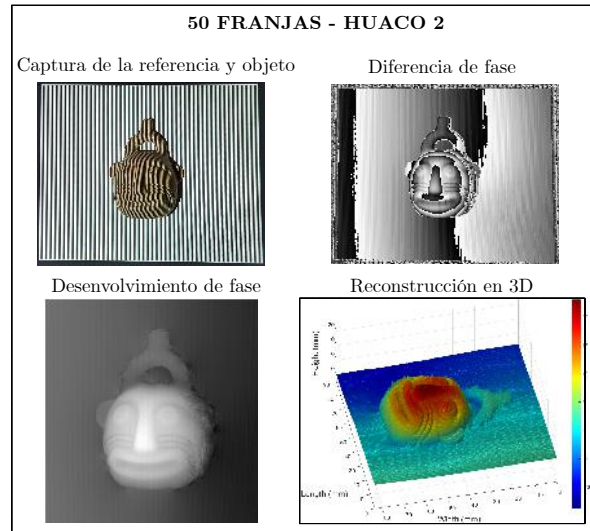
*Nota:* Visualmente ya se logra apreciar mejor la forma de un huaco. *Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.22: Resultado del segundo modelo de huaco reconstruido con 10 franjas .



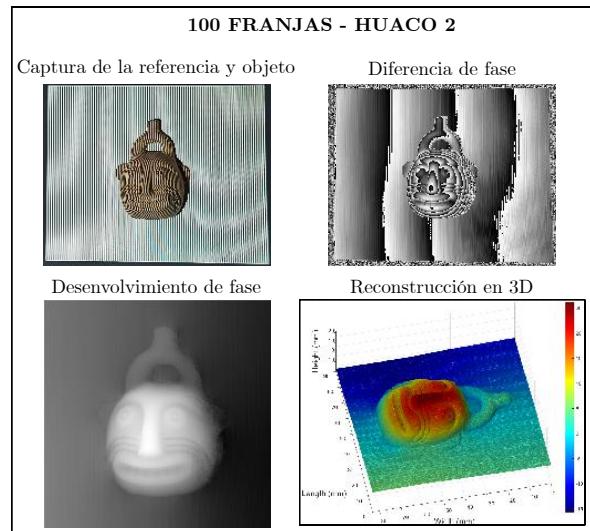
*Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.23: Resultado del segundo modelo de huaco reconstruido con 50 franjas



*Fuente:* Elaboración propia.

Figura 4.24: Resultado del segundo modelo de huaco reconstruido con 100 franjas



*Fuente:* Elaboración propia.

#### **4.8.2 Discusión de los resultados a la implementación del perfilómetro**

La implementación de un perfilómetro utilizando un proyector multimedia comercial y una cámara de celular estándar demostró ser factible y efectiva. La disponibilidad de materiales de bajo costo y la simplicidad en la implementación del dispositivo proporcionaron una solución para la adquisición de datos tridimensionales de objetos discontinuos. Esta discusión resalta la importancia de la accesibilidad y la viabilidad en la implementación de un perfilómetro de bajo costo, especialmente en entornos académicos o de investigación con recursos limitados.

#### **4.8.3 Discusión de los resultados de los patrones de franjas adquiridos desde el perfilómetro**

Se destaca la importancia de este paso en el proceso de reconstrucción tridimensional de los objetos de estudio. La adquisición de alta calidad de los patrones de franjas es fundamental para garantizar la exactitud de la reconstrucción final.

Se observó que la configuración del perfilómetro, incluyendo la cantidad de franjas proyectadas, así como la resolución del proyector, influyó directamente en la calidad de los patrones de franjas obtenidos. Además, se identificaron posibles fuentes de error, como la iluminación inconsistente, que podrían afectar la uniformidad y la claridad de las franjas proyectadas.

Es importante destacar que, a pesar de las observaciones encontrados durante la adquisición de los patrones de franjas, los resultados obtenidos fueron satisfactorios en términos generales. Se logró una buena resolución y nitidez en las imágenes capturadas, lo que sugiere que el perfilómetro implementado fue capaz de generar patrones de franjas adecuados para su procesamiento y análisis.

Sin embargo, se reconoce la necesidad de realizar ajustes y optimizaciones adicionales en el proceso de adquisición de patrones de franjas para mejorar aún más

la calidad y la consistencia de los resultados. Esto podría implicar la exploración de diferentes configuraciones de iluminación, una mejor resolución del proyector y la cámara, o la adquisición de un perfilómetro especializado para los fines de investigación para el proyecto que esta en ejecución y que alberga a la presente tesis.

#### **4.8.4 Discusión de los resultados de los programas para generación de franjas sintéticas y procesamiento de los patrones de franjas.**

La discusión de resultados resalta la importancia del desfase de  $\frac{\pi}{2}$  entre los patrones de franjas, esencial para la técnica de desplazamiento de fase. Este desfase añade información valiosa sobre la superficie del objeto de estudio en cada imagen capturada. Al desfasar los patrones, se produce un movimiento de las franjas de luz y sombra a lo largo de la superficie del objeto durante la captura de imágenes, lo que proporciona múltiples perspectivas de su forma. Esta variación en el desplazamiento de las franjas facilita el cálculo preciso de la forma del objeto.

La elección entre la función cosenoidal y la senoidal para generar las franjas se basa en sus propiedades suaves y periódicas, idóneas para la creación de patrones en aplicaciones de perfilometría. La función cosenoidal, con su fase inicial en el máximo, ofrece un inicio más natural para las franjas de luz y sombra.

