

UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN

Facultad de Ingeniería

Escuela Profesional de Ingeniería Química

**MEJORA DEL MODELAMIENTO DE LA OPERACIÓN
DE CLASIFICACIÓN DE MENAS DE CUARZO CON
HIDROCICLONES UTILIZANDO MODELO
SEMI-MECANÍSTICO**

TESIS

Presentada por:

Bach. Sandra Elena Pajares Centeno

Para optar el Título Profesional de:

INGENIERO QUÍMICO

TACNA – PERÚ

2025


UNIVERSIDAD NACIONAL JORGE BASADRE GROHMANN


Facultad de Ingeniería

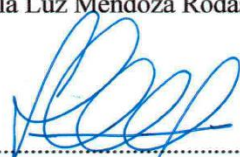
Escuela Profesional de Ingeniería Química

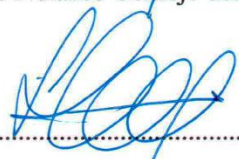
**“MEJORA DEL MODELAMIENTO DE LA OPERACIÓN DE
CLASIFICACIÓN DE MENAS DE CUARZO CON
HIDROCICLONES UTILIZANDO MODELO
SEMI-MECANÍSTICO”**

Tesis sustentada y aprobada el 14 de marzo del 2025 por la Bachiller **Sandra Elena Pajares Centeno**, siendo el jurado calificador integrado por:

PRESIDENTE : 
.....
Dr. Manuel de Jesús Sánchez Rosales

SECRETARIO : 
.....
M.Sc. Zoila Luz Mendoza Rodas

MIEMBRO : 
.....
Dr. Pedro Nolzco Cornejo del Carpio

ASESOR : 
.....
Dr. Pedro Nolzco Cornejo del Carpio

CERTIFICADO DE SIMILITUD

Yo **Dr. Pedro Nolazco Cornejo del Carpio** en mi condición de asesor acreditado por la Resolución de Facultad N° 8293-2023 FAIN/UNJBG, de la tesis titulada: **MEJORA DEL MODELAMIENTO DE LA OPERACIÓN DE CLASIFICACIÓN DE MENAS DE CUARZO CON HIDROCICLONES UTILIZANDO MODELO SEMI-MECANÍSTICO**, presentada por la **Bach. Sandra Elena Pajares Centeno**, para optar el Título Profesional de: **INGENIERO QUÍMICO**.

Habiendo cumplido con lo establecido en el reglamento de originalidad y de similitud de trabajos de investigación y producción intelectual, considerando que según la revisión, evaluación y análisis realizado a través del software de similitud textual TURNITIN cuenta con el nivel de similitud permitido cuyo porcentaje es **5%**.

Por lo que CERTIFICO LA SIMILARIDAD de la ESCALA DE SIMILITUD de la tesis está de acuerdo a lo PERMITIDO, para continuar con los trámites correspondientes y para su publicación en el repositorio Institucional.

Se emite el presente certificado con fines de continuar con los trámites respectivos para su obtención del Título Profesional.

Tacna, 18 de marzo del 2025

Dr. Pedro Nolazco Cornejo del Carpio
DNI: 29251129
Asesor



Bach. Sandra Elena Pajares Centeno
DNI: 45997045
Tesisista



DEDICATORIA

A mi compañero de vida Rodrigo, a mi hija Fátima, a mis Padres y a todos aquellos que hicieron posible de alguna manera la realización de este trabajo de investigación.

AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento especial al Dr. Pedro Nolazco Cornejo del Carpio docente de la Escuela Profesional de Ingeniería Química, a la Universidad Nacional Jorge Basadre de Grohmann donde realicé mis estudios de pregrado y a la Escuela de Posgrado Newman mi actual centro de trabajo.

ÍNDICE

DEDICATORIA	v
AGRADECIMIENTOS	vi
ÍNDICE	vii
Índice de tablas	xi
Índice de figuras.....	xiii
Índice de anexos.....	xv
Listado de Símbolos	xvi
RESUMEN	xx
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I.....	3
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	3
1.1. Antecedentes del problema a investigar.	3
1.2. Descripción del problema.	4
1.3. Formulación del problema (general y específicos).	4
1.4. Objetivos de la investigación (general y específicos).	5
1.4.1. Objetivo general.....	5
1.4.2 Objetivos específicos	5
1.5. Justificación e importancia de la investigación.	6

1.5.1. Justificación Teórica.....	6
1.5.2. Justificación Práctica	6
1.5.3. Justificación Metodológica	7
1.6. Limitaciones.	8
1.7. Viabilidad del estudio.....	9
1.8. Formulación de hipótesis	10
1.9. Variables	11
1.10. Operacionalización de variables (Indicadores y dimensiones).	11
CAPÍTULO II.....	15
MARCO TEÓRICO	15
2.1 Antecedentes del trabajo de investigación.....	15
2.2 Bases teóricas.....	17
2.2.1. Hidrociclones	17
2.2.2. Principios de la operación	19
2.2.3. Modelo matemático propuesto por Vásquez	28
2.3.4. Modelamiento matemático semi mecánico	29
CAPÍTULO III	41
MARCO METODOLÓGICO	41
3.1. Planteamiento metodológico.....	41
3.2. Población y muestra.....	41
3.3. Equipos y Materiales.....	41
3.4. Procedimiento de las pruebas experimentales	41

3.5.	Técnicas de recolección de datos	42
3.6.	Técnicas para el procesamiento de datos.....	42
3.6.1.	Cálculo de la eficiencia de clasificación por tamaños de partículas	43
3.6.2.	Cálculo de las constantes de clasificación de los modelos semi–mecanísticos	54
3.6.3.	Cálculo del coeficiente de determinación R^2 de los modelos semi – mecanísticos	77
3.6.4.	Obtención del modelo matemático.....	92
CAPÍTULO IV		99
RESULTADOS		99
4.1.	Descripción de las pruebas experimentales	99
4.2.	Presentación y análisis de los resultados.....	100
4.2.1.	Variables que gobiernan la operación de clasificación.....	100
4.2.2.	Efecto de las variables de operación sobre la eficiencia de clasificación.	101
4.2.2.1.	Efecto de la presión	101
4.2.2.2.	Efecto del diámetro de vórtex	104
4.2.2.3.	Efecto del diámetro de ápex.....	106
4.2.2.4.	Efecto del porcentaje de sólidos en la alimentación	108
4.2.3.	Expresión matemática para la mejora de la eficiencia de clasificación.....	111
4.2.4.	Expresión matemática que mejore el modelamiento de la operación de clasificación de menas de cuarzo con hidrociclones	115
4.3.	Contrastación de hipótesis	119

CAPÍTULO V

DISCUSIÓN.....	121
5.1. Pruebas de validación del modelo experimental	121
5.2. Aplicación de la tecnología encontradas.....	122
5.3. Contraste con trabajos de investigación similares	124
CONCLUSIONES	126
RECOMENDACIONES	128
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	129
ANEXOS	134
Anexo 1.	134
Anexo 2.	138
Anexo 3.	146
Anexo 4.	152

Índice de tablas

Tabla 1	Cuadro de Operacionalización de Variables	12
Tabla 2	Valores calculados de n en la región libre de vórtice	24
Tabla 3	Análisis Granulométrico – Prueba 1	47
Tabla 4	Velocidades máxicas – Prueba 1	48
Tabla 5	Porcentaje retenido en la alimentación – Prueba 1	49
Tabla 6	Flujo másico que se va a la descarga por el efecto bypass – Prueba 1	49
Tabla 7	Flujo másico que se va a la descarga por el efecto de la clasificación – Prueba 1	50
Tabla 8	Flujo másico de la alimentación a clasificar para cada malla – Prueba 1	51
Tabla 9	Eficiencia de clasificación por tamaño de partícula – Prueba 1	52
Tabla 10	Retenido acumulado y pasante acumulado en la alimentación – Prueba experimental 1	64
Tabla 11	% Pasante acumulado por tamaños de partícula	72
Tabla 12	$\text{erf}^{-1}(x)$ por tamaño de partícula	72
Tabla 13	Y y T por tamaño de partícula	73
Tabla 14	Cálculo del coeficiente de correlación de Pearson	79
Tabla 15	Coefficientes de determinación – Zhao model	90
Tabla 16	Coefficientes de determinación	92
Tabla 17	Factores adimensionales y variables	93
Tabla 18	Pruebas experimentales con porcentaje de sólidos en la alimentación de 34%	102
Tabla 19	Pruebas experimentales con porcentaje de sólidos en la alimentación de 28%	103
Tabla 20	Resultados del d_{50c} , para diferentes presiones de alimentación	103
Tabla 21	Relación diámetro de vórtice vs d_{50c}	105
Tabla 22	Resultados del d_{50c} , para diferentes diámetros de ápex	107

Tabla 23	Relación entre la capacidad volumétrica y el porcentaje de agua en la alimentación	109
Tabla 24	Resultados del d_{50c} , para diferentes porcentajes de sólidos	110
Tabla 25	Análisis de correlación de las variables.	113
Tabla 26	Análisis de regresión de las variables	114
Tabla 27	ANOVA ^a	115
Tabla 28	Resumen del análisis de Regresión - Resumen del modelo ^b	115

Índice de figuras

Figura 1	Estructura geométrica del hidrociclón	18
Figura 2	Ingreso de partículas al hidrociclón	19
Figura 3	Análisis de las fuerzas que actúan sobre las partículas.	20
Figura 4	Componentes de la velocidad dentro de un hidrociclón	21
Figura 5	Distribución de la velocidad tangencial en un hidrociclón	22
Figura 6	Perfil de velocidad tangencial a diferentes diámetros de overflow	24
Figura 7	Perfil de velocidad tangencial en diferentes posiciones axiales	25
Figura 8	Esquema de trabajo experimental	28
Figura 9	Eficiencia de clasificación vs Tamaño de partícula	52
Figura 10	% Pasante acumulado por tamaño de partícula	64
Figura 11	Q calculado vs experimental – Modelo Nageswararao	79
Figura 12	d_{50c} calculado vs experimental – Modelo Nageswararao	80
Figura 13	R_f calculado vs experimental – Modelo Nageswararao	81
Figura 14	R_v calculado vs experimental – Modelo Nageswararao	82
Figura 15	d_{50c} calculado vs experimental – Modelo Narasimha	83
Figura 16	Q calculado vs experimental – Modelo Narasimha	84
Figura 17	α calculado vs experimental – Modelo Narasimha	85
Figura 18	R_f calculado vs experimental – Modelo Narasimha	86
Figura 19	d_{50} calculado vs experimental – Ji model	87
Figura 20	R_f calculado vs experimental – Ji model	88
Figura 21	Q calculado vs experimental – Pang model	89
Figura 22	d_{50} calculado vs experimental – Pang model	90
Figura 23	Variables calculadas vs experimentales – Zhao model	91
Figura 24	Q calculado vs experimental	95
Figura 25	d_{50c} calculado vs experimental	96
Figura 26	α calculado vs experimental	97
Figura 27	R_f calculado vs experimental	98
Figura 28	Curva de capacidad	102

Figura 29	d_{50c} vs Presión	104
Figura 30	d_{50c} vs Diámetro de vórtex	106
Figura 31	d_{50c} vs Diámetro de ápex	108
Figura 32	% Sólidos en la alimentación vs d_{50c}	110

Índice de anexos

Anexo 1	Resumen de las condiciones de operación para cada prueba experimental	134
Anexo 2	Distribución de tamaño de partículas de los productos del hidrociclón	138
Anexo 3	Eficiencia de clasificación por tamaño de partícula	146
Anexo 4	Resultados de d_{50} , d_{50c} , α	152

Listado de Símbolos

C_D	coeficiente de arrastre
C_v	fracción volumétrica de sólidos en la alimentación
d	diámetro de partícula
d_{50}	tamaño de corte
d_{50c}	tamaño de corte corregido
d_{50f}	tamaño medio de los sólidos de la alimentación.
D_c	diámetro del hidrociclón.
D_o	diámetro del overflow
D_u	diámetro de underflow
D_i	diámetro de entrada
D_t	coeficiente de difusión turbulento
Eu	desviación probable
E_p	número de ecart probable
F_{-38}	fracción de finos por debajo de los 38 μm en la alimentación al hidrociclón
F_c	fuerza centrífuga
F_D	fuerza de arrastre
F_r	fuerza resultante
F_s	flujo másico de sólidos en la alimentación

$F_{S_{ByPass_i}}$	Flujo másico de la alimentación que se va a la descarga por efecto by pass
$F_{S_{Aclarificar_i}}$	Flujo másico de alimentación que es clasificado por el hidrociclón
g	aceleración de la gravedad 9,81 m/s ²
k	constante de velocidad radial
K_i	coeficiente específico para cada material (calibración)
h	altura de vórtice libre
i	ángulo de inclinación
L_c	longitud de la sección cilíndrica del hidrociclón
L_{co}	longitud de la sección cónica del hidrociclón
r	posición radial
P	presión
Q	caudal
r	radio de la circunferencia
Re	número de Reynolds
R_f	recuperación del agua en el underflow
u_s	velocidad tangencial
V	velocidad relativa de partículas y fluidos.
V_r	velocidad radial
V_i	velocidad de entrada
V_z	velocidad axial

V_h	velocidad terminal de sedimentación obstaculizada
V_t	velocidad terminal de sedimentación libre (velocidad máxima de la partícula bajo condiciones libres de sedimentación).
OF_s	flujo másico de sólidos total en la corriente overflow
R	Coefficiente de determinación
UF_s	flujo másico de sólidos total en la corriente underflow
OF_{s_i}	flujo másico de sólidos en la corriente overflow de un tamaño de partícula i
UF_{s_i}	flujo másico de sólidos en la corriente underflow de un tamaño de partícula i
WF	flujo másico de agua en la alimentación
WOF	flujo másico de agua en el overflow
WUF	flujo másico de agua en el underflow
X_i	es el flujo másico de sólidos por malla
X	es el flujo másico de sólidos total
Y	variable dependiente
\hat{Y}	variable dependiente calculada
\bar{Y}	valor promedio de la variable independiente
$\% \text{Agua}_F$	Porcentaje de agua en la alimentación

Acrónimos

CFD = Dinámica de fluidos computacional

Símbolos griegos

θ ángulo del cono

μ viscosidad

ρ densidad

λ parámetro

Subíndices

s sólido

l líquido

p pulpa

m mezcla

RESUMEN

El objetivo principal de esta investigación fue mejorar el modelamiento de la operación de clasificación de menas de cuarzo en hidrociclones mediante la aplicación de modelos semi-mecanísticos. Se plantearon tres objetivos específicos, incluyendo la evaluación del efecto de dichas variables en la eficiencia de clasificación, el desarrollo de una expresión matemática para mejorar la eficiencia, y el desarrollo de modelos para optimizar el diseño y operación del proceso de clasificación de menas de cuarzo. El estudio se llevó a cabo mediante un enfoque experimental con 145 pruebas realizadas en un hidrociclón, variando condiciones como la presión, el diámetro de las boquillas de salida (overflow y underflow), y la concentración de sólidos en la alimentación. Los datos fueron procesados utilizando herramientas estadísticas y modelos matemáticos, incluyendo una combinación de regresión polinómica y términos fenomenológicos. Los análisis incluyeron cálculos de eficiencia de clasificación, tamaño de corte (d_{50c}) y otros parámetros clave que influyen en la operación del hidrociclón. El estudio permitió identificar variables críticas que gobiernan la eficiencia de clasificación, como la relación de diámetros, la presión de entrada y las características geométricas del hidrociclón. Los resultados indicaron que un control cuidadoso de la presión y la geometría mejora la eficiencia de separación de partículas finas. Obteniéndose un modelo para el cálculo de la eficiencia de clasificación ante diferentes condiciones de operación con un $R^2 = 0,87$ y un conjunto de modelos matemáticos que representan el proceso de clasificación de partículas de cuarzo. Los modelos matemáticos obtenidos son de fácil aplicación y sirven para simular el proceso de clasificación de las partículas de cuarzo.

Palabras clave: Modelamiento, menas de cuarzo, hidrociclones.

ABSTRACT

The main objective of this research was to improve the modeling of the operation of quartz ore classification in hydrocyclones through the application of semi-mechanistic models. Three specific objectives were set, including evaluating the effect of these variables on classification efficiency, developing a mathematical expression to enhance efficiency, and developing models to optimize the design and operation of the quartz ore classification process. The study was conducted using an experimental approach with 145 tests performed in a hydrocyclone, varying conditions such as pressure, nozzle diameter (overflow and underflow), and solid concentration in the feed. The data were processed using statistical tools and mathematical models, including a combination of polynomial regression and phenomenological terms. The analyses included calculations of classification efficiency, cut size (d_{50c}), and other key parameters that influence hydrocyclone operation. The study identified critical variables governing classification efficiency, such as the diameter ratio, inlet pressure, and the geometric characteristics of the hydrocyclone. The results indicated that careful control of pressure and geometry improves the efficiency of fine particle separation. A model was obtained for calculating classification efficiency under different operating conditions with an $R^2 = 0,877$ along with a set of mathematical models that represent the quartz particle classification process. The mathematical models obtained are easy to apply and serve to simulate the classification process of quartz particles.

Keywords: Modeling, quartz ores, hydrocyclones.

INTRODUCCIÓN

El procesamiento de minerales, específicamente la clasificación de menas, es una operación clave en la industria metalúrgica (Enderika, 2023). La utilización de hidrociclones para la separación de partículas en función de su tamaño se ha vuelto indispensable debido a su capacidad para manejar grandes volúmenes de material y su eficiencia relativa (González, 2024). Sin embargo, la optimización de la operación de clasificación sigue siendo un desafío, ya que múltiples variables operativas y de diseño influyen directamente en la eficiencia del proceso.

Tradicionalmente, el modelamiento de la operación de los hidrociclones ha dependido de aproximaciones empíricas que, aunque útiles, no siempre representan con precisión la complejidad del proceso. Esto ha llevado al desarrollo de modelos semi-mecanísticos, que combinan fundamentos físicos con ajustes empíricos, y ofrecen una comprensión más profunda del comportamiento del equipo bajo diferentes condiciones de operación. Estos modelos, sin embargo, requieren un análisis detallado de las variables que afectan la eficiencia de clasificación para ser aplicados con éxito en la optimización del proceso.

El presente trabajo tiene como objetivo mejorar el modelamiento de la operación de clasificación de menas de cuarzo con hidrociclones utilizando un enfoque semi-mecanístico. Para ello, se identifican las variables clave que gobiernan la operación y se evalúa su efecto sobre la eficiencia de clasificación. A partir de este análisis, se busca calcular las constantes y coeficientes de los modelos semi-mecanísticos y obtener una expresión matemática que mejore la predicción de la eficiencia del proceso. La propuesta incluye la utilización de una regresión polinómica, que permitirá afinar el modelo semi-mecanístico para maximizar el rendimiento del hidrociclón en la clasificación de menas de cuarzo.

Este enfoque tiene el potencial de contribuir significativamente a la optimización de los procesos de clasificación en la industria minera especialmente de minerales que

tienen cuarzo, reduciendo las pérdidas asociadas a una inadecuada separación de partículas y mejorando la eficiencia general de la operación.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Antecedentes del problema a investigar.

Con el fin de obtener el máximo rendimiento de los equipos de un circuito molienda-clasificación, así como de disponer de una expresión matemática procedente de información experimental, de la operación y/o de pruebas planificadas; es recomendable disponer de modelos matemáticos de fácil aplicación que permitan la determinación de los parámetros operacionales que describan el comportamiento de estos equipos, con el fin de conocer las condiciones de operación más adecuadas y/o el ajuste de las variables de operación, cuando ocurran cambios en alguna o algunas de las variables de operación; lo que permitirá el escalamiento tanto para el diseño como para el control automático de estos procesos.

Para los hidrociclones, equipos de separación de partículas por tamaños y/o separación de líquidos de sólidos (Bernal & Jiménez, 2021) pertenecientes a los circuitos de molienda- clasificación en la industria minera, existen muchos modelos empíricos para simular el proceso de separación (Lilge, 1962; Lynch et al., 1975; Nageswararao, 1979; Plitt, 1976; Vasquez, 1969), cabe resaltar que estos no incluyen aspectos fenomenológicos como la fuerza de gravedad, fuerza centrífuga, fuerza de arrastre, velocidad tangencial y otros; por lo que es de importancia hacer uso de un modelo que incluya no solo variables de operación y geométricas sino también variables de tipo fenomenológico que describan adecuadamente el comportamiento del proceso de clasificación; así como también disponer de un modelo matemático que permita la mejora de la eficiencia de clasificación.

1.2. Descripción del problema.

Dentro del conjunto de operaciones necesarias para la concentración de las especies de valor contenidas en los minerales; los procesos de clasificación reducen significativamente el costo total de operación, desde que una eficiente clasificación evita la innecesaria recirculación a la molienda, de las partículas ya liberadas; lo que disminuye la demanda energética requerida tanto en la molienda como en el bombeo hacia el hidrociclón. En el hidrociclón una clasificación eficiente logra la liberación precisa de la especie que se desea recuperar, evitando la remolienda innecesaria y consiguiente optimización de la molienda, evitando el efecto nocivo de la presencia de lamas, particularmente en los procesos de flotación y espesamiento de concentrados subsiguientes.

Por lo que se hace necesario hacer más eficiente esta operación, tomando en cuenta los siguientes criterios:

1. El balance de masa de las fracciones granulométricas que aparecen en el overflow y underflow, procedentes de la alimentación al hidrociclón.
2. Los análisis, químico por mallas y minerográfico al microscopio, permiten identificar con precisión si se necesita o no mayor remolienda. Esta información nos sirve de marco de referencia para definir con precisión cómo debe trabajar el hidrociclón y para lograr calificar las fracciones como finas o gruesas, vinculadas a la liberación; luego serán las fracciones "gruesas" las que contengan valores no liberados.
3. Una clasificación eficiente será aquella que permita muy bajos porcentajes de gruesos en el overflow y de finos en el underflow.

1.3. Formulación del problema (general y específicos).

En consecuencia, formulamos el problema de la investigación mediante las siguientes interrogaciones, vinculadas respectivamente al objetivo general y a los objetivos específicos:

¿Haciendo uso de un conjunto de ecuaciones de un modelo semi-mecanístico se podrá describir el comportamiento del hidrociclón, y obtener un modelo matemático para determinar la eficiencia de clasificación?

1. ¿Cómo afectan las diferentes condiciones operativas y geométricas la eficiencia de clasificación de las menas de cuarzo?
2. ¿Qué expresión matemática mejora la eficiencia de clasificación de minerales de cuarzo en hidrociclones?
3. ¿Qué expresiones matemáticas permiten representar de manera más precisa la operación de clasificación de menas de cuarzo en hidrociclones, considerando un modelo semi-mecanístico?

1.4. Objetivos de la investigación (general y específicos).

1.4.1. Objetivo general

El objetivo general del presente trabajo de investigación es:
“Mejorar el modelamiento de la operación de clasificación de menas de cuarzo con hidrociclones utilizando modelos semi-mecanísticos”.

1.4.2 Objetivos específicos

Los objetivos específicos de la investigación son los siguientes:

1. Evaluar el efecto de las variables de operación sobre la eficiencia de clasificación de menas de cuarzo en hidrociclones.
2. Obtener una expresión matemática para la mejora de la eficiencia de clasificación de menas de cuarzo.
3. Obtener una expresión matemática que mejore el modelamiento de la operación de clasificación de menas de cuarzo con hidrociclones haciendo uso de un modelo semi-mecanístico.

En general, los modelos matemáticos para la simulación de hidrociclones incluyen ecuaciones que describen la dinámica del fluido y las partículas sólidas,

así como ecuaciones que toman en cuenta la geometría del hidrociclón (Gupta & Yan, 2006).

Estas ecuaciones algebraicas se resuelven mediante métodos numéricos para obtener una solución aproximada del comportamiento del fluido y las partículas sólidas en el interior del hidrociclón.

1.5. Justificación e importancia de la investigación.

1.5.1. Justificación Teórica

La clasificación de partículas mediante hidrociclones es un proceso ampliamente utilizado en la industria minera y de procesamiento de minerales. Sin embargo, el modelamiento de su operación sigue representando un desafío debido a la compleja interacción de variables como la presión de entrada, la geometría del equipo y la concentración de sólidos en la alimentación. El uso de modelos semi-mecánicos permite mejorar la comprensión del comportamiento de los hidrociclones al combinar fundamentos fenomenológicos con regresión matemática.

En este contexto, la presente investigación contribuye al avance teórico en la modelización de la clasificación de partículas de cuarzo, al desarrollar una expresión matemática que relaciona variables operacionales con la eficiencia de separación y un conjunto de expresiones matemáticas para realizar el modelamiento y simulación de la clasificación de partículas de cuarzo.

Estos resultados aportan conocimiento relevante para optimizar el diseño y operación de hidrociclones, proporcionando una base científica para futuras investigaciones en el área.

1.5.2. Justificación Práctica

Dentro del conjunto de operaciones necesarias para la concentración de las especies de valor contenidas en los minerales; los procesos de clasificación reducen

significativamente el costo total de operación, por la baja demanda energética requerida, posterior a los procesos de molienda que si son costosos. En el caso del hidrociclón una clasificación eficiente logra la liberación precisa de la especie que se desea recuperar, evitando la remolienda innecesaria y el efecto nocivo de la presencia de lamas, particularmente en los procesos de flotación subsiguientes y así mismo logra el tamaño óptimo de molienda.

Desde un enfoque aplicado, esta investigación permite optimizar el proceso de clasificación en hidrociclones, lo que tiene implicancias directas en la industria minera y metalúrgica. Un modelamiento más preciso de la eficiencia de clasificación contribuye a mejorar la separación de partículas finas, optimizando el rendimiento del circuito de molienda y reduciendo costos operativos asociados a un procesamiento ineficiente.

Además, los modelos obtenidos pueden ser utilizados en la industria para mejorar el diseño de hidrociclones, ajustando parámetros operacionales de manera más eficiente y con mayor predictibilidad. Esto no solo beneficia la productividad, sino que también contribuye a una gestión más eficiente de recursos y energía, alineándose con prácticas de minería sostenible.

1.5.3. Justificación Metodológica

Esta investigación se basa en el análisis y modelamiento de datos experimentales previamente obtenidos en la tesis “Development of a mathematical model of the classification performance in a 4-in. Cyclone classifier” elaborada Adrián Vasquez (1969), lo que permite aprovechar información validada para desarrollar nuevos modelos matemáticos aplicables a la clasificación de menas de cuarzo en hidrociclones.

La metodología utilizada combina herramientas estadísticas y modelos semi-mecánicos, integrando a la regresión polinómica términos geométricos y fenomenológicos para mejorar la precisión en la predicción de la eficiencia de clasificación.

El uso de datos experimentales existentes facilita una validación robusta de los modelos desarrollados, garantizando su aplicabilidad en condiciones operativas reales. Asimismo, la metodología propuesta permite formular expresiones matemáticas de fácil implementación para la simulación y optimización del proceso de clasificación en hidrociclones, contribuyendo al desarrollo de herramientas predictivas más precisas para la industria minera y metalúrgica.

1.6. Limitaciones.

Esta investigación presenta algunas limitaciones que deben considerarse al interpretar sus resultados. En primer lugar, el estudio se basa en datos experimentales obtenidos de una tesis, lo que implica que las condiciones bajo las cuales se realizaron las pruebas no pudieron ser modificadas ni ajustadas para explorar otros rangos de operación. Esto restringe la posibilidad de evaluar el modelo en diferentes escenarios experimentales.

Asimismo, aunque el modelo para el cálculo de la eficiencia de clasificación desarrollado mostró un buen ajuste con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.87$, su aplicabilidad podría estar limitada a condiciones operativas similares a las de los experimentos originales. Para ampliar su validez, sería necesario validar el modelo con nuevas pruebas en distintos hidrociclones y con diferentes tipos de menas, lo que permitiría una mayor generalización de los resultados.

Otro aspecto a considerar es la simplificación de los fenómenos físicos involucrados. A pesar de combinar regresión polinómica con términos fenomenológicos, el modelo no abarca la totalidad de las interacciones físico-químicas que pueden influir en la eficiencia de clasificación. Factores como la variabilidad mineralógica de las partículas, la turbulencia en el flujo y otros efectos hidrodinámicos podrían no estar completamente representados en la modelización.

A pesar de estas limitaciones, el estudio proporciona una base sólida para la mejora del modelamiento de la clasificación de menas de cuarzo en hidrociclones y

constituye un aporte significativo en la optimización de estos procesos en la industria minera.

1.7. Viabilidad del estudio.

La presente investigación es viable desde los puntos de vista técnico, metodológico y financiero, ya que se basa en el análisis y modelamiento de datos experimentales previamente obtenidos en una tesis. Al no requerir la realización de nuevas pruebas experimentales, se eliminan los costos asociados a la ejecución de ensayos en laboratorio o en planta piloto, lo que optimiza los recursos disponibles y permite enfocar el estudio en el desarrollo de modelos matemáticos para mejorar la clasificación de menas de cuarzo en hidrociclones.

Desde el punto de vista técnico, la investigación emplea modelos semi-mecanísticos y herramientas estadísticas para analizar los datos experimentales, lo que no requiere infraestructura adicional ni equipos especializados. El procesamiento de datos se lleva a cabo utilizando software estadístico y de modelamiento matemático accesible en el ámbito académico e industrial, lo que garantiza la factibilidad de la implementación del estudio. Además, el enfoque metodológico utilizado es replicable y se fundamenta en principios bien establecidos en la modelización de hidrociclones, permitiendo desarrollar modelos predictivos sin necesidad de generar nuevos datos experimentales.

En términos financieros, el estudio es viable porque no implica gastos adicionales en materiales, reactivos o equipos de laboratorio. El uso de datos preexistentes reduce significativamente los costos y permite concentrar los esfuerzos en el análisis y validación de los modelos desarrollados. Asimismo, la investigación se beneficia del acceso a herramientas computacionales de bajo costo o de libre acceso, lo que facilita su aplicación sin comprometer la calidad y rigor de los resultados.

En conclusión, la viabilidad del estudio está asegurada por la disponibilidad de datos experimentales previos, el uso de metodologías accesibles y el bajo costo de su

implementación. Esto permite obtener modelos matemáticos aplicables a la clasificación de menas de cuarzo en hidrociclones sin incurrir en costos elevados ni requerir infraestructura experimental adicional.

1.8. Formulación de hipótesis

La hipótesis general de la investigación es:

"Es posible mejorar el modelamiento matemático de un hidrociclón de menas de cuarzo existente haciendo uso de modelos semi-mecanísticos que tomen en cuenta las variables de operación y fenomenológicas que subyacen en esta operación".