Por otro lado, las franjas de onda cuadrada o triangular se descartan debido a las discontinuidades abruptas en sus bordes, lo que puede dificultar el procesamiento y análisis de las imágenes y causar errores no deseados en las mediciones, especialmente en zonas con cambios bruscos en la forma del objeto.

La implementación del desfase de  $\frac{\pi}{2}$ , la elección de la función cosenoidal o senoidal, y la exclusión de las franjas de onda cuadrada o triangular están orientadas a maximizar la precisión de las mediciones en el perfilómetro de proyección

de franjas. Las funciones cosenoidal y senoidal ofrecen transiciones suaves entre las franjas de luz y sombra, lo que simplifica el análisis y procesamiento de las imágenes.

El diseño de diagramas de flujo y la codificación en Matlab para la generación de patrones de franjas y el procesamiento con la técnica de desplazamiento de fase de cuatro pasos, permitieron una ejecución eficiente de los algoritmos. Las pruebas iniciales realizadas con muestras de esferas de tecnopor confirmaron la funcionalidad y precisión del perfilómetro. Esta discusión subraya la importancia de la implementación del desfase de  $\frac{\pi}{2}$ , la elección entre la función cosenoidal o senoidal, y la exclusión de las franjas de onda cuadrada o triangular en el diseño de algoritmos en Matlab para garantizar resultados confiables.

#### **4.8.5 Discusión de los resultados de las pruebas y ajustes en el perfilómetro**

Se destaca la necesidad de garantizar su correcto funcionamiento y precisión en la determinación de la forma de sólidos discontinuos. Se llevaron a cabo mediciones de distancias entre el proyector y la cámara, alineación de los equipos y comparaciones entre proyectores para validar los resultados obtenidos. Además, se realizaron ajustes de parámetros como la intensidad de la luz y la exposición de la cámara para mejorar la calidad de las imágenes capturadas. Estos procesos aseguran mediciones confiables, como se evidencia en la configuración final del perfilómetro, garantizando así la fiabilidad del sistema en la perfilometría de proyección de franjas.

#### **4.8.6 Discusión de los resultados a la evaluación de la aplicabilidad y versatilidad del perfilómetro**

La reconstrucción exitosa de las formas tridimensionales de las muestras de esferas de tecnopor y huacos retratos replicas demostró la aplicabilidad y versatilidad del perfilómetro. La capacidad del sistema para caracterizar objetos discontinuos con precisión sugiere su potencial uso en una variedad de campos, incluida la medicina, la arqueología y la industria. Esta discusión destaca la utilidad práctica del perfilómetro y su capacidad para contribuir al avance del conocimiento en diversas disciplinas.

## CAPÍTULO V

### CONCLUSIONES

1. La presente tesis ha cumplido con el objetivo general de determinar la forma de sólidos discontinuos mediante la aplicación de la perfilometría de proyección de franjas. A lo largo de este estudio, se diseñó, implementó y evaluó un perfilómetro utilizando un proyector multimedia comercial, una cámara de celular estándar y otros componentes disponibles en el laboratorio. Se realizaron pruebas para garantizar el correcto funcionamiento y la precisión del sistema, incluyendo la medición de distancias entre los equipos, la alineación adecuada de los mismos y la comparación de resultados entre diferentes proyectores.
2. La implementación exitosa del perfilómetro utilizando un proyector multimedia comercial, una cámara de celular estándar y otros componentes disponibles en el laboratorio ha sido un logro significativo en esta investigación. La implementación del perfilómetro representa un avance importante en el campo de la perfilometría de proyección de franjas en la UNJBG, ya que ofrece una alternativa económica y efectiva para la caracterización de formas tridimensionales de sólidos discontinuos. Además, este avance cubre una limitación presente en el proyecto de investigación que alberga esta tesis.
3. El desarrollo de un programa en Matlab para analizar los patrones de franjas obtenidos desde el perfilómetro de proyección de franjas representa un logro significativo en esta investigación. Se cumplió mediante la implementación de algoritmos de la técnica de desplazamiento de fase para extraer informa-

ción relevante de las imágenes capturadas por el perfilómetro. El programa desarrollado demostró ser eficiente y preciso en la reconstrucción de la forma de los objetos de estudio a partir de los patrones de franjas adquiridos.

4. La realización de pruebas y ajustes en el perfilómetro para garantizar la precisión y fiabilidad de las mediciones obtenidas también ha sido un paso importante en esta investigación, Se llevó a cabo un proceso de evaluación y optimización del perfilómetro para asegurar su correcto funcionamiento y la calidad de los datos obtenidos. Durante estas pruebas, se realizaron mediciones de diversos parámetros, como la alineación de los equipos, la intensidad de la luz proyectada y la configuración de la cámara, con el fin de identificar posibles fuentes de error y mejorar la precisión de las mediciones.
5. La evaluación de la aplicabilidad del sistema de perfilómetro para la medición de la forma de objetos discontinuos en diferentes campos de estudio ha sido también un aspecto importante de esta investigación. Se realizó la reconstrucción de las formas tridimensionales de las muestras de esferas de tecnopor y huacos retratos replicas demostrando la aplicabilidad del perfilómetro en diversas disciplinas. Estos resultados sugieren su potencial uso en aplicaciones médicas, arqueológicas e industriales, lo que representa una contribución significativa al avance del conocimiento en estos campos.

## **5.1 RECOMENDACIONES**

Montar el perfilómetro en una mesa óptica proporcionará una plataforma estable para los componentes del sistema. Esto ayudará a reducir las vibraciones y garantizará mediciones más precisas y consistentes.

Adquirir un proyector y una cámara especializados en aplicaciones de perfilometría garantizará una mayor calidad de imagen y una mejor resolución. Esto

mejorará la precisión y la fiabilidad de las mediciones obtenidas.

Implementar un software especializado para controlar los componentes del perfilómetro permitirá automatizar el proceso de adquisición de datos y análisis de imágenes. Esto aumentará la eficiencia del sistema y reducirá la posibilidad de errores humanos.

Garantizar una iluminación adecuada en el laboratorio de óptica mejorará la calidad de las imágenes capturadas por el perfilómetro.

Continuar desarrollando y mejorando los algoritmos utilizados para el procesamiento de imágenes permitirá obtener resultados más precisos y detallados. Esto incluye la optimización de los algoritmos de desplazamiento de fase.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Afonso, E., Martínez-Gómez, P., Tiemblo, P., & García, N. (2020). La perfilometría óptica como técnica de caracterización topográfica no destructiva y sin contacto.
- Alexis, d. J. F. G. (2013). Escaneo 3D en un campo de visión de 360 utilizando la técnica de proyección de franjas y un arreglo de espejos.
- Brown, G. M. (2000). Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods. *Optical Engineering*, 39(1), 10. <https://doi.org/10.1117/1.602438>
- Chávez, M. A. C. (2012). Medición de perfiles utilizando técnicas de proyección de franjas. *Tonantzintla, Puebla*.
- Energy of Photon | PVEducation. (s.f.). <https://web.archive.org/web/20160712123152/http://pveducation.org/pvcdrom/2-properties-sunlight/energy-photon>
- Ferretti, A., Monti-Guarnieri, A., Prati, C., Rocca, F., & Massonet, D. (2007). *InSAR principles-guidelines for SAR interferometry processing and interpretation* (Vol. 19).
- Frankowski, G., Chen, M., & Huth, T. (2000, marzo). Real-time 3D shape measurement with digital stripe projection by Texas Instruments Micro Mirror Devices DMD. En B. D. Corner & J. H. Nurre (Eds.). <https://doi.org/10.1117/12.380051>
- Gasvik, K., & Fourney, M. (1986). Projection moire using digital video processing: a technique for improving the accuracy and sensitivity.
- Gasvik, K. J. (1983). Moire technique by means of digital image processing. *Applied Optics*, 22(22), 3543-3548.

- Gåsvik, K. J. (1992). Moiré Methods. Triangulation, En *Optical metrology* (3rd, pp. 173-192). John Wiley & Sons.
- Gåsvik, K. J. (2002, agosto). *Optical Metrology* (1.<sup>a</sup> ed.). Wiley. <https://doi.org/10.1002/0470855606>
- Ghiglia, D. C., & Pritt, M. D. (1998). Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software. *Wiley-Interscience, first ed. (April 1998)*. Consultado el 10 de diciembre de 2023, desde <https://analyticalscience.wiley.com/doi/10.1002/sepspec.9780471249351/full/>
- Gonzalez, R. C., Woods, R. E., & Eddins, S. L. (2004). *Digital image processing using MATLAB*. Pearson Education India.
- Hecht, E. (1998). *Optics* (2nd). Addison-Wesley.
- Heredia-Ortiz, M., & Patterson, E. (2003). On the industrial applications of moiré and fringe projection techniques. *Strain*, *39*(3), 95-100.
- Jenkins, F. A., White, H. E., et al. (1957). *Fundamentals of optics/Francis A. Jenkins y Harvey E. White*. (inf. téc.).
- Krane, K. S. (2019). *Modern physics*. John Wiley & Sons.
- Malacara, D. (1992). Moiré and fringe projection technique. En *Optical Shop Testing* (2nd, pp. 548-564). J. Wiley & Sons.
- Moreno Yeras, A., González Peña, R., & Junco, R. (2003). Moiré topography: alternative technique in health care. *Optics and Lasers in Engineering*, *40*(1-2), 105-116. [https://doi.org/10.1016/S0143-8166\(02\)00065-9](https://doi.org/10.1016/S0143-8166(02)00065-9)
- Motorola, especificaciones. (s.f.). Consultado el 12 de febrero de 2024, desde [https://www.gsmarena.com/motorola\\_edge\\_20\\_pro-11004.php](https://www.gsmarena.com/motorola_edge_20_pro-11004.php)
- Munera, N., Lora, G. J., & Garcia-Sucerquia, J. (2012). Evaluation of fringe projection and laser scanning for 3d reconstruction of dental pieces. *Dyna*, *79*(171), 65-73.

- Muñoz-Rodríguez, J., & Rodríguez-Vera, R. (2004). Image encryption based on moiré pattern performed by computational algorithms. *Optics Communications*, 236(4-6), 295-301. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2004.03.089>
- Nayar, S., Ikeuchi, K., & Kanade, T. (1989). Determining shape and reflectance of Lambertian, specular, and hybrid surfaces using extended sources. *International Workshop on Industrial Applications of Machine Intelligence and Vision*, 169-175. <https://doi.org/10.1109/MIV.1989.40544>
- Nogales, S. O., Núñez, J. L. F., & Gómez, J. A. M. (2005). *Algoritmo iterativo eficiente para el análisis de interferogramas con corrimiento de fase aleatorio* [Tesis doctoral, Tesis de Maestría. México].
- Ordoñez Nogales, S. (2016, agosto). *Algoritmo Iterativo Eficiente para el Análisis de Interferogramas con Corrimiento de Fase Aleatorio* [Tesis doctoral]. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.20071.04002>
- Phase unwrapping. (s.f.). Consultado el 10 de diciembre de 2023, desde <http://www.ljmu.ac.uk/research/centres-and-institutes/geri/phase-unwrapping>
- Procesamiento de Imágenes. (s.f.). [http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/084/htm/sec\\_9.htm](http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/084/htm/sec_9.htm)
- Rincón, O. J., Nicholls, J. J., & Gaviria, P. (2009). Proyección de franjas con corrimiento de fase: aplicación a las ciencias forenses. *Bistua: Revista de la Facultad de Ciencias Básicas*, 7(2), 1-8.
- Rowe, S., & Welford, W. (1967). Surface topography of non-optical surfaces by projected interference fringes. *Nature*, 216(5117), 786-787.
- Serrano García, D. I., Martínez García, A., & Rayas-Alvarez, J. A. (2010, agosto). Topography measurement of specular and diffuse surfaces. En Z.-H. Gu & L. M. Hanssen (Eds.). <https://doi.org/10.1117/12.871112>
- Serway, R. A., et al. (2015). Física para ciencias e ingeniería.