Y las hipótesis específicas de la investigación:

Hipótesis específica 1:

"Las condiciones operativas (velocidad volumétrica de flujo, presión, y concentración de sólidos) y las características geométricas del hidrociclón (ángulo de conicidad y diámetro) afectan significativamente la eficiencia de clasificación de las menas de cuarzo, siendo posibles de modelar los efectos a través de un enfoque semi-mecanístico."

Hipótesis específica 2:

"Mediante una expresión matemática es posible predecir y mejorar la eficiencia de clasificación de las menas de cuarzo, optimizando el rendimiento de los hidrociclones bajo diversas condiciones operativas."

Hipótesis específica 3:

"Es posible obtener un modelo semi-mecanístico que permita representar de manera más precisa la operación de clasificación de menas de cuarzo en hidrociclones."

1.9. Variables

Los datos de clasificación disponibles, proceden de un hidrociclón con la siguiente geometría:

1. Diámetro del hidrociclón: 4 pulgadas (Hidrociclón Krebs)
2. Ángulo de la sección cónica del hidrociclón: 11°
3. Área de la sección transversal de entrada al hidrociclón (Inlet): $0,563 \text{ pulg}^2$.

Mineral de cuarzo, con las siguientes características:

4. Gravedad específica del material: 2,65
5. Distribución del tamaño de partículas (granulometría).

Esto conduce a identificar un conjunto de variables independientes y dependientes:

Variables independientes:

1. Diámetro del vórtex (Salida del overflow)
2. Diámetro del ápex (Salida del Underflow)
3. Densidad de pulpa de alimentación al hidrociclón
4. Presión de entrada al hidrociclón (alimentación).

Variables dependientes:

1. Flujo de alimentación al hidrociclón (dependiente de la masa y del porcentaje de sólidos alimentados al hidrociclón).
2. Distribución de agua en el hidrociclón
3. El valor del d_{50} corregido
Distribución del tamaño de partículas en el overflow y underflow

1.10. Operacionalización de variables (Indicadores y dimensiones).

Tabla 1. Cuadro de Operacionalización de variables

Nombre de la variable	Definición conceptual	Dimensión	Tipo	Indicador	Valor del indicador
Flujo de pulpa en la entrada	Volumen/tiempo que ingresa al hidrociclón a través del ducto de alimentación.	En el rango de 11.6 GPM a 39.76 GPM	Independiente	GPM	Numérico
Presión a la entrada de la alimentación	Fuerza/área que ejerce la pulpa	En el rango de 1.5 PSI a 14.5 PSI	Independiente	Presión manométrica (PSI MAN)	Numérico
Granulometría en la corriente de entrada al hidrociclón	Distribución granulométrica de sólidos en la pulpa de alimentación	+ 350 μm a -26 μm	Independiente	Tamaño de partícula, μm	Numérico
Porcentaje de sólidos	Proporción de la masa sólida de un material presente en una muestra líquida.	En el rango del 5.8% a 40.5%	Independiente	Densidad de la pulpa (g/L)	Numérico
Ángulo del cono del hidrociclón	Ángulo formado por el cono del equipo	11°	Parámetro	Medida	Numérico
Diámetro del hidrociclón	Diámetro de la sección cilíndrica del hidrociclón	4 in	Parámetro	Medida	Numérico
Diámetro de la tubería de entrada del hidrociclón	Diámetro de la tubería por la que ingresa la pulpa al	2 in	Parámetro	Medida	Numérico

Diámetro del vórtex – Overflow	hidrociclón Diámetro de salida de partículas finas	0.719 in, 0.97 in, 1.438 in.	Independiente	Medida	Numérico
Diámetro del ápex – Underflow	Diámetro de salida de partículas gruesas	0.44 in, 0.56 in, 0.85 in.	Independiente	Medida	Numérico
Largo del hidrociclón	Tamaño del hidrociclón	Referente a la geometría del equipo	Parámetro	Medida	Numérico
Largo de la sección cilíndrica del hidrociclón	Largo de la sección cilíndrica del equipo	Referente a la geometría del equipo	Parámetro	Medida	Numérico
Velocidad tangencial	Velocidad de las partículas cuando se mueven en un trayectoria rectilínea	Velocidad	Dependiente	Calculada	Numérica
Granulometría en las corrientes overflow y underflow	Distribución granulométrica en los sólidos de las corrientes overflow y underflow	- 26 μm a +350 μm a	Dependiente	Tamaño de partícula, μm	Numérico
Eficiencia de clasificación	La correcta separación de partículas por tamaño (finos y gruesos)	Referente a la separación de partículas	Dependiente	Vector de valores calculados	Numérica

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes del trabajo de investigación

El trabajo de investigación realizado por (Vásquez, 1969) titulado “Development of a mathematical model of the classification performance in a 4-in cyclone classifier” obtuvo a través del método gráfico cuatro (04) ecuaciones que describen el rendimiento de clasificación de partículas de cuarzo.

Otro modelo integral para predecir el rendimiento de clasificación de los hidrociclones industriales fueron los desarrollados por Lynch y colaboradores en la Universidad de Queensland (1968). Este modelo ha sido aplicado para predecir la eficiencia de clasificación de los hidrociclones en Minas Mount Isa, Australia (Lynch et al., 1975). Esta investigación ha sido exitosa y adaptada en la industria de concentración de minerales; las relaciones en el modelo de Lynch y Rao se derivan de datos experimentales recopilados de numerosos ensayos realizados para establecer la relación de la operación en función de variables geométricas.

Diferentes modelos fueron diseñados durante las últimas décadas para explicar el comportamiento de los hidrociclones sostenidos en alguna base mecánica (Nageswararao, 1979; Plitt, 1976; Svarovsky & Thew, 1992). Los dos modelos más utilizados en paquetes de simulación son los de (Plitt, 1976) y (Nageswararao, 1979) que han sido incorporados a los paquetes de simulación MODSIM y JKSimMet, respectivamente; cabe mencionar que estos modelos se han utilizado con éxito en simulaciones de circuitos de molienda que comprenden la operación de clasificación utilizando hidrociclones.

El modelo de (Plitt, 1976) consiste en ecuaciones para determinar el rendimiento del hidrociclón, partición del flujo volumétrico alimentado, tamaño de corte y forma de

clasificación, utilizando los datos originales de las pruebas de Rao; supone implícitamente que el rendimiento del hidrociclón es independiente de las características del material de alimentación y se afirma que el rendimiento podría estimarse con una precisión razonable, incluso cuando no se realicen pruebas experimentales.

El modelo de (Nageswararao, 1979) consiste de tres ecuaciones algebraicas básicas, la ecuación de capacidad que relaciona el caudal de alimentación con la presión de operación y dos propiedades de la curva de partición como el diámetro de corte corregido (d_{50c}) y la forma de la curva de clasificación.

Debe señalarse que hasta la fecha la ecuación de (Lynch et al., 1975) es usada para estimar el parámetro α , que describe en forma compacta el resultado de la clasificación de las partículas.

Existen además otros modelos para la simulación de hidrociclones, tales como Asomah, 1998; Castro, 1990; Kojovic, 1988; Marlow, 1973; Tavares et al, 2002; Xiao, 1997. Así Asomah, 1996 fue quién incluyó el efecto de la inclinación del hidrociclón e intentó desarrollar una ecuación explícita para la forma de separación. Castro, 1990 volvió a correlacionar una serie de conjuntos de datos experimentales para obtener valores ligeramente diferentes de los exponentes de las ecuaciones de Nageswararao, 1978.

El problema con los modelos empíricos de hidrociclones ya mencionados, radica en que no pueden utilizarse fuera del rango de las condiciones bajo las cuales fueron desarrollados. Además, cualquier cambio en el diseño del hidrociclón como, por ejemplo, ángulo del cono, longitud del cuerpo, entre otros significa que las constantes empíricas deben nuevamente ser calculadas para las nuevas condiciones investigadas.

En vista de estas limitaciones, el uso de modelos matemáticos basados en la fenomenología sustentada en la mecánica de fluidos es altamente necesario. Alternativamente el flujo multifásico en hidrociclones puede ser simulado utilizando

el programa Computacional Fluid Dynamics (CFD). que proporciona un medio para predecir los perfiles de velocidad bajo una amplia gama de condiciones de operación y diseño.

Existen numerosos estudios que han utilizado una amplia gama de modelos multifásicos en condiciones de turbulencia, como Boysan et al. 1982; Griffiths y Boysan, 1996; Brennan et al. 2007; Delgadillo y Rajamani,2005; Hsieh y Rajamani, 1988; Hsieh y Rajamani,1991; Narasimha et al. 2006a. b; Narasimha et al., 2007a. b; Narasimha y col 2005; Nowakowski et al.,2004; Nowakowski y col., 2000; Suasnabar,2000 y Narasimha, 2010; estos estudios han utilizado una amplia gama de modelos multifásicos en condiciones de turbulencia, considerándose que para futuros estudios el modelamiento estará enfocado en el flujo tridimensional en el hidrociclón.

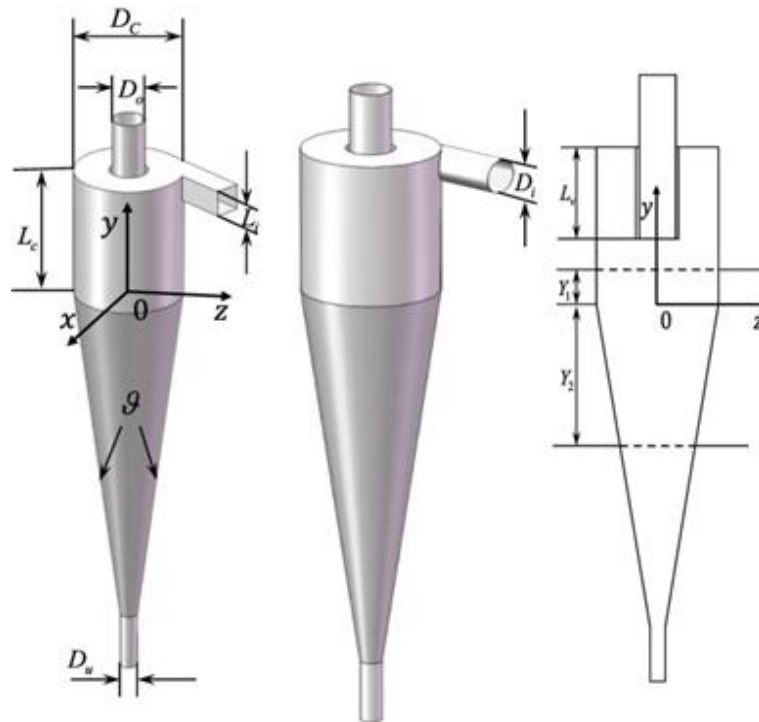
2.2 Bases teóricas

2.2.1. Hidrociclones

Los hidrociclones son equipos diseñados para efectuar la separación física de partículas sólidas presentes en medios líquidos. Su función principal radica en retener partículas con un peso específico significativamente mayor al del fluido en el que se encuentran; esto se logra utilizando la fuerza centrífuga generada en el interior del hidrociclón. El proceso se basa en las diferencias de densidad y tamaños de las partículas presentes en la mezcla bifásica sólido-líquido. (Guardado, 2023). En la Figura 1 se muestra la estructura geométrica de un hidrociclón que hace posible la clasificación.

Figura 1

Estructura geométrica del hidrociclón



Nota. Tomado de Wang et al., 2024

Para comprender mejor la estructura del hidrociclón, a continuación, se precisan las partes principales de un hidrociclón:

Vórtice: Es el área por donde ingresa tangencialmente la mezcla bifásica al hidrociclón y comienza a moverse en espiral.

Cilindro cónico: Sigue al vórtice de entrada y aumenta la velocidad del flujo debido a su forma cónica.

Orificio de descarga inferior (ápex): Permite la descarga las partículas sólidas separadas más gruesas.

Cámara de sedimentación: Espacio donde se acumulan las partículas sólidas más grandes.

Orificio de descarga superior (vortex): Permite la salida de la mayor parte del fluido y de las partículas sólidas más finas y ligeras.

2.2.2. Principios de la operación

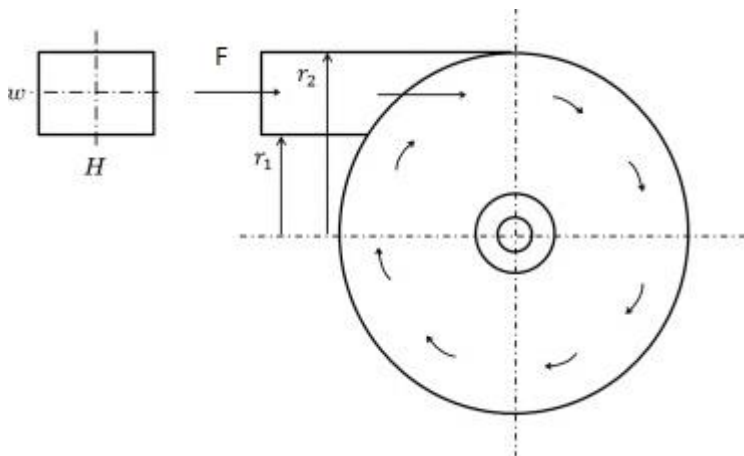
La operación de separación mecánica de la mezcla bifásica y la clasificación por tamaños de partículas sólidas, de una pulpa según su densidad, se realiza empleando los equipos denominados hidrociclones, cuyo diseño geométrico y ubicación permiten utilizar la acción combinada de los campos de las fuerzas centrífuga y gravitatoria. El tamaño de corte, denotado como d_{50} , indica el rendimiento de separación del equipo, siendo los valores más bajos indicativos de una mejor clasificación para partículas más finas. (Wang et al., 2024)

Las fuerzas centrífugas y de arrastre en la dirección radial se generan a partir de la fuerza de inyección tangencial del flujo de la pulpa al hidrociclón, mediante una bomba. La interacción de esta fuerza con la pared interior del hidrociclón, hace girar la pulpa, creando un campo de fuerzas giratorio en la dirección radial que, combinado con la fuerza de gravedad, constituyen el principio físico de la separación del líquido y la clasificación por tamaños de las partículas sólidas. (Sabbagh et al., 2016)

El análisis de las fuerzas que actúan sobre las partículas en el campo de flujo giratorio, se ilustra en la Figura 3. En la dirección radial, las partículas experimentan tanto la fuerza centrífuga como la fuerza de arrastre radial. (Wang et al., 2024)

Figura 2

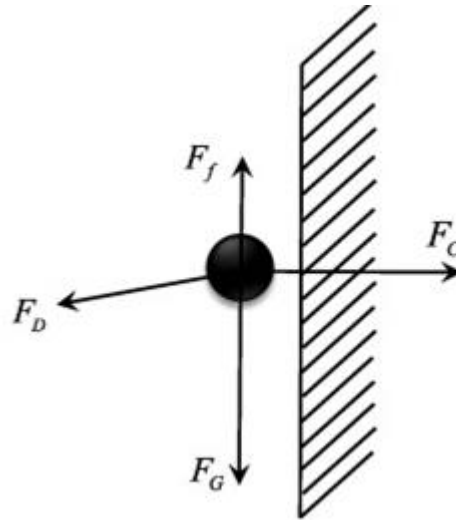
Ingreso de partículas al hidrociclón



Nota. Tomado de Sabbagh et al., 2016

Figura 3

Análisis de las fuerzas que actúan sobre las partículas



Nota. Tomado de Wang et al., 2024

La fuerza centrífuga es:

$$F_c = \frac{\pi d^3}{6r} (\rho_s - \rho_l) u_s^2 \quad (1)$$

La fuerza de arrastre es:

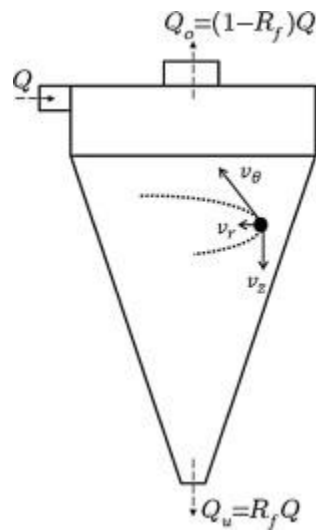
$$F_D = \frac{C_D \rho_l \pi d^2 v^2}{8} \quad (2)$$

Combinando las fuerzas resultantes:

$$F_r = \frac{\pi d^3}{6r} u_s^2 (\rho_s - \rho_l) - \frac{\pi d^2 C_D \rho_l v^2}{8} \quad (3)$$

Figura 4

Componentes de la velocidad dentro de un hidrociclón



Nota. Tomado de Sabbagh et al., 2016

2.2.2.1. Velocidad tangencial

La velocidad tangencial es el componente clave de la velocidad en la separación de las partículas en un campo centrífugo; disminuye a medida que se incrementa el radio o a medida que nos alejamos del núcleo, así cuando la velocidad tangencial es mayor, mayor es la fuerza de separación. (Narasimha et al., 2014)

Puede describirse mediante la siguiente relación:

$$u_s \propto 1/r$$

Por lo tanto, como lo establece Bradley, 1965:

$$u_s \times r = \text{constante} \quad \text{ó} \quad v_\theta \times r \times n = \text{constante}$$

donde “n” debe calcularse experimentalmente.

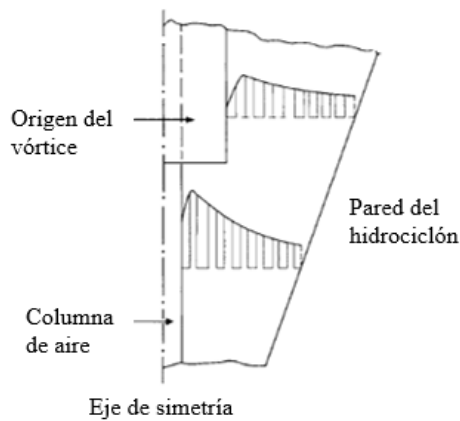
Cuando la posición radial aumenta, la velocidad tangencial disminuye, mostrando una relación inversamente proporcional con R (radio del vortex finder, correspondiente a la salida de las partículas finas). Esta relación se mantiene constante hasta alcanzar el núcleo de aire, que típicamente se forma en la descarga

debido a la presión atmosférica. En niveles superiores al borde del vortex finder, se observa una interrupción en el aumento de la velocidad tangencial, la cual ocurre en el radio más grande, como se ilustra en la Figura 5

Además de este fenómeno y de los efectos asociados a las paredes del hidrociclón, la velocidad tangencial es independiente de la posición vertical.

Figura 5

Distribución de la velocidad tangencial en un hidrociclón



Nota. Tomado de Svarovsky, 1992.

La velocidad tangencial cerca de la pared del hidrociclón (u_{st}) es:

$$u_{st} = \lambda \cdot v \tag{4}$$

El parámetro λ representa una corrección en la velocidad de entrada cuando la pulpa entra al hidrociclón. Lilge, 1962, ha sugerido que ésta depende solo de la geometría del hidrociclón.

$$\lambda = 4,5 \left(\frac{D_i}{D_C} \right)^{1.13} \tag{5}$$

Reemplazando (5) en (4), se tiene:

$$u_{st} = 4,5 \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{1,13} v \quad (6)$$

Considerando lo propuesto por Lilge, 1962, la velocidad tangencial en un punto del hidrociclón es:

$$u_{st} = 4,5 \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{1,13} v \left(\frac{R}{r} \right)^n$$

El valor de n , un exponente empírico que, según Bradley, 1965 se encuentra entre 0,59 y 0,93.

Los valores de n también fueron obtenidos experimentalmente por Cui et al, 2017 en su trabajo “Effects of Feed Size Distribution on Separation Performance of Hydrocyclones with Different Vortex Finder Diameter”; en este caso, los valores de n se obtuvieron ajustando una curva a los datos de velocidad tangencial, pues n hasta cierto punto refleja la inclinación de la velocidad tangencial dentro de la región del vórtice libre.

La tabla 2 presenta los valores calculados de n en la región libre de vórtice, considerando la relación diámetro de vórtice/diámetro del hidrociclón, en diferentes posiciones axiales Z . (Cui, 2017).

En la figura 6, se muestra los perfiles de velocidad tangencial a diferentes diámetros de overflow (D_o) en relación con el diámetro del hidrociclón. (Cui, 2017), además se visualiza que el valor pico de la velocidad tangencial primero aumenta y luego disminuye gradualmente con el aumento en el diámetro de overflow, por lo que la velocidad tangencial es inversamente proporcional al radio. Además, se observa que se obtiene una mayor velocidad tangencial cuando el D_o es igual a $0,24D$.

En la Figura 7, se puede observar el perfil de velocidad tangencial en diferentes posiciones axiales, mostrándose la variación con relación a lo descrito en la Tabla 1.

Tabla 2

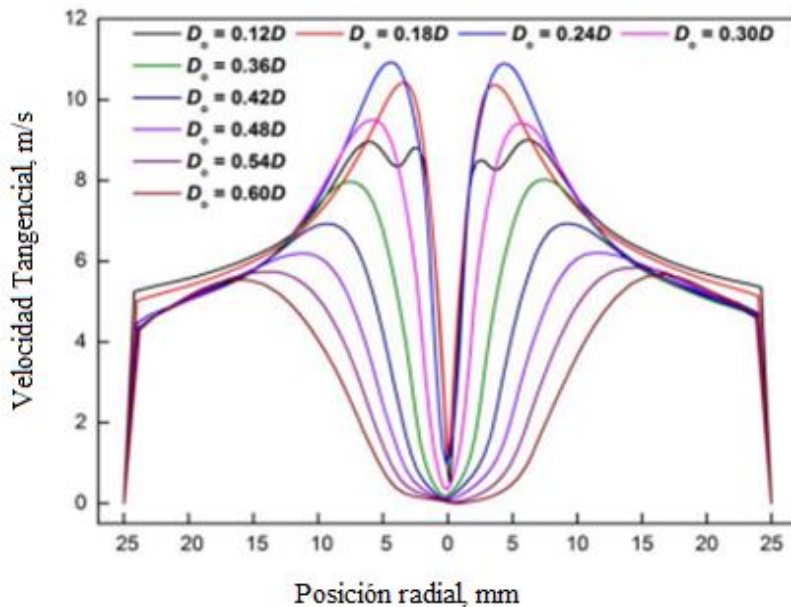
Valores calculados de n en la región libre de vórtice

D_o/D_c	0,12	0,18	0,24	0,3	0,36	0,42	0,48	0,54	0,6
Z (mm)									
18	0,4	0,45	0,58	0,57	0,53	0,45	0,37	0,29	0,29
0	0,41	0,41	0,56	0,56	0,53	0,47	0,43	0,46	0,6
-40	0,4	0,41	0,57	0,54	0,5	0,51	0,56	0,57	0,65
-80	0,46	0,48	0,56	0,56	0,56	0,56	0,57	0,58	0,59

Nota. Efectos de la distribución por tamaños de la alimentación sobre el rendimiento de clasificación de hidrociclones con diferentes diámetros de vortex Finder. Tomado de Cui et al, 2017.

Figura 6

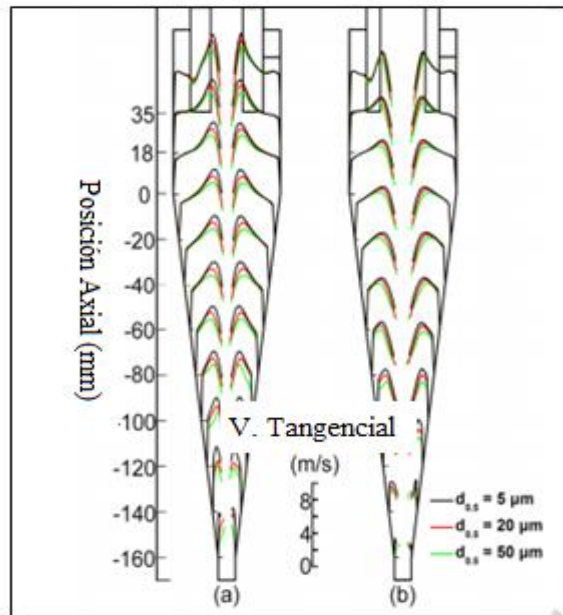
Perfil de velocidad tangencial a diferentes diámetros de overflow



Nota. Efectos de la distribución por tamaños de la alimentación sobre el rendimiento de clasificación de hidrociclones con diferentes diámetros de vortex Finder. Tomado de Cui et al, 2017.

Figura 7

Perfil de velocidad tangencial en diferentes posiciones axiales



Nota. Efectos de la distribución por tamaños de la alimentación sobre el rendimiento de clasificación de hidrociclones con diferentes diámetros de vortex finder. Tomado de Cui et al, 2017.

Cui et al, 2017, presenta un procedimiento para la determinación del diámetro óptimo del overflow con fines de diseño considerando relaciones de D_o de entre $0,12D_c$ a $0,60 D_c$, realizando un conjunto de pruebas experimentales manteniendo constantes las variables de operación (Velocidad de entrada de 6 m/s), haciendo uso de un hidrociclón de diámetro de 50 mm. Para las pruebas experimentales realizadas por Vasquez (1969), los sólidos en la pulpa de alimentación tenían una densidad de $2\,673 \text{ kg/m}^3$ y un porcentaje del 5%. Las partículas utilizadas simulaban una muestra real de cuarzo; para la realización de las pruebas se utilizaron diferentes distribuciones granulométricas de partículas en la alimentación, ejecutando un total de 6 pruebas. El análisis de los datos lo realizó el autor, utilizando el programa Computational Fluid Dynamics (CFD).

2.2.2.2. Velocidad radial

La velocidad radial se refiere a la componente del vector velocidad del fluido que se mueve hacia o desde el centro del ciclón. Combinando el concepto de tiempo de

residencia con los supuestos de la ley de Stokes, la velocidad radial debida a la aceleración centrífuga es (Narasimha,2014):

$$v_r = \frac{\Delta\rho d^2}{18\mu} \frac{u_s^2}{r} \quad (7)$$

2.2.2.3. Velocidad axial

La velocidad axial se refiere a la componente de la velocidad del fluido que se mueve a lo largo del eje central del hidrociclón (Rodríguez, 2023). Cuando el fluido ingresa al ciclón, se genera un flujo helicoidal que se mueve hacia abajo en la parte central y hacia arriba cerca de las paredes del hidrociclón. La velocidad axial determina la trayectoria de las partículas sólidas y su separación en función de su tamaño y densidad.

$$v_z = \frac{4Q}{\pi(D^2 - D_o^2)} \quad (8)$$

2.2.2.4. Número de Reynolds

Las condiciones de flujo en el ciclón en general se pueden expresar en términos del número de Reynolds, Re. La definición se elige generalmente en términos de diámetro del ciclón y velocidad de entrada de la alimentación, es decir:

$$Re = \frac{D_c v_i \rho}{\mu} \quad (9)$$

donde:

$$v_i = \frac{4Q}{4(D_i^2)} \quad (10)$$

2.2.2.5. Fuerza centrífuga

La fuerza impulsora principal para la separación de partículas sólidas en un hidrociclón es la fuerza centrífuga generada por el flujo rotacional de la pulpa. En general, cuanto mayor es la fuerza centrífuga, menor es la división del agua en el underflow (R_f) y mayor es la eficiencia de separación. Hasta cierto punto, R_f y d_{50C} dependen de las fuerzas G alrededor del área del underflow. En lugar de las variables P o Q , en el desarrollo del modelo se utilizó un nuevo término compuesto llamado número G , que es la relación entre las fuerzas centrífugas y las fuerzas de gravedad en la pared del ciclón

$$\text{número } G = (u_s^2 / R_{\max} g) \quad (11)$$

2.2.2.6. Coeficiente de difusión de turbulencia

Hasta cierto punto, la dispersión por turbulencia de las partículas finas también hace que se arrastren partículas más gruesas y estas aparezcan con el agua en el underflow. Con el fin de tener en cuenta estos efectos sobre, R_f , d_{50C} , α , se utiliza el coeficiente de difusión de turbulencia normalizado simple que se muestra en la Ecuación (12).

$$\frac{D_t}{kD_C} = \text{Tan}(\theta/2) \quad (12)$$

2.2.2.7. Sedimentación obstaculizada

Aparte de la influencia de la viscosidad de la pulpa, la concentración de sólidos también tiene un efecto sobre la velocidad de sedimentación de las partículas en un sistema líquido-sólido. Así Nageswararao, 1978 en su trabajo de tesis, mostró un modelo matemático para el hidrociclón que hacía uso de un parámetro λ , donde $\lambda = C_v / (1 - C_v)^3$ indica el efecto que tiene la concentración de sólidos en la velocidad de sedimentación de las partículas.

Así la expresión (13) describe el efecto de la concentración de sólidos en la pulpa (pulpa diluida a densa) sobre la sedimentación de las partículas, de importancia para la predicción de la clasificación de las partículas.

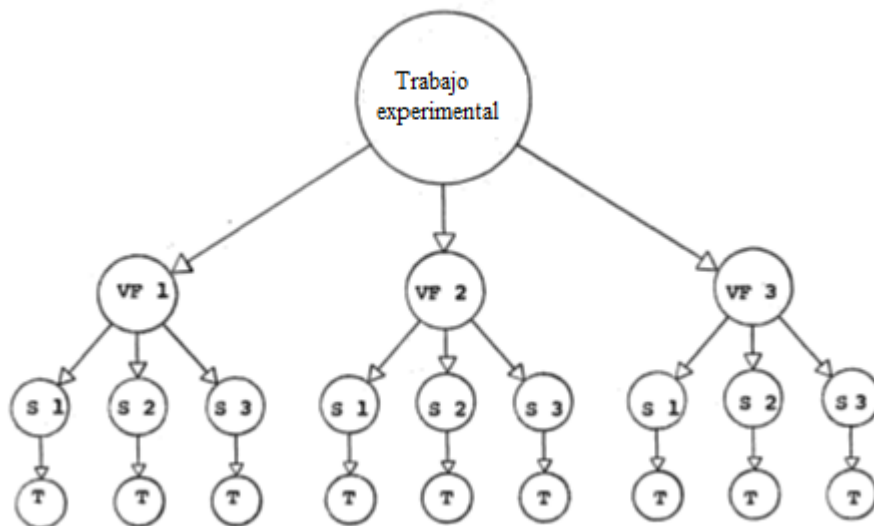
$$\frac{V_h}{V_t} = \frac{(1 - C_v)^2}{10^{(1.82 C_v)}} \quad (13)$$

2.2.3. Modelo matemático propuesto por Vásquez

Vásquez, 1969 realizó un estudio de clasificación de partículas por tamaños, haciendo uso de un hidrociclón Krebs de 4 pulgadas de diámetro. Las pruebas de clasificación se realizaron en un solo hidrociclón utilizando cuarzo de alta ley como material de alimentación de gravedad específica 2,65; el conjunto de pruebas experimentales se realizó en diferentes condiciones de operación (variación del caudal, presión de operación, porcentaje de sólidos, según el siguiente esquema:

Figura 8

Esquema de trabajo experimental



Nota. Tomado de (Vasquez, 1969). Donde VF es el diámetro de vortex, S es el diámetro del ápex y T corresponde al conjunto de pruebas experimentales.