- Valin-Rivera, J. L., Gonçalves, E., Vinícius-Soares, P., de Almeida Milito, G., Palacios-Fernández, F., Palacios-Roque, G. F., Ricardo-Pérez, J. O., & Valin-Fernández, M. (2017). Desarrollo del método de Moiré de proyección de franjas para la evaluación de deformaciones en premolares superiores. *Ingeniería Mecánica*, *20*(1), 22-30.
- Wu, L.-s., & Peng, Q.-j. (2006). Research and development of fringe projection-based methods in 3D shape reconstruction. *Journal of Zhejiang University-Science A*, *7*(6), 1026-1036.
- Wyant, J. C. (2000). Two-dimensional phase unwrapping-theory, algorithms, and software, by Dennis C. Ghiglia and Mark D. Pritt. *Optics & Photonics News*, *11*(11), 47.

**Tabla 0.1** *Matriz de consistencia*

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES, DIMENSIONES	METODOLOGÍA
<b>GENERAL</b>				
¿Cómo se puede determinar la forma de sólidos discontinuos utilizando perfilometría de proyección de franjas?	Determinar la forma de sólidos discontinuos mediante la aplicación de la perfilometría de proyección de franjas.	Es posible determinar la forma de sólidos discontinuos mediante perfilometría de proyección de franjas.		
<b>ESPECIFICOS</b>				
a) ¿Cómo implementar un perfilómetro utilizando un proyector multimedia comercial, una cámara de celular estándar y otros componentes disponibles en el laboratorio?	a) Implementar un perfilómetro utilizando un proyector multimedia comercial, una cámara de celular estándar y otros componentes disponibles en el nuevo laboratorio de óptica.	a) La implementación de un perfilómetro que incorpore un proyector multimedia comercial, una cámara de celular estándar y otros componentes accesibles en el laboratorio posibilitará la obtención de la forma de los objetos de estudio.	Variables:  -Sólidos discontinuos. -Forma de los sólidos discontinuos.  Dimensiones: - Características geométricas -Precisión de la medición	Tipo: Aplicativo.  Nivel: Cuantitativo, descriptivo, experimental  MUESTRAS: - esfera de tecnopor - dos huacos retratos replicas
b) ¿De qué manera se pueden adquirir patrones de franjas con desplazamiento de fase de $\frac{\pi}{2}$ desde el perfilómetro de proyección de franjas?	b) Obtener patrones de franjas con desplazamiento de fase de $\frac{\pi}{2}$ utilizando el perfilómetro de proyección de franjas.	b) Se plantea que la captura de patrones de franjas con un desplazamiento de fase de $\frac{\pi}{2}$ utilizando el perfilómetro de proyección de franjas facilitará el procesamiento de imágenes.		
c) ¿Cómo desarrollar un programa en Matlab que permita analizar los patrones de franjas obtenidos desde el perfilómetro de proyección de franjas?	c) Crear un programa en Matlab para analizar los patrones de franjas obtenidos desde el perfilómetro de proyección de franjas.	c) El desarrollo de un programa en Matlab para procesar los patrones de franjas capturados por el perfilómetro podría facilitar un procesamiento eficiente de estos patrones.		

## Anexo A Códigos en MATLAB para la generación de franjas sintéticas

Se presentan códigos en *Matlab* para generar imágenes de franjas ajustables en densidad según los parámetros del sistema.

```
clear all; close all; clc;
% Parámetros del sistema:
Fs = 1280;           % Frecuencia de muestreo.
X = 1/Fs;           % Período de muestreo.
L = 1280;           % Longitud de la señal.
x = (0:L-1)*X;      % Vector de tiempo.
f0 = 10;            % Densidad de franjas.
N = 4;              % Número de imágenes a generar.

% Bucle for para generar cada imagen de franjas:
for i=0:N-1
    y = cos(2*pi*f0*x + i*pi/2); % Perfil cosenoidal
    Ixy = repmat(y,1024,1);      % Repetir el perfil en el eje
        vertical

    % visualizar la imagen actual de franjas en una figura
    figure, imshow(Ixy,[])

    % Se guarda la imagen como un archivo JPG:
    ax = gca;
    exportgraphics(ax,("image_" + num2str(i) + ".jpg"),'
        Resolution',300)
end
```