Como resultado del análisis, y mediante el uso del método gráfico, el autor obtuvo cuatro ecuaciones que describen el rendimiento de clasificación del hidrociclón; las cuales se muestran a continuación:

$$Q = 0,1946P^{0,503}D_o^{0,0704}(\%Agua_F)^{0,912} \quad (14)$$

$$WOF = WF - 2,073 D_u + 0,412 \quad (15)$$

$$\log d_{50} = 0,364 Q - 1,291 (WF) - 1,75 (D_u) + 2,437 \quad (16)$$

$$\log d_{50c} = 0,364 Q - 1,291 (WF) - 1,75 (D_u) + 2,434 \quad (17)$$

2.3.4. Modelamiento matemático semi mecanístico

2.3.4.1. Modelo de Nageswararao

El modelo de Nageswararao es un enfoque semi-empírico ampliamente utilizado para predecir el comportamiento de los hidrociclones en la clasificación de partículas. Este modelo se basa en la relación entre las variables operativas y geométricas del hidrociclón, y ofrece una fórmula para calcular el diámetro de corte (d_{50}), es decir, el tamaño de partícula en el cual el 50% del material se encuentra en el rebose y el 50% en el underflow. El modelo considera tanto parámetros operativos como las características de las partículas y las propiedades del fluido. Las ecuaciones propuestas fueron determinadas haciendo uso de los datos de laboratorio de Lynch y Rao (Lynch et al., 1975) y los datos provenientes de su trabajo de investigación en donde realizó pruebas experimentales con diferentes diámetros de Hidrociclones Krebs (Nageswararao, 1979).

A diferencia del modelo de Plitt-Flintoff, este modelo se basó principalmente en las pruebas con concentraciones de sólidos de alimentación de 40-70% en peso (es decir, 20-46% en C_v), lo que lo hace muy adecuado para aplicaciones industriales.

La estructura del modelo esta explícitamente restringida por las relaciones funcionales asumidas entre las variables del modelo y el proceso de clasificación; las

variables de operación y de diseño son agrupadas en números adimensionales. La mejora más significativa con respecto al modelo de Plitt-Flintoff, podría ser la introducción del coeficiente específico del material (K) en cada ecuación.

Las ecuaciones del modelo de Nageswararao son las que siguen:

$$\frac{Q}{D_c^2 \sqrt{P/\rho_p}} = K_{Q_o} (D_c^{-0.10}) \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0.68} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{0.00} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0.45} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0.20} \theta^{-0.10} \quad (18)$$

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = K_{D_o} (D_c^{-0.65}) \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0.52} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-0.50} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0.20} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0.20} \theta^{0.15} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0.22} \lambda^{0.93} \quad (19)$$

$$R_f = K_{w_o} (D_c^{-0.00}) \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-1.19} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{2.40} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0.50} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0.22} \theta^{-0.24} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0.53} \lambda^{0.27} \quad (20)$$

$$R_v = K_{v_o} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-0.94} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{1.83} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0.25} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0.22} \theta^{-0.24} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0.31} \quad (21)$$

2.3.4.2. Modelo de Narasimha

El modelo de Narasimha es un enfoque semi-mecanístico para modelar el comportamiento de los hidrociclones, que se centra en la dinámica interna del flujo y la distribución de partículas. Desarrollado para mejorar la comprensión de los mecanismos de clasificación en hidrociclones, este modelo tiene como objetivo superar algunas de las limitaciones de los enfoques puramente empíricos (Narasimha, 2014).

El modelo de Narasimha incorpora la descripción detallada del flujo bifásico dentro del hidrociclón. Considera tanto el flujo externo (en la pared del hidrociclón) como el flujo central hacia el vórtex. Este enfoque es fundamental para explicar la segregación de partículas en función de su tamaño y densidad; establece una relación entre el tamaño de partícula y la fracción de las partículas que se dirigirán al underflow

(gruesos) o overflow (finos), lo que ayuda a predecir con mayor precisión la distribución de tamaños en ambas corrientes. Se ajusta para considerar tanto la clasificación hidrodinámica como las interacciones entre las partículas (Narasimha, 2014).

Uno de los principales aportes de Narasimha es su método para calcular el diámetro de corte (d_{50}), considerando tanto la fuerza centrífuga en el flujo del fluido como las características de las partículas en suspensión. El modelo es más robusto en comparación con los enfoques empíricos, al basarse en principios físicos (Narasimha, 2014).

El modelo incluye variables clave, como la densidad de partículas, la viscosidad de pulpa, el tamaño de las partículas, la velocidad volumétrica del flujo y la presión de alimentación al hidrociclón. Además, considera parámetros geométricos del hidrociclón, como el diámetro del equipo y el ángulo. (Narasimha, 2014).

Narasimha et al., 2014 presentó en su documento “A semi mechanistic model of hydrocyclones – Developed from industrial data and inputs from CFD” las siguientes relaciones funcionales, en términos adimensionales:

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = f_d \left(\frac{D_o}{D_c}, \frac{D_u}{D_c}, Re, \frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_p}, \frac{1}{\tan(\theta/2)}, \frac{L_c}{D_c}, \frac{D_i}{D_c}, \cos(i/2) \right) \quad (22)$$

$$\alpha = f_\alpha \left(\frac{D_o}{D_c}, \frac{D_u}{D_c}, \frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_s}, \frac{\mu_m}{\mu_w}, \frac{L_c}{D_c}, \cos(i/2) \right) \quad (23)$$

$$Q = f_Q \left(\frac{D_o}{D_c}, \frac{D_u}{D_c}, P, \frac{D_i}{D_c}, \frac{1}{\tan(\theta/2)}, \frac{L_c}{D_c}, \cos(i/2), D_c \right) \quad (24)$$

Donde cada una de las siguientes relaciones funcionales son variables adimensionales.:

- Diámetro reducido del vórtex, $\frac{D_o}{D_c}$
- Diámetro reducido del underflow, $\frac{D_u}{D_c}$
- Diámetro reducido, $\frac{D_i}{D_c}$
- Longitud reducida de la sección cilíndrica, $\frac{L_c}{D_c}$
- Angulo del cono, $\cos \frac{i}{2}$

Y las siguientes relaciones adimensionales operativas:

- Viscosidad relativa de la pulpa, $\frac{\mu_m}{\mu_w}$
- Fuerzas G, o número de Reynolds, Re
- Densidad relativa de partículas, $\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_p}$ ó $\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_s}$

Finalmente, haciendo uso de información proveniente de CFD y de la herramienta Solver del Excel, se obtuvo las siguientes expresiones matemáticas, que relacionan las variables:

1. Ecuación de corte:

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = k_d \left[\left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{1,093} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{-1,00} \left(\frac{(1 - C_v)^2}{10^{1,82C_v}} \right)^{-0,703} (\text{Re})^{-0,436} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{-0,936} \right. \\ \left. \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,187} \left(\frac{1}{\tan(\theta)} \right)^{-0,1988} \left(\cos \left(\frac{i}{2} \right) \right)^{-1,034} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_p} \right)^{-0,217} \right] \quad (25)$$

2. Ecuación del flujo volumétrico:

$$Q = k_{Q_o} \left[\begin{array}{l} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{0,45} D_c^2 \sqrt{\frac{P}{\rho_p}} \left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{1,099} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{0,037} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^{0,405} \\ \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,30} \left(\frac{V_h}{V_t} \right)^{-0,048} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right) \right)^{-0,092} \end{array} \right] \quad (26)$$

3. Ecuación de clasificación:

$$\alpha = k_{\alpha} \left[\begin{array}{l} \frac{\left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{0,27} \left(\frac{u_s^2}{R_{\max}} \right)^{0,016} \left(\cos\left(\frac{i}{180}\right) \right)^{0,868} \left(\frac{(1-C_v)^2}{10^{1,82C_v}} \right)^{0,72}}{\left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{0,567} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_s} \right)^{1,837} \left(\frac{\mu_m}{\mu_w} \right)^{0,127} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^{0,182} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,2}} \end{array} \right] \quad (27)$$

4. Ecuación de recuperación de agua en el underflow:

$$R_f = k_w \left[\begin{array}{l} \left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{-1,068} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{2,206} \left(\frac{u_s^2}{R_{\max} g} \right)^{-0,205} \left(\frac{1}{\tan(\theta/2)} \right)^{0,829} \\ \left(\frac{\mu_m}{\mu_w} \right)^{-0,712} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{2,424} \left(\frac{V_h}{V_t} \right)^{-0,884} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_p} \right)^{0,523} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right) \right)^{1,793} \end{array} \right] \quad (28)$$

Las expresiones anteriores se pueden calcular a partir de:

$$\rho_p = \frac{F}{Q} \quad (29)$$

$$C_v = \frac{F_s}{\rho_s Q} \quad (30)$$

$$Re = \frac{D_c v \rho_p}{\mu_m} \quad (31)$$

$$\mu_m = \mu_w \left(1 - \frac{C_v}{0,62}\right)^{-1,55} (F_{-38})^{0,39} \quad (32)$$

$$\frac{V_h}{V_t} = \frac{(1 - f_v)^2}{10^{1,82f_v}} \quad (33)$$

2.3.4.3. Modelo de Ji

El modelo Ji es un enfoque semi-mecanicista para el modelado de hidrociclones, desarrollado para mejorar la precisión en la predicción del comportamiento de clasificación de las partículas. Ji formuló un modelo empírico basado en numerosas pruebas realizadas en CFD; la estructura del modelo es bastante parecida a la del modelo de Plitt, con la diferencia que presenta funciones más complejas; además ofrece una aproximación más cercana sin necesidad de llevar a cabo un experimento por lo que no necesita la determinación de un coeficiente de calibración o constante.

Al igual que otros modelos avanzados, como el de Narasimha, este modelo combina principios físicos con datos empíricos para describir el flujo interno en los hidrociclones y la eficiencia de clasificación de partículas. El modelo de Ji es conocido por su énfasis en la física del flujo turbulento y las fuerzas que actúan sobre las partículas en el hidrociclón. (Ji, 2019).

Las ecuaciones presentadas por el autor son las que siguen:

$$P = 0,35D_c^{0,038} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-3,10} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-0,01} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0,32} \left(\frac{L_{co}}{D_c}\right)^{-0,17} \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}\right)^{0,22} (1 + C_v)^{1,46C_v} v_i^{1,37} d_{50f}^{0,1013} \quad (34)$$

$$d_{50} = 4,75D_c^{0,47} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{2,16} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,65} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-1,40} \left(\frac{L_{co}}{D_c}\right)^{-0,45} \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}\right)^{\frac{-0,92}{P_p}} (C_v)^{0,58} v_i^{-0,68} d_{50f}^{0,22} \quad (35)$$

$$R_f = 0,75D_c^{-1,07} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-1,43} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{2,68} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-3,71} \left(\frac{L_{co}}{D_c}\right)^{0,68} \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}\right)^{\frac{-0,49}{P_p}} (C_v)^{0,41} v_i^{-0,33} d_{50f}^{0,16} \quad (36)$$

$$E_p = 74,87(D_c + 1)^{(D_c + 0,76)} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{3,24} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{0,33} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{2,35} \left(\frac{L_{co}}{D_c}\right)^{-0,62} \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}\right)^{-1,25 Pr} (C_v)^{-0,65} v_i^{0,01} d_{50f}^{0,062} \quad (37)$$

El modelo de Ji incorpora una descripción detallada del flujo turbulento que ocurre dentro del hidrociclón. Se debe tener en cuenta que el flujo en el interior del hidrociclón es altamente turbulento y presenta características de un flujo en espiral, lo que afecta significativamente la eficiencia de separación de partículas.

El modelo se centra en la forma en que las partículas se distribuyen entre el rebose (overflow) y la descarga inferior (underflow), considerando el efecto de la fuerza centrífuga y el arrastre por el fluido. Las partículas más grandes y densas tienden a moverse hacia el underflow, mientras que las más pequeñas permanecen en el overflow. El modelo de Ji evalúa cómo estas distribuciones varían bajo diferentes condiciones de operación.

Similar a otros modelos semi-mecanicistas, el modelo de Ji calcula el diámetro de corte (d_{50}), que es el tamaño de partícula en el cual el 50% de las partículas van al rebose y el 50% al descargue. El diámetro de corte depende de variables como el caudal, la presión de alimentación, la geometría del hidrociclón y las propiedades del fluido y de las partículas.

El modelo considera tanto las propiedades del fluido (viscosidad y densidad) como las características de las partículas (densidad, tamaño y forma), para calcular la eficiencia de clasificación. La interacción fluido-partícula es clave para predecir cómo las partículas se separan en función de su tamaño y densidad. Una característica distintiva del modelo de Ji es el uso de ecuaciones de balance de masa y energía para describir el comportamiento del fluido y las partículas en el interior del hidrociclón. Estas ecuaciones permiten una descripción más detallada de los fenómenos físicos que ocurren en el proceso de clasificación.

2.3.4.4. Modelo de Pang

El modelo de Pang es otro enfoque semi-mecanicista desarrollado para mejorar la comprensión y predicción del comportamiento de los hidrociclones en la clasificación de partículas. Al igual que otros modelos avanzados, como los de Nageswararao, Narasimha y Ji, el modelo de Pang incorpora tanto aspectos empíricos como teóricos para describir la interacción entre el flujo del fluido y de las partículas en el hidrociclón, enfocándose en las características del flujo, el tamaño de corte y la eficiencia de clasificación.

Este modelo se centra en describir con mayor precisión el flujo interno dentro del hidrociclón, con un enfoque particular en las trayectorias que siguen las partículas en función de su tamaño y densidad. Se reconoce que la separación ocurre debido a las fuerzas centrífugas generadas por el flujo en espiral del fluido, que transporta las partículas hacia el vertedero (rebose) o hacia la descarga inferior (underflow). Este modelo analiza cómo se distribuyen las partículas entre las corrientes de overflow y underflow, basándose en sus propiedades físicas y la dinámica del flujo. Las partículas más grandes y pesadas tienden a moverse hacia el underflow, mientras que las más pequeñas y ligeras se desplazan hacia el overflow. Este modelo mejora la predicción de esta distribución mediante la incorporación de factores físicos que afectan el comportamiento de las partículas.

Al igual que otros modelos semi-mecanísticos, el modelo de Pang predice el diámetro de corte (d_{50}), que es el tamaño de partícula con una probabilidad del 50% de dirigirse hacia el overflow o underflow. El modelo considera las variables geométricas y de operación del hidrociclón, así como las características del fluido y de las partículas, para hacer este cálculo.

El modelo enfatiza en las fuerzas que actúan sobre las partículas, tales como la fuerza centrífuga y la fuerza de arrastre. Estas fuerzas dependen de variables como el tamaño de partícula, la densidad, la velocidad del fluido y la geometría del

hidrociclón. La inclusión de estas fuerzas permite una descripción más precisa de cómo se separan las partículas en el hidrociclón.

La mayoría de los modelos teóricos que calculan el tamaño de corte real se basan en el concepto de órbita de equilibrio, especialmente para suspensiones diluidas. Se asume que la partícula d_{50a} está en equilibrio con respecto a las fuerzas principales que actúan sobre las partículas, la fuerza de arrastre y la fuerza centrífuga.