## Anexo B Algoritmo de medición de la fase y determinación de la forma de sólidos discontinuos en un espacio 3D

```
clc, close all, clear all
% Parámetros de calibración
distance_camera_projector = 280; % Distancia entre la cámara y el
    proyector en milímetros
distance_camera_reference_plane = 650; % Distancia entre la
    cámara y el plano de referencia en milímetros
% Definir las dimensiones físicas conocidas del área observada
physical_width_mm = 300; % Ancho físico de la imagen en
    milímetros
physical_height_mm = 250; % Altura física de la imagen en
    milímetros

%% Cargar los patrones de franjas
[FileName, PathName] = uigetfile('*.jpg', 'Select the JPG file');
FP = imread([PathName FileName]);
FP = double(rgb2gray(FP));
figure, imshow(FP,[])
% Imprimir información sobre la resolución de la imagen
disp(['Resolución de la Imagen Cargada: ' num2str(size(FP, 1)) 'x
    ' num2str(size(FP, 2))]);

%% Ajustar píxeles por milímetro
% Definir las dimensiones físicas conocidas del área observada
physical_width_mm = 600; % Ancho físico de la imagen en
    milímetros
```

```

physical_height_mm = 500; % Altura física de la imagen en
    milímetros

% Calcular píxeles por milímetro en longitud y ancho
pixels_per_mm_length = size(FP, 2) / physical_width_mm;
pixels_per_mm_width = size(FP, 1) / physical_height_mm;

disp(['Píxeles por Milímetro en Longitud: ' num2str(
    pixels_per_mm_length)]);
disp(['Píxeles por Milímetro en Ancho: ' num2str(
    pixels_per_mm_width)]);

%% four-step PSA coefficients
cn = [1 -1i -1 1i];
N = length(cn);

%% phase measurement - reference plane
Arp = 0;
for i = 0:N-1
    tempvar = imread([PathName 'REF_' num2str(i) '.jpg']);
    tempvar = double(rgb2gray(tempvar));

    Arp = Arp + cn(i+1) * tempvar;
end

PhiRP = angle(Arp);
figure, imshow(PhiRP, [])

%% phase measurement - object
Aob = 0;
for i = 0:N-1
    tempvar = imread([PathName 'HUAC02_' num2str(i) '.jpg']);

```

```

tempvar = double(rgb2gray(tempvar));

Aob = Aob + cn(i+1) * tempvar;
end

PhiOB = angle(Aob);
figure, imshow(PhiOB,[])
%% Diferencia de fase
Adiff = exp(1i * PhiOB) .* exp(-1i * PhiRP);
PhiW = angle(Adiff);
figure, imshow(PhiW,[])
%% Desenvolvimiento de Fase (phase unwrapping)
PhiUW = phase_unwrap(PhiW(206:1970,800:2450));
figure, imshow(PhiUW,[])
%% Contar franjas verticales
franjas_contadas_vertical = count_franjas(FP, 'vertical');
disp(['Franjas Contadas Verticalmente: ' num2str(
    franjas_contadas_vertical)]);

%% Cálculo del periodo de las franjas
periodo_franjas_mm = physical_width_mm /
    franjas_contadas_vertical;
disp(['Periodo de Franjas Calculado (mm): ' num2str(
    periodo_franjas_mm)]);

% Cálculo del ángulo
theta = atan((periodo_franjas_mm * franjas_contadas_vertical) /
    (2 * pi * distance_camera_reference_plane)) * (180/pi);
disp(['Ángulo Calculado (grados): ' num2str(theta)]);

%% Calcular píxeles por milímetro en longitud y ancho

```

```

pixels_per_mm_length = size(FP, 2) / physical_width_mm;
pixels_per_mm_width = size(FP, 1) / physical_height_mm;

disp(['Píxeles por Milímetro en Longitud: ' num2str(
    pixels_per_mm_length)]);
disp(['Píxeles por Milímetro en Ancho: ' num2str(
    pixels_per_mm_width)]);

%% Ajustar a unidades de longitud reales en los ejes length y
    width
length_mm = size(PhiUW, 2) / pixels_per_mm_length;
width_mm = size(PhiUW, 1) / pixels_per_mm_width;

disp(['Longitud Calculada (mm): ' num2str(length_mm)]);
disp(['Ancho Calculado (mm): ' num2str(width_mm)]);

%% Calcular factores de escala para longitud y ancho
length_scaling_factor = physical_width_mm / length_mm;
width_scaling_factor = physical_height_mm / width_mm;

disp(['Factor de Escala para Longitud: ' num2str(
    length_scaling_factor)]);
disp(['Factor de Escala para Ancho: ' num2str(
    width_scaling_factor)]);

%% Aplicar escalamiento por separado a longitud y ancho
scaled_length_mm = linspace(0, length_mm, size(PhiUW, 2)) *
    length_scaling_factor;
scaled_width_mm = linspace(0, width_mm, size(PhiUW, 1)) *
    width_scaling_factor;

```

```

%% Aplicar escalamiento a la altura
scaled_hxy = PhiUW * periodo_franjas_mm / (2 * pi * tan(45));

%% Visualización en 3D
figure,

% Ajustar a unidades de longitud reales en los ejes length y
width
length_mm = physical_width_mm;
width_mm = physical_height_mm;

length_scaling_factor = size(scaled_hxy, 2) / length_mm;
width_scaling_factor = size(scaled_hxy, 1) / width_mm;

% Escalar las dimensiones físicas
length_real = size(scaled_hxy, 2) / pixels_per_mm_length /
length_scaling_factor;
width_real = size(scaled_hxy, 1) / pixels_per_mm_width /
width_scaling_factor;

% Visualización en 3D con escala de color ajustada
figure,
surf(linspace(0, length_real, size(scaled_hxy, 2)), ...
linspace(0, width_real, size(scaled_hxy, 1)), ...
scaled_hxy, 'EdgeColor', 'none');

% Configuración de ejes y etiquetas
axis tight
xlabel('Length (mm)', 'FontSize', 15), ylabel('Width (mm)', '
FontSize', 15), zlabel('Height (mm)', 'FontSize', 15)