Debido a la existencia de flujo de cortocircuito y flujo de circulación, Pang abandonó el lugar geométrico de velocidad vertical cero (LZVV) y tomó el lugar geométrico de máxima velocidad tangencial, la conjunción del vórtice forzado y el vórtice semilibre como la superficie natural de separación. Esto es razonable ya que la máxima velocidad tangencial proporciona la fuerza centrífuga máxima, y cualquier partícula que penetre en este lugar geométrico será dirigida hacia el overflow. Es importante señalar que el LMTV (lugar geométrico de máxima velocidad tangencial) permanece en una posición fija independientemente de los cambios en los parámetros estructurales y operativos. A partir de este fenómeno y del cálculo aproximado de la velocidad radial en este lugar geométrico, Pang derivó un conjunto de ecuaciones para Q y d_{50} .

$$Q = 2,69D_c D_i \sqrt{\frac{P}{\rho_m \left[\left(1,5 \frac{D_c}{D_o} \right)^{1,28} - 1 \right]}} \quad (38)$$

$$d_{50} = 448,5 \sqrt{\frac{D_c^{0,36} D_o^{0,64} D_i \rho_m^{0,5} \mu_m}{(\rho_s - \rho_p) \left[(L_c - L_o) + \frac{3D_c - 2D_o}{6 \tan \frac{\theta}{2}} \right] P^{0,5}}} \quad (39)$$

$$\mu_m = \mu_w (1 + 2,5C_v + 10,05C_v^2 + 0,00273e^{(16,6C_v)}) \quad (40)$$

2.3.4.5. Modelo de Zhao

El modelo de Zhao es otro enfoque semi-mecanicista que se utiliza para modelar el comportamiento de los hidrociclones en la clasificación de partículas. Similar a los modelos de Narasimha, Ji y Pang, el modelo de Zhao busca mejorar la predicción de la eficiencia de clasificación al incorporar una descripción más detallada de los fenómenos físicos que ocurren dentro del hidrociclón, como las trayectorias de las partículas y la dinámica del flujo. Este modelo se basa en principios físicos, pero también ajusta parámetros empíricos a partir de datos experimentales para aumentar su precisión.

En comparación con los modelos matemáticos de la literatura, el modelo desarrollado por Zhao et al., 2023 ofrece algunas mejoras, que incluyen:

- Dependencia del rendimiento de clasificación con la distribución de partículas por tamaño en la alimentación.
- El efecto de la fracción volumétrica de sólidos C_v sobre el d_{50c} y R_f
- Una ecuación de Alpha que permite hacer predicciones para completar el balance de masa junto con la distribución de partículas por tamaños en la alimentación para cada producto.
- Una mejora de la precisión en la predicción de separación para hidrociclones que operan en condiciones normales.

$$\alpha = K_{d_o} (D_c)^{0,00} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{1,50} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-0,84} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0,30} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,18} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{-0,24} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{0,18} (\sigma_J)^{-0,86} \quad (41)$$

$$\frac{Q}{D_c^2 \sqrt{P/\rho_p}} = K_{Q_o} (D_c)^{-0,1} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,77} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,45} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{-0,16} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{-0,61} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0,22} (\lambda)^{1,05} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{-0,43} (\sigma_J)^{1,00} \quad (42)$$

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = K_{D_o} (D_c)^{-0,65} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,80} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-1,00} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,20} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{-0,13} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{-0,61} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0,22} (\lambda)^{1,05} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{-0,43} (\sigma_J)^{1,00} \quad (43)$$

$$R_f = K_{w_o} (D_c)^{0,00} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-3,40} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{2,11} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,29} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,23} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{-0,52} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0,24} (\lambda)^{0,43} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{0,45} (\sigma_f)^{-0,37} \quad (44)$$

Este modelo enfatiza la importancia del flujo turbulento dentro del hidrociclón, ya que las partículas están sometidas a fluctuaciones de velocidad y presión. La turbulencia afecta significativamente la separación de partículas y, por lo tanto, la eficiencia del hidrociclón. El modelo tiene en cuenta cómo las partículas, dependiendo de su tamaño y densidad, siguen diferentes trayectorias bajo la influencia de las fuerzas centrífugas y de arrastre. Las partículas grandes tienden a ser arrastradas hacia el underflow, mientras que las pequeñas permanecen en el flujo principal y se descargan por el overflow.

El diámetro de corte es un parámetro crucial en los hidrociclones, y el modelo de Zhao se centra en predecir este valor con alta precisión. El modelo describe el tamaño de partícula que tiene una probabilidad del 50% de dirigirse al underflow o al overflow, considerando la dinámica del flujo y las propiedades de las partículas.

El modelo de Zhao toma en cuenta diversas fuerzas que actúan sobre las partículas dentro del hidrociclón, como la fuerza centrífuga, la fuerza de arrastre y la fuerza de gravedad. La combinación de estas fuerzas determina la trayectoria final de las partículas y su destino en el hidrociclón. Al integrar las interacciones entre las partículas y el fluido, el modelo de Zhao busca mejorar la predicción de la eficiencia de clasificación para diferentes tamaños de partículas. Esto se traduce en una mejor estimación de las fracciones de partículas que se dividen entre las corrientes de underflow y overflow.

2.3 Definiciones conceptuales

Hidrociclón: Equipo utilizado para la clasificación de partículas en suspensiones sólido-líquido. Consiste de una parte cónica seguida por una cámara cilíndrica, en la cual existe una entrada tangencial para la alimentación. (Silva et al., 2012)

Ápex: Es la abertura inferior del hidrociclón por donde se descarga el flujo más denso y con mayor concentración de partículas gruesas (underflow). Su diámetro influye en la eficiencia de separación y en la distribución de tamaños de partículas en el underflow y overflow. (Zhang et al, 2019)

Vórtex: Es la boquilla superior a través de la cual el fluido y las partículas finas salen en la corriente de overflow. Su función principal es permitir la evacuación del flujo ascendente mientras previene que las partículas gruesas sean arrastradas fuera del sistema. (Hashe, 2023)

d_{50} : Es un parámetro clave en la clasificación de partículas y se define como el diámetro de la partícula para la cual existe un 50% de probabilidad de ser reportada al overflow (corriente de finos) o al underflow (corriente de gruesos). En otras palabras, es el tamaño de corte del hidrociclón, que indica la eficiencia de separación en función del tamaño de partícula. (Gonçalves, 2020)

Análisis granulométrico: Procedimiento experimental cuya finalidad es obtener la distribución por tamaños de las partículas presentes en una muestra. (Chermant,1991)

Curva de rendimiento reducido: Es una medida de la probabilidad de aparición de una partícula en los productos gruesos debido solamente a la fuerza centrífuga, y es afectada por las propiedades del material y por algunas características del hidrociclón. (Plitt, 1979)

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1. Planteamiento metodológico

Según el objetivo, la investigación es aplicada porque se utilizan bases teóricas que consideran principios físicos y fenomenológicos para resolver un problema en concreto; de nivel descriptivo porque se identifican las variables que influyen en el proceso de clasificación, y explicativo porque se explica el proceso de clasificación de un hidrociclón de menas de cuarzo mediante la obtención de modelos matemáticos que consideran variables fenomenológicas y de operación.

3.2. Población y muestra

La población de estudio comprende un número suficientemente grande de pruebas experimentales realizadas en diferentes condiciones de operación (variación de caudal de operación, porcentaje de sólidos, diámetros de ápex y vórtex). Los datos disponibles en la literatura provienen de pruebas experimentales donde el investigador maneja las variables (presión de entrada, porcentaje de sólidos, diámetros del ápex y vórtex) en forma aleatoria sin hacer uso de pruebas con valores de variables, dentro de rangos específicos.

3.3. Equipos y Materiales

No se hizo uso de equipos y materiales para la realización del presente trabajo de investigación.

3.4. Procedimiento de las pruebas experimentales

Para el desarrollo de la presente investigación no se realizaron pruebas experimentales.

3.5. Técnicas de recolección de datos

Los datos experimentales disponibles proceden de la tesis “Development of a mathematical model of the classification performance in a 4-in cyclone classifier”.

3.6. Técnicas para el procesamiento de datos

El procesamiento de datos, para realizar el modelamiento matemático de la operación de clasificación por tamaños, que realiza el hidrociclón, seguirá el siguiente orden de cálculo:

1. Registro de datos:

- Diámetro de entrada, D_i , 0,0508 m
- Diámetro del hidrociclón, D_c , 0,1016 m.
- Longitud, L_c , 0,4635 m
- Ángulo de inclinación, $\theta = 11$ grados.
- Presión en la entrada (para cada prueba experimental)
- Flujo volumétrico en la alimentación (para cada prueba experimental)
- Porcentaje de sólidos en la alimentación
- Diámetros de ápex y vórtex (según la prueba experimental)
- Distribución por tamaños de partículas en las corrientes de salida (para cada prueba experimental).
- d_{50c} (para cada prueba experimental).

2. Balance de masa de sólidos y del agua, por tamaño de partícula en las tres corrientes para cada prueba experimental haciendo uso de Microsoft Excel versión 2020.

3. Cálculo de las relaciones adimensionales que contienen las variables del modelo semi-mecanístico.

4. Cálculo de los parámetros de operación contenidos en los modelos matemáticos para cada una de las pruebas experimentales; para luego utilizando la función objetivo del Solver de Microsoft Excel versión 2020 obtener los parámetros para el conjunto de pruebas.

5. Calculo de los coeficientes de determinación de los valores experimentales versus los

calculados para cada uno de los modelos matemáticos.

6. Uso del paquete estadístico IBM SPSS Statistics versión 26, para realizar las pruebas de normalidad con la prueba de Kolmogorov Smirnov de las variables del modelo semi-mecanístico; así como realizar la exclusión de los valores inconsistentes, realizar el análisis de colinealidad usando la métrica de factor de inflación de varianza VIF para el diagnóstico de multicolinealidad; las variables con un $VIF < 10$ y un valor de $p < 0.05$ en el análisis univariado ingresarán al modelo matemático de regresión.
7. Obtención del modelo matemático para predecir la eficiencia de clasificación por regresión polinomial considerando el criterio de inclusión $p < 0.05$, con un intervalo de confianza del 95%, el criterio considerado precisa la contribución de cada variable estudiada sobre la eficiencia del hidrociclón.
8. Obtención de los modelos matemáticos haciendo uso de las variables consideradas en modelos matemáticos semi mecanísticos y de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020.

3.6.1. Cálculo de la eficiencia de clasificación por tamaños de partículas

Para la prueba experimental 1, se tiene:

1. Cálculo de la densidad de pulpa

Con una base de cálculo de 100 kg de pulpa, y 27,47 % de sólidos, se tiene:

Volumen de la pulpa = volumen de sólidos + volumen de agua

$$\text{Volumen de la pulpa} = \left(\frac{m}{\rho} \right)_{\text{sólidos}} + \left(\frac{m}{\rho} \right)_{\text{H}_2\text{O}} \quad (41)$$

La gravedad específica del sólido es de 2,65 TM/m^3 y la del agua es de 999,19 kg/m^3 , reemplazando en la expresión anterior, se tiene a partir de:

$$\text{Volumen de la pulpa} = \left(\frac{27,47 \text{ kg}}{2,65 \frac{\text{TM}}{\text{m}^3} \times \frac{1000 \text{ kg}}{\text{TM}}} \right)_{\text{sólidos}} + \left(\frac{72,53 \text{ kg}}{999,19 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \right)_{\text{H}_2\text{O}}$$

Volumen de la pulpa = 0,083 m^3 de pulpa

Siendo la densidad de pulpa de:

$$\rho_p = \left(\frac{m}{V} \right)_{\text{pulpa}} \quad (42)$$

$$\rho_p = \frac{100 \text{ kg}}{0,083 \text{ m}^3}$$

$$\rho_p = 1204,82 \text{ kg/m}^3$$

2. Balance de masa

A partir del flujo volumétrico en la alimentación y la densidad de pulpa, se calculan los flujos máscicos en la alimentación y en las corrientes de salida (overflow y underflow).

El flujo máscico en la alimentación se calcula a partir de:

$$F = Q \times \rho_p \quad (43)$$

Para la prueba experimental N°01 se tiene:

$$F = \frac{4,16 \text{ m}^3}{\text{h}} \times \frac{1,20 \text{ TM}}{\text{m}^3} = 5,01 \frac{\text{TM}}{\text{h}}$$

Considerando el porcentaje de sólidos, la velocidad máscica de sólidos en la alimentación está dada por la siguiente expresión:

$$F_s = F \times \% \text{ Sólidos}_F \quad (44)$$

Reemplazando en (48):

$$F_s = \frac{5,01 \text{ TM}}{\text{h}} \times 27,47\% = 1,38 \frac{\text{TM}}{\text{h}}$$

Del balance de masa, se tiene que el agua en la alimentación será la diferencia entre el flujo de la pulpa en la alimentación en TM/h y el flujo de sólidos en la alimentación en TM/h:

$$WF = F - F_s \quad (45)$$

Reemplazando en (49):

$$WF = 5,01 \frac{\text{TM}}{\text{h}} - 1,37 \frac{\text{TM}}{\text{h}} = 3,64 \frac{\text{TM}}{\text{h}}$$

La velocidad másica en el overflow y en el underflow, se calcula a partir de la densidad de pulpa de las corrientes overflow y underflow:

$$\rho_p(\text{OF}) = 1,14 \text{ TM/m}^3$$

$$\rho_p(\text{UF}) = 1,59 \text{ TM/m}^3$$

Considerando la expresión (45), con un base cálculo de 100 kg, se tiene:

$$\frac{100}{\rho_p} = \left(\frac{m}{\rho_{\text{sólidos}}} \right) + \left(\frac{100 - m}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} \right)$$

Reemplazando para la corriente overflow:

$$\frac{100 \text{ kg}}{1,14 \frac{\text{TM}}{\text{m}^3}} = 2,65 \frac{\text{TM}}{\text{m}^3} + \left(\frac{100 - m}{999,19 \frac{\text{TM}}{\text{m}^3}} \right)$$

$$m = 20,06 \text{ kg}$$

$$\% \text{Sólidos}_{\text{OF}} = 20,06\%$$

Reemplazando para la corriente underflow:

$$\frac{100 \text{ kg}}{1,59 \frac{\text{TM}}{\text{m}^3}} = 2,65 \frac{\text{TM}}{\text{m}^3} + \left(\frac{100 - m}{999,19 \frac{\text{TM}}{\text{m}^3}} \right)$$

$$m = 20,06 \text{ kg}$$

$$\% \text{Sólidos}_{\text{UF}} = 60,35\%$$

Del balance de materia del hidrociclón en la alimentación, tenemos:

Para el sólido:

$$F_s = \text{OF}_s + \text{UF}_s \quad (46)$$

Para la pulpa:

Teniendo en cuenta la expresión (48), se tiene:

$$\frac{F_s(100)}{\% \text{Sólidos}_F} = \frac{\text{OF}_s(100)}{\% \text{Sólidos}_{\text{OF}}} + \frac{\text{UF}_s(100)}{\% \text{Sólidos}_{\text{UF}}} \quad (47)$$

Reemplazando el valor de F_s y el % sólidos en las corrientes en las ecuaciones (46)

y (47), se tiene:

$$1,38 = \text{OF}_s + \text{UF}_s$$

$$\frac{1,38(100)}{27,47} = \frac{OF_s(100)}{19,83} + \frac{UF_s(100)}{59,65}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones con Microsoft Excel versión 2020, se tiene:

$$OF_s = 0,80 \frac{TM}{h}$$

$$UF_s = 0,57 \frac{TM}{h}$$

Entonces, el flujo másico de agua en las tres corrientes (F, OF, UF), considerando el balance de materia:

$$WF = WOF + WUF \quad (48)$$

Entonces las velocidades másicas en las tres corrientes son:

$$WF = \frac{F_s(100)}{\% \text{ Sólidos}_F} - F_s \quad (49)$$

$$WOF = \frac{OF_s(100)}{\% \text{ Sólidos}_{OF}} - OF_s \quad (50)$$

$$WUF = \frac{UF_s(100)}{\% \text{ Sólidos}_{UF}} - UF_s \quad (51)$$

Reemplazando en (54) y (55), se tiene:

$$WOF = \frac{0,80(100)}{20,06} - 0,80 = 3,25 \text{ TM/h}$$

$$WUF = \frac{0,57(100)}{60,35} - 0,57 = 0,39 \text{ TM/h}$$

3. Cálculo de la cantidad de agua de alimentación que se va a la descarga por el efecto by pass:

El by pass, Bp, se calculó a partir de la siguiente expresión:

$$B_p = \frac{WUF}{WF} \quad (52)$$

Los valores de WUF y WF se calcularon previamente. Reemplazando en la expresión (56), se tiene:

$$B_p = \frac{0,39 \text{ TM/h}}{3,64 \text{ TM/h}} = 0,11$$

4. Cálculo de la velocidad másica de sólidos para cada tamaño de partícula:

Para la primera prueba experimental, se tiene los porcentajes de partículas retenidas para las corrientes overflow y underflow, por lo que se deberá reconstruir la granulometría de la alimentación.