```

```
% Configuración de la escala de color
colormap(jet); % cambiar a 'parula' ó a otras paletas de colores
                según tu preferencia

% Barra de color
colorbar

% Configuración de la vista
view(-35, 60)
camlight left
```

## Anexo C Algoritmo de desenvolvimiento de fase

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%metodo de fase desenvuelta basado en el calculo de minimos
  cuadrados en la fase envuelta con el uso DCT,
%capitulo 5.3.2, ec. 5.60 del libro TWO DIMENSIONAL PHASE
  UWRAPPING, Dennis Ghiglia y Mark D. Pritt
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function phi = phase_unwrap(psi)

    %size(psi,1) es el numero de filas de la matriz psi
    %zeros([size(psi,1),1]) entrega como cero la primera
      columna de todas las filas de la matriz psi
    %diff(psi, 1, 2)) resta los elemnetos de las columnas (j
      +1)-j de la matriz psi
    %wrapToPi envuelve el angulo en radianes de pi a -pi. si
      es positivo seria (xy)-npi, si es negativo npi+(xy)
    %(xy) s el valor en cada pixel

    %size(psi,2) es el numero de columnas de la matriz psi
    %zeros([1,size(b,2)]) entrega como cero la primera fila
      de todas las columnas de la matriz psi
    %diff(psi, 1, 1)) resta los elemnetos de las filas (i+1)-
      i de la matriz psi

    dx = [zeros([size(psi,1),1]), wrapToPi(diff(psi, 1, 2)),
          zeros([size(psi,1),1])];
    dy = [zeros([1,size(psi,2)]); wrapToPi(diff(psi, 1, 1));
          zeros([1,size(psi,2)])];
    % dx y dy son las primeras diferenciales de la matriz psi
```

```

rho = diff(dx, 1, 2) + diff(dy, 1, 1);
% diff(dx, 1, 2) y diff(dy, 1, 1) respresenta las
    segundas derivadasde la matriz psi,
%la suma representa la ecuacion de poisson

dctRho = dct2(rho); %dct2 la transforma discreta coseno de
    Fourier aplicada a la ec. Poisson
[N, M] = size(rho);
[I, J] = meshgrid([0:M-1], [0:N-1]); % crea matriz salida de
    igua dimensiones que rho,
%se usa para no confundir con el uso de M y N en la ec.
    dctPhi
dctPhi = dctRho ./ 2 ./ (cos(pi*I/M) + cos(pi*J/N) -2);
dctPhi(1,1) = 0; % el termino (1,1) es indeterminado entonces
    se reemplaza (i,j)=(0,0)

% now invert to get the result
phi = idct2(dctPhi); %se aplica la inversa de la dct2 (idct2
    )
end

```

## Anexo D Resultados de la determinación de la forma de sólidos con 20, 30, 40, 60 y 100 franjas

A continuación se presentan las imágenes procesadas en *Matlab*.

Figura 4.1: forma de la esfera con 20 Franjas.

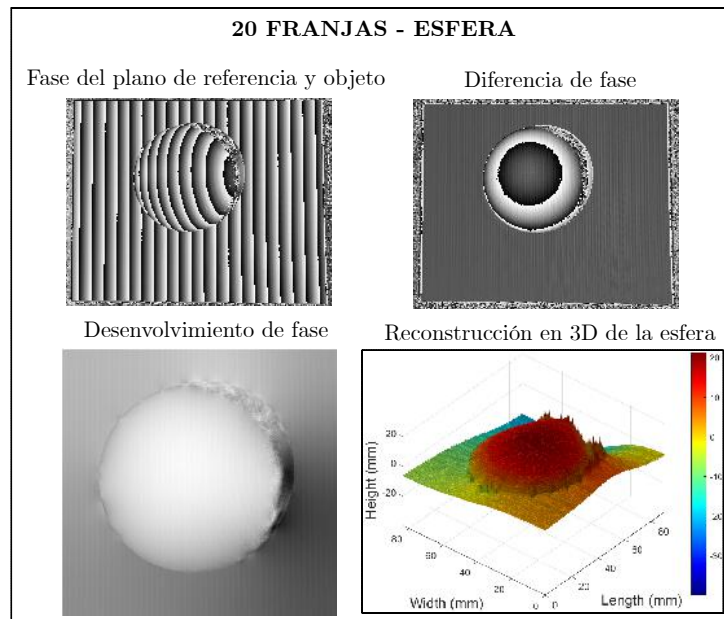


Figura 4.2: forma de la esfera con 30 Franjas.

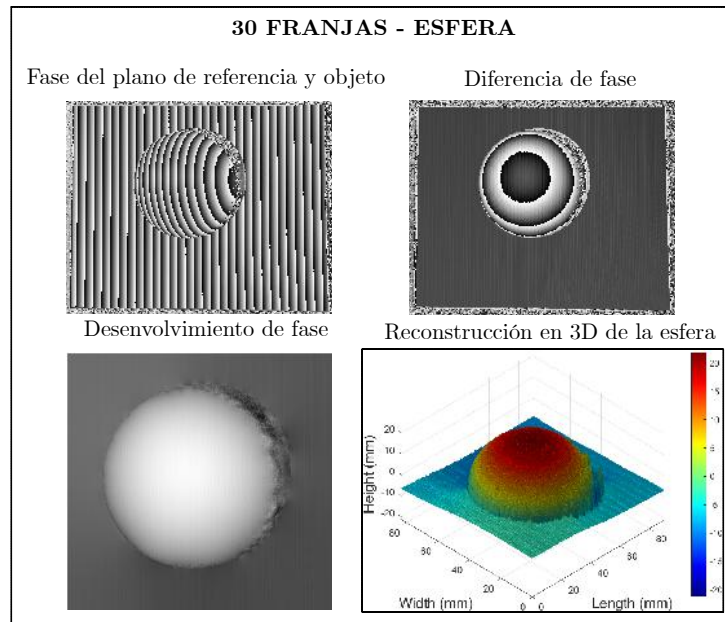


Figura 4.3: forma de la esfera con 40 Franjas.

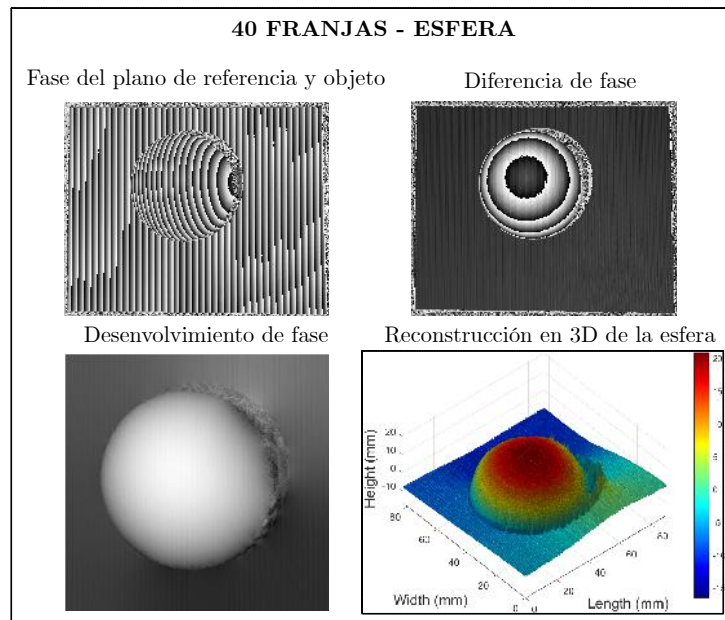


Figura 4.4: forma de la esfera con 60 Franjas.