Tabla 3.

Análisis Granulométrico – Prueba 1

Malla	Tamaño (Micras)	OF %Ret	UF %Ret
35	350	0	0
48	247,7	3	13,8
65	174,9	13,45	37,05
100	123,6	24,4	23,4
150	87,7	19,05	13,8
200	62	11,65	5,45
-270	26	28,45	6,5

Nota. Tomado de Vasquez (1969)

Considerando las velocidades másicas de sólidos para cada corriente:

$$OF_s = 0,80 \text{ TM/h}$$

$$UF_s = 0,57 \text{ TM/h}$$

$$F_s = 1,37 \text{ TM/h}$$

A partir de estas velocidades másicas totales, se calculan las correspondientes velocidades másicas de sólidos para cada malla con las siguientes ecuaciones:

$$OF_{s_i} = \frac{\%Ret_{OF_{s_i}}}{100} OF_S$$

$$UF_{s_i} = \frac{\%Ret_{UF_{s_i}}}{100} UF_S$$

Así para la malla 48, se tiene:

$$OF_{s_{48}} = \frac{\%Ret_{OF_{s_{48}}}}{100} OF_S = \left(\frac{3}{100}\right)(0,80 \text{ TM/h}) = 0,02 \text{ TM/h}$$

$$UF_{s_{48}} = \frac{\%Ret_{UF_{s_{48}}}}{100} UF_S = \left(\frac{13,8}{100}\right)(0,57 \text{ TM/h}) = 0,08 \text{ TM/h}$$

Del balance de materia se tiene que la sumatoria de OF_{s_i} y UF_{s_i} da como resultado la velocidad másica en la alimentación para cada malla; así también haciendo uso de la velocidad másica de total de sólidos, se determina el porcentaje retenido para cada malla, obteniéndose:

Tabla 4

Velocidades másicas – Prueba 1

Malla	Tamaño (Micras)	OF		UF		F	
		%Ret	TPH	%Ret	TPH	TPH	%Ret
35	350	0	0	0	0	0	0
48	247,7	3	0,02	13,8	0,08	0,10	7,5
65	174,9	13,45	0,11	37,05	0,21	0,32	23,28
100	123,6	24,4	0,19	23,4	0,13	0,33	23,98
150	87,7	19,05	0,15	13,8	0,08	0,23	16,86
200	62	11,65	0,09	5,45	0,03	0,12	9,07
-270	26	28,45	0,23	6,5	0,04	0,26	19,31

Nota. Flujo másico por malla

Entonces el porcentaje retenido acumulado será la sumatoria de los porcentajes retenidos acumulados de la malla anterior; y el porcentaje pasante acumulado será 100 menos el porcentaje retenido acumulado, dando como resultado:

Tabla 5*Porcentaje retenido en la alimentación – Prueba 1*

Malla	Tamaño (Micras)	F		F	
		TPH	%Retenido	%Retenido acumulado	%Pasante Acumulado
35	350	0	0	0	100
48	247,7	0,10	7,5	7,5	92,5
65	174,9	0,32	23,28	30,78	69,22
100	123,6	0,33	23,98	54,76	45,24
150	87,7	0,23	16,86	71,62	28,38
200	62	0,12	9,07	80,69	19,31
-270	26	0,26	19,31	100	0

5. Cálculo de las velocidades másicas en cada malla que se van al underflow por el efecto by pass:

La velocidad másica de partículas que son arrastradas al underflow por efecto by pass, puede calcularse con la siguiente expresión:

$$UF_{S(\text{Bypass})_i} = F_{s_i} \cdot Bp \quad (53)$$

Los resultados, se muestran:

Tabla 6*Velocidad másica que se va al underflow por el efecto bypass – Prueba 1*

Malla	Tamaño (Micras)	F		UF _{S(Bypass)}
		TPH	%Ret	TPH
35	350	0	0	0
48	247,7	0,10	7,50	0,01
65	174,9	0,32	23,28	0,03
100	123,6	0,33	23,98	0,04
150	87,7	0,23	16,86	0,02
200	62	0,12	9,07	0,01
-270	26	0,26	19,30	0,03

6. Cálculo de la velocidad másica en cada malla que se va al underflow por efecto de la clasificación:

Las partículas que van al underflow son las partículas que aparecen en la corriente por efecto by pass y por efecto de la clasificación, por lo tanto:

$$UF_{S_{CLASIF}} = UF_S - UF_{S_{BYPASS}} \quad (54)$$

Reemplazando por tamaño de partícula, se tiene:

Tabla 7

Flujo másico que se va a la descarga por el efecto de la clasificación – Prueba 1

Malla	Tamaño (Micras)	UF TPH	UF _{S_{BYPASS}} TPH	UF _{S_{CLASIF}} TPH
35	350			
48	247,7	0,08	0,01	0,07
65	114,9	0,21	0,03	0,18
100	123,6	0,13	0,04	0,10
150	87,7	0,08	0,02	0,05
200	62	0,03	0,01	0,02
-270	26	0,04	0,03	0,01

7. Cálculo de la velocidad másica de la alimentación a clasificar para cada malla

Las partículas que aparecen en la corriente underflow por efecto by pass, son las partículas de alimentación que se van a la corriente underflow por el efecto by pass, entonces:

$$UF_{S_{BYPASS}} = F_{S_{ByPass}}$$

La velocidad másica de sólidos de la alimentación se divide en dos corrientes, las que se van a la corriente underflow por efecto by pass y las que se clasifican, entonces tomando en consideración la expresión (58):

$$F_{S_{Aclasificar_i}} = F_{S_i} - UF_{S_{ByPass_i}}$$

Reemplazando por tamaños de partícula, se tiene en la Tabla 7 la velocidad másica de la alimentación a clasificar para cada malla.

Tabla 8*Flujo másico de la alimentación a clasificar para cada malla – Prueba 1*

Malla	Tamaño (Micras)	F_s TPH	F_{S_{ByPass}} TPH	F_{S_{AClasificar_i}} TPH
35	350			
48	247,7	0,10	0,01	0,09
65	114,9	0,32	0,03	0,28
100	123,6	0,33	0,04	0,29
150	87,7	0,23	0,02	0,20
200	62	0,12	0,01	0,11
-270	26	0,26	0,03	0,23

8. Cálculo de la eficiencia real y la eficiencia corregida de clasificación

La eficiencia real expresa la relación entre la velocidad másica de sólidos de la corriente underflow entre la velocidad másica de la alimentación.

Para la eficiencia real se tiene:

$$\gamma_i = \frac{UF_{s_i}}{F_{s_i}} \times 100 \quad (55)$$

Mientras que la eficiencia corregida considera el efecto by pass, por lo que en el numerador se considera el flujo másico de sólidos de la corriente underflow presentes por efecto de la clasificación y en el denominador la velocidad másica de alimentación de partículas que se clasifican.

$$\gamma_{ci} = \frac{UF_{s_{CLASIFI}}}{F_{s_{AClasificari}}} \times 100 \quad (56)$$

Reemplazando las velocidades másicas en las expresiones (59) y (60), se tiene la eficiencia de clasificación por tamaño de partícula.

Tabla 9

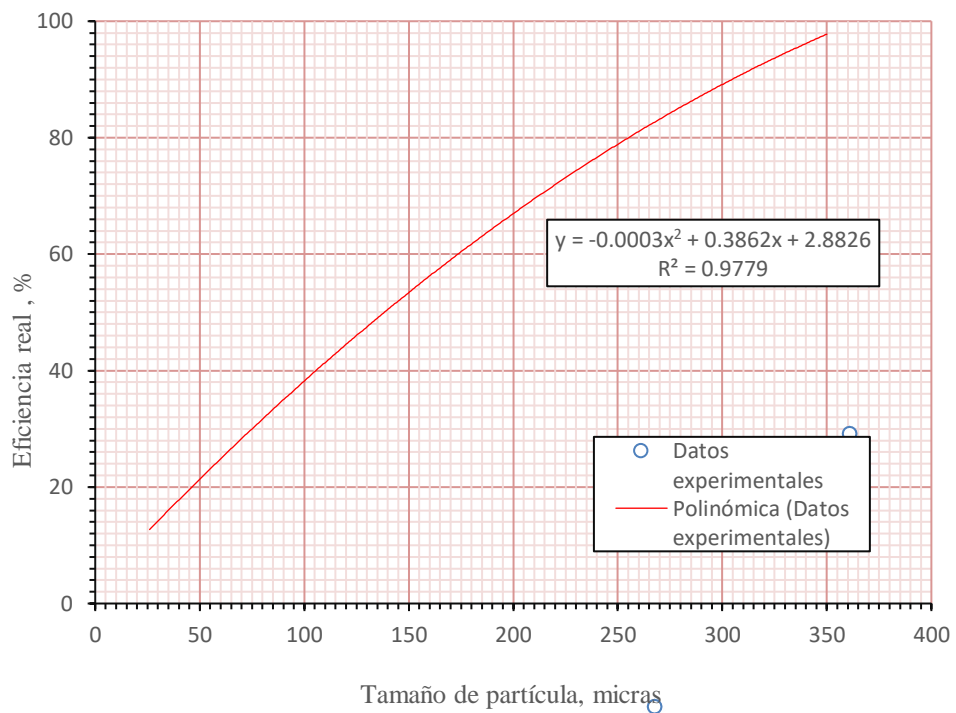
Eficiencia de clasificación por tamaño de partícula – Prueba 1

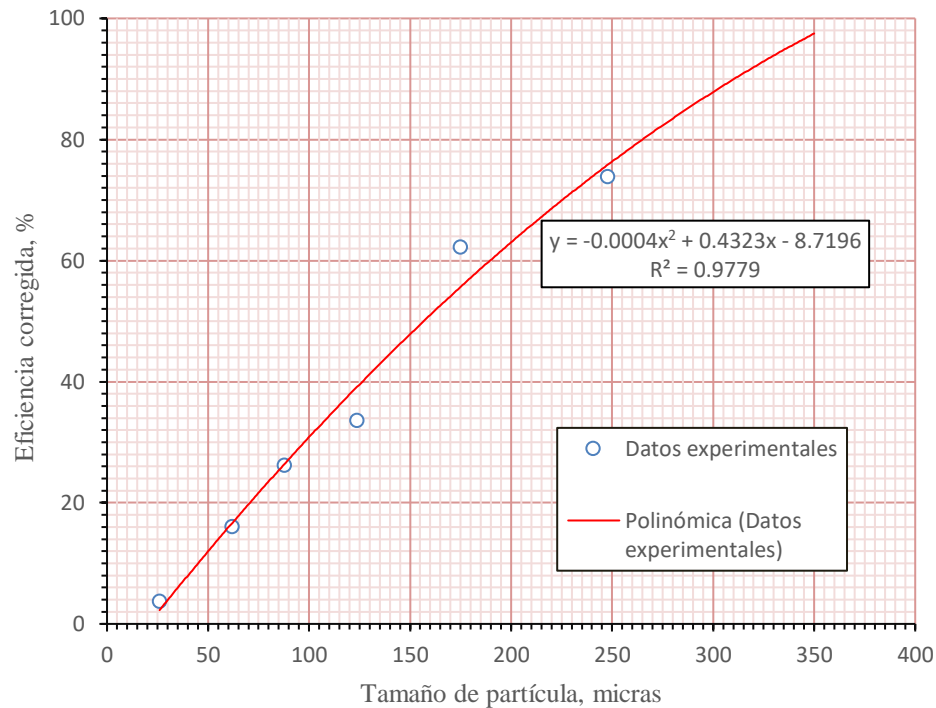
Malla	Tamaño (Micras)	γ %	γ_c %
35	350		
48	247,7	76,66	73,78
65	114,9	66,3	62,13
100	123,6	40,65	33,31
150	87,7	34,1	25,95
200	62	25,04	15,78
-270	26	14,03	3,4

En la figura 9, se observa la eficiencia de clasificación por tamaños de partícula para la prueba 1 y el ajuste polinómico cuadrático que relaciona las dos variables.

Figura 9

Eficiencia de clasificación vs Tamaño de partícula





El tamaño de partícula que tiene el 50% de probabilidad de aparecer en el underflow y en el overflow se denomina d_{50} , considerando que se tiene dos curvas de eficiencia real y corregida (que considera el efecto by pass) se tiene entonces d_{50} y d_{50c} , De la figura 9, se tienen las siguientes expresiones matemáticas:

$$\gamma = -0,0003x^2 + 0,3862x + 2,8826$$

$$\gamma_c = -0,0004x^2 + 0,4323x - 8,7196$$

que expresadas en términos del d_{50} conducen a las expresiones:

$$50 = -0,0003x^2 + 0,3862x + 2,8826$$

$$50 = -0,0004x^2 + 0,4323x - 8,7196$$

El tamaño de partícula “x” se obtuvo haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel, 2020, los resultados se muestran:

$$d_{50} = 136,47 \mu\text{m}$$

$$d_{50c} = 159,31 \mu\text{m}$$

Existe un parámetro α conocido como parámetro de corte que explica la separación de partículas por tamaños y está relacionado con la eficiencia de separación de partículas en el hidrociclón, El valor de α fue calculado por Vasquez, 1969 quien obtuvo como resultado un valor único de $\alpha = 1,75$ para el total de pruebas experimentales; sin embargo al ser α un factor de ajuste o parámetro en el modelo de separación, puede depender de varios factores incluyendo las condiciones operativas como las características del fluido y de las partículas, por lo que se deberá calcular para cada prueba experimental.

El valor de α se define y se relaciona con la eficiencia corregida como:

$$\gamma_c = \frac{e^{\alpha X} - 1}{e^{\alpha X} + e^{\alpha} - 2} \quad (57)$$

Donde: $X = \text{tamaño de partícula}/d_{50c}$

Para determinar el valor de α se asumió un valor inicial de $\alpha = 0,5$ y se calculó el valor de γ_c , hasta obtener un $g(\theta)$ mínimo de convergencia, el mismo que se define como:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\gamma_{c_{expj}} - \gamma_{c_{calj}})^2$$

Reemplazando para $j = 1$ y haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel 2020, se tiene:

$$g(\theta) = 13,34$$

$$\alpha = 1,93$$

El proceso se repite 145 veces, los resultados de la eficiencia de clasificación se muestran en los Anexos 3 y los valores de d_{50} , d_{50c} y α se muestran en el Anexo 4, Cabe mencionar que no en todos los casos se ha podido calcular el valor de d_{50} , d_{50c} y α ; por lo que en esos casos se excluye el conjunto de pruebas experimentales.