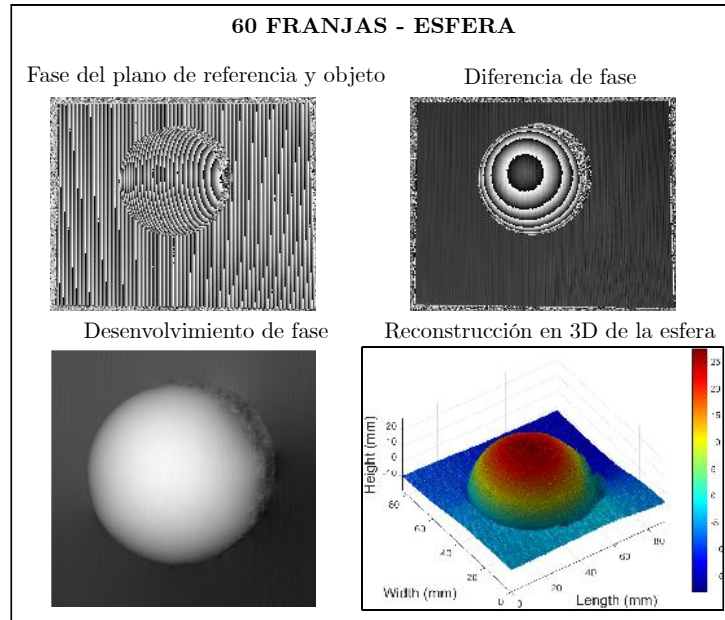


Figura 4.5: forma de la esfera con 100 Franjas.

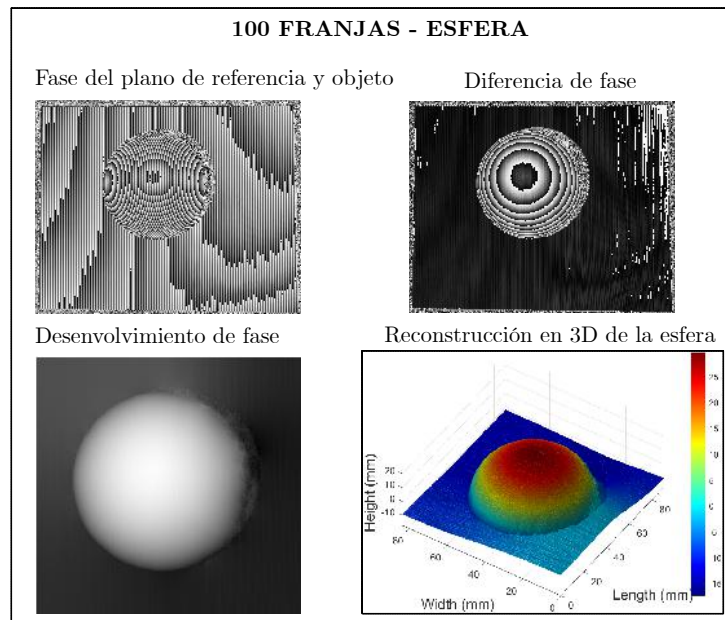


Figura 4.6: forma de un huaco retrato con 20 Franjas.

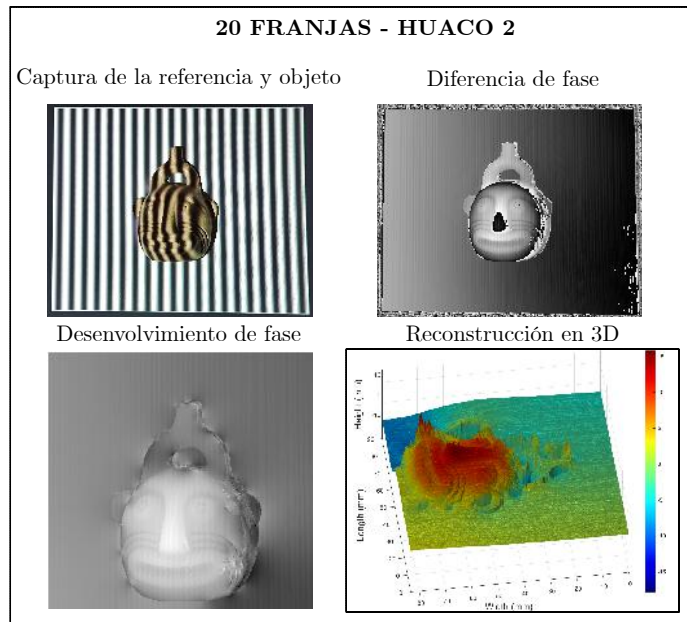


Figura 4.7: forma de un huaco retrato con 30 Franjas.

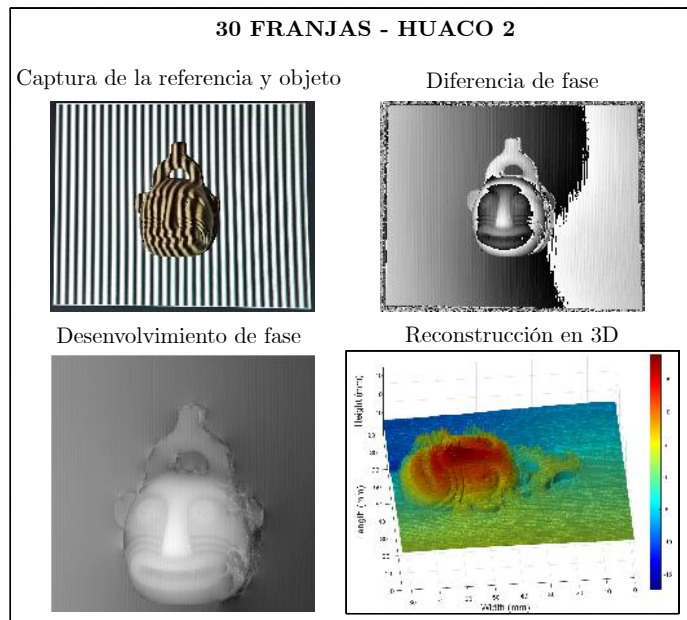


Figura 4.8: forma de un huaco retrato con 40 Franjas.

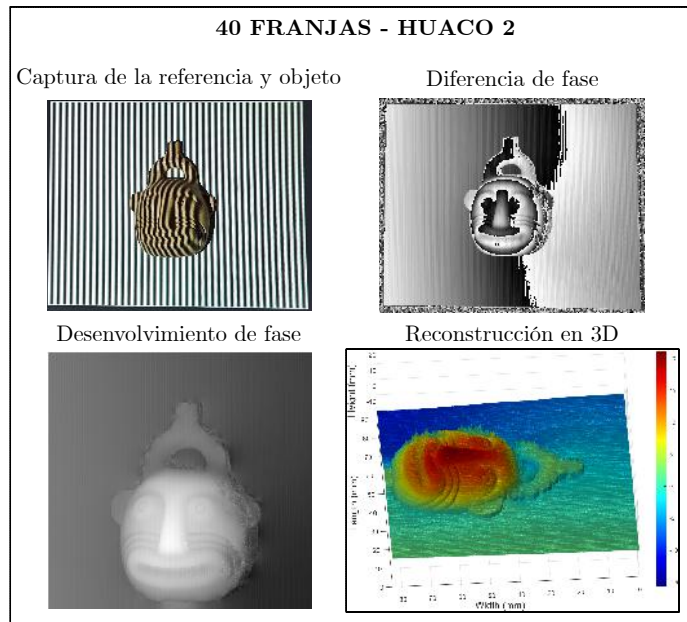


Figura 4.9: forma de un huaco retrato con 60 Franjas.

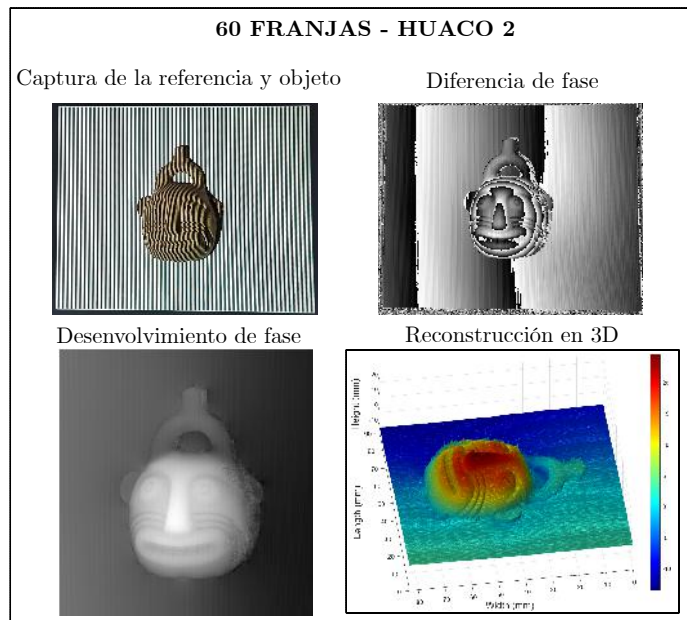


Figura 4.10: forma de un huaco retrato con 100 Franjas.