3.6.2. Cálculo de las constantes de clasificación de los modelos semi-mecanísticos

Para los modelos semi-mecanísticos de Nageswararao y Narasimha:

3.6.2.1. Nageswararao model

El modelo de Nageswararao está compuesto por 04 ecuaciones para determinar Q (ecuación 18), d_{50c} (ecuación 19), R_f (ecuación 20) y R_v (ecuación 21); cada una de las ecuaciones contiene una constante de clasificación a determinar; para el cálculo de la constantes es importante mencionar las unidades de las variables a ser reemplazadas en las ecuaciones: D_c, D_i, D_o, D_u, L_c (m); Q (m^3/h); P (kPa); d_{50c} (μm).

3.6.2.1.1. Cálculo de K_{Q_o} en la ecuación de flujo volumétrico:

En la ecuación (18), se reemplazan los valores de las variables $D_c, D_i, D_o, D_u, L_c, \theta, Q, P$ y se realiza la conversión de unidades. Reemplazando las variables en la ecuación (18), se tiene:

$$\frac{Q}{D_c^2 \sqrt{P/\rho_p}} = K_{Q_o} (D_c^{-0,10}) \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,68} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{0,00} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,45} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,20} \theta^{-0,10}$$

$$4,16 \frac{m^3}{h} = K_{Q_o} (0,1016 m)^{-0,10} \left(\frac{1,438 \text{ pulg} \times \frac{0,0254 m}{1 \text{ pulg}}}{0,1016 m}\right)^{0,68} \left(\frac{0,44 \text{ pulg} \times \frac{0,0254 m}{1 \text{ pulg}}}{0,1016 m}\right)^{0,00}$$

$$\left(\frac{0,0508 m}{0,1016 m}\right)^{0,5} \left(\frac{0,2095 m}{0,1016 m}\right)^{0,20} 11^{-0,10} (0,1016 m)^2 \sqrt{\frac{24,13 \text{ kPa}}{1205,48 \frac{kg}{m^3}}}$$

$$K_{Q_o} = 1,89$$

Se repite el proceso para las 145 pruebas experimentales.

- Formulación de la función objetivo $g(\theta)$

La función objetivo $g(\theta)$ se define como la suma de los cuadrados de los errores, de los valores de “y” calculados, dividido por el número de pruebas experimentales realizadas; su sumatoria debería dar 1 (Holland, 1981):

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N F_j^2 \quad (58)$$

El valor de F_j correspondería a la diferencia entre el valor experimental y el calculado, mediante la siguiente expresión:

$$F_j = |Q_{\text{exp}} - Q_{\text{cal}}| \quad (59)$$

Antes de obtener la convergencia, generalmente es imposible encontrar un valor de θ tal que $F_j(\theta) = 0$ simultáneamente para todas las pruebas j , Por consiguiente, al final de cualquier prueba anterior a la convergencia, se escoge un θ tal que minimice a $g(\theta)$.

El método utilizado para encontrar el valor θ más cercano a la unidad para el cual $g(\theta)$, es minimizado debe considerarse como adicional al método de convergencia θ . Existen muchos métodos para la minimización de una función de una variable; así por ejemplo usando una aproximación parabólica, se puede determinar el valor mínimo de $g(\theta)$ graficando θ vs $g(\theta)$, con el fin de precisar el θ óptimo.

Sobre el particular, se tiene un N de 145 pruebas experimentales; y 145 valores de K_{Q_0} (calculados en el paso anterior).

Como valor inicial se establece:

$$K_{Q_0}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{Q_{0j}} \quad (60)$$

Reemplazando en la expresión (60), se tiene que $K_{Q_0}^* = 2,32$; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas $D_c, D_o, D_u, D_i, L_c, \theta, P, \rho_p$ y $K_{Q_0}^*$ en la ecuación (19) con el objeto de obtener el valor de Q que será el Q calculado, Q_{cal} ; el valor de Q proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor Q experimental, Q_{exp} .

Reemplazando (59) en (58):

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (Q_{\text{exp}_j} - Q_{\text{cal}_j})^2 \quad (61)$$

Reemplazando los $Q_{\text{exp}_j}, Q_{\text{cal}_j}$ en la ecuación (61), se tiene:

$$g(\theta) = 0,96$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de K_{Q_0} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$K_{Q_0} = 2,20$$

3.6.2.1.2. Cálculo de K_{D_0} de la ecuación de tamaño de corte:

En la ecuación (19), se reemplazan los valores de las variables $D_c, D_i, D_o, D_u, L_c, Q, P, \Theta, \rho_p$; cabe resaltar que no se cuenta con el valor de λ , el que se debe calcular de manera previa.

- Cálculo de λ

El valor de λ indica el efecto que tiene la concentración de sólidos en la velocidad de sedimentación de las partículas y se calcula según la siguiente expresión proveniente de la tesis de Nageswararao, 1979:

$$\lambda = \frac{f_v}{(1-f_v)^3} \quad (62)$$

Donde f_v es la fracción volumétrica de sólidos en la alimentación y se expresa como:

$$f_v = \frac{\text{volumen de la sustancia}}{\text{volumen total de la mezcla}}$$

El volumen total de la mezcla puede ser reemplazado por el flujo volumétrico de la pulpa en la alimentación, para la prueba experimental N°01, $Q = 4,16 \text{ m}^3/\text{h}$ y el volumen de la sustancia será el flujo el flujo volumétrico del sólido en la alimentación, se calcula considerando el flujo de sólidos en la alimentación y la densidad del sólido:

$$1,38 \frac{\text{TM}}{\text{h}} \times \frac{1}{2,65 \text{ TM}} \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 0,52 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Reemplazando, se tiene:

$$f_v = \frac{0,52 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{4,16 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}} = 0,125$$

Reemplazando f_v en (66):

$$\lambda = \frac{f_v}{(1-f_v)^3} = \frac{0,125}{(1-0,125)^3} = 0,186$$

- Reemplazando las variables en la ecuación (19), se tiene:

$$\frac{159,3\mu\text{m}}{0,1016\text{m}} = K_{D_o} (0,1016)^{-0,65} \left(\frac{1,438\text{pulg} \times \frac{0,0254\text{m}}{1\text{pulg}}}{0,1016\text{m}} \right)^{0,52} \left(\frac{0,44\text{pulg} \times \frac{0,0254\text{m}}{1\text{pulg}}}{0,1016\text{m}} \right)^{-0,50}$$

$$\left(\frac{0,2095\text{ m}}{0,1016\text{ m}} \right)^{0,20} \left(\frac{0,4635\text{ m}}{0,1016\text{ m}} \right)^{0,20} 11^{0,15} \left(\frac{24,13 \times 1000\text{ Pa}}{1205,48 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,8066 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 0,1016\text{m}} \right)^{-0,22} 0,186^{0,93}$$

$$K_{D_o} = 280,52$$

- **Formulación de la función objetivo $g(\theta)$**

Sobre el particular, se tiene un N de 145 pruebas experimentales; y 145 valores de K_{D_o} (calculados en el paso anterior).

Como valor inicial se establece:

$$K_{D_o}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{D_o_j} \quad (63)$$

Reemplazando en la expresión (68), se tiene que $*$ = 1291,37; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas D_c , D_o , D_u , D_i , L_c , θ , P , ρ_p , λ y $K_{D_o}^*$ en la ecuación (19) con el objeto de obtener el valor de d_{50c} que será el d_{50c} calculado, $d_{50c_{cal}}$; el valor de proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor d_{50c} experimental, $d_{50c_{exp}}$.

Reemplazando, se tiene:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (d_{50_{expj}} - d_{50_{calj}})^2 \quad (64)$$

Reemplazando los $d_{50_{expj}}$, $d_{50_{expj}}$ en la ecuación (68), se tiene:

$$g(\theta) = 3329$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de K_{D_0} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$K_{D_0} = 280,99$$

3.6.2.1.3. Cálculo de K_{w_0} ecuación de recuperación de agua de alimentación:

En la ecuación (20), se reemplaza los valores de las variables $D_c, D_i, D_o, D_u, L_c, \Theta, Q, P, \lambda$ (calculado previamente) y se realiza la conversión de unidades; previamente se debe determinar R_f (recuperación de agua en el underflow) a partir del balance de masa:

- Cálculo de R_f experimental:

$$R_f = \frac{WUF}{WF} \quad (65)$$

Conocidos los flujos de agua en la alimentación y en el underflow:

$$R_f = \frac{WUF}{WF} = \frac{0,39}{3,64} = 0,11$$

- Reemplazando las variables en la ecuación (20), se tiene:

$$0,11 = K_{w_0} (0,1016)^{-0,00} \left(\frac{1,438 \text{ pulg} \times \frac{0,0254 \text{ m}}{1 \text{ pulg}}}{0,1016 \text{ m}} \right)^{-1,19} \left(\frac{0,44 \text{ pulg} \times \frac{0,0254 \text{ m}}{1 \text{ pulg}}}{0,1016 \text{ m}} \right)^{2,40} \left(\frac{0,0508 \text{ m}}{0,1016 \text{ m}} \right)^{0,50} \\ \left(\frac{0,2095 \text{ m}}{0,1016 \text{ m}} \right)^{0,22} 11^{-0,24} \left(\frac{24,13 \text{ kPa}}{1205,48 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,8066 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 0,1016 \text{ m}} \right)^{-0,53} 0,1853^{0,27}$$

$$K_{w_0} = 2,676$$

- **Formulación de la función objetivo $g(\theta)$**

Se tiene $N = 145$ pruebas experimentales; y 145 valores de K_{w_0} (calculados en el paso anterior).

Como valor inicial se establece:

$$K_{w_o}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{w_{0j}}$$

Reemplazando valores en la expresión (71), se tiene que $K_{w_o}^* = 1,727$; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas $D_c, D_o, D_u, D_i, L_c, \theta, P, \rho_p, \lambda$ y $K_{w_o}^*$ en la ecuación (20) con el objeto de obtener el valor de R_f que será el R_f calculado, $R_{f_{cal}}$; el valor de R_f proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor R_f experimental, $R_{f_{cal}}$.

Reemplazando, se tiene:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (R_{f_{expj}} - R_{f_{calj}})^2$$

Reemplazando los $R_{f_{expj}}, R_{f_{calj}}$ en la ecuación (67), se tiene:

$$g(\theta) = 0,0012$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de K_{w_o} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$K_{w_o} = 1,41$$

3.1.1.1. Cálculo de K_{v_o} ecuación de recuperación volumétrica de pulpa en el underflow:

En la ecuación (22), se reemplaza los valores de las variables $D_c, D_i, D_o, D_u, L_c, \theta, Q, P$, y se realiza la conversión de unidades; previamente se debe determinar R_v (recuperación volumétrica de pulpa en el underflow) a partir del balance de masa:

- Cálculo de R_v experimental:

R_v , se puede calcular a partir de la siguiente expresión:

$$R_v = \frac{UF}{F}$$

El flujo volumétrico de pulpa en la alimentación:

$$F = 4,16 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

El flujo volumétrico de pulpa en el underflow:

$$UF = UF_s + WUF$$

Reemplazando las velocidades máxicas de sólidos y de agua de la corriente underflow en la ecuación (73), se tiene:

$$UF_s = 0,57 \text{ TM/h}$$

$$WUF = 0,39 \text{ TM/h}$$

$$UF = 0,96 \text{ TM/h}$$

Convirtiendo las velocidades máxicas de sólidos de la corriente underflow a flujo volumétrico, se tiene:

$$UF = 0,96 \frac{\text{Ton}}{\text{h}} \times \frac{1}{\rho_p} = 0,96 \frac{\text{Ton}}{\text{h}} \times \frac{1}{1,59 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3}} = 0,60 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Reemplazando en (72):

$$R_v = \frac{0,60 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{4,16 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}} = 0,15$$

- Reemplazando las variables en la ecuación (21), se tiene:

$$0,1448 = K_{v_o} \left(\frac{1,438 \text{ pulg} \times \frac{0,0254 \text{ m}}{1 \text{ pulg}}}{0,1016 \text{ m}} \right)^{-0,94} \left(\frac{0,44 \text{ pulg} \times \frac{0,0254 \text{ m}}{1 \text{ pulg}}}{0,1016 \text{ m}} \right)^{1,83} \left(\frac{0,0508 \text{ m}}{0,1016 \text{ m}} \right)^{0,25} \\ \left(\frac{0,4635 \text{ m}}{0,1016 \text{ m}} \right)^{0,22} 11^{-0,24} \left(\frac{24,13 \text{ kPa}}{1,21 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3} \times 9,8066 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 0,1016 \text{ m}} \right)^{-0,31}$$

$$K_{v_o} = 1,69$$

- **Formulación de la función objetivo $g(\theta)$**

Se tiene un N de 145 pruebas experimentales; y 145 valores de K_{v_o} (calculados en el paso anterior).

Como valor inicial se establece:

$$K_{v_o}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{v_{oj}}$$

Reemplazando en la expresión (75), se tiene que $K_{v_o}^* = 1,24$; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas $D_c, D_o, D_u, D_i, L_c, \theta, P, \rho_p$ y $K_{v_o}^*$ en la ecuación (21) con el objeto de obtener el valor de R_v que será el R_v calculado, $R_{v_{cal}}$; el valor de R_v proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor R_v experimental, $R_{v_{exp}}$.

Reemplazando:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (R_{v_{expj}} - R_{v_{calj}})^2$$

Reemplazando los $R_{v_{expj}}, R_{v_{calj}}$ en la ecuación (75), se tiene:

$$g(\theta) = 0,0014$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de K_{v_o} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$K_{v_o} = 1,136$$

3.6.2.2. Narasimha model

El modelo de Narasimha está compuesto por 4 ecuaciones para determinar d_{50c} (ecuación 25), Q (ecuación 26), α (ecuación 27) y R_v (ecuación 28); cada una de las ecuaciones contiene una constante de clasificación a determinar; para el cálculo de las constantes es importante mencionar las unidades de las variables a ser reemplazadas en las ecuaciones: D_c, D_i, D_o, D_u, L_c (m); Q (m^3/h); P (kPa); d_{50c} (μm); u_s (m/s).

3.6.2.2.1. Cálculo de K_d de la ecuación de tamaño de corte:

En la ecuación (25), se reemplaza los valores de las variables D_c , D_i , D_o , D_u , L_c , θ , Q , P y se realiza la conversión de unidades, El valor de f_v , Re , debe ser calculado de manera previa, el valor de ρ_p , se toma del cálculo anterior realizado para el modelo de Nageswararao.

Entonces, para la prueba experimental N°01, se tiene:

- Cálculo de f_v

$$f_v = \frac{F_s}{\rho_s} = \frac{\frac{1,3674 \frac{\text{ton}}{\text{h}}}{4,1482 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}}{2,65 \frac{\text{ton}}{\text{m}^3}} = 0,1244$$

F_s se toma del cálculo anterior realizado para el modelo de Nageswararao.

- Cálculo de Re

A partir de la siguiente expresión:

$$Re = \frac{D_c v \rho_p}{\mu_m}$$

Donde la viscosidad de la mezcla μ_m , se define por la siguiente expresión que considera la fracción de partículas finas F_{-38} :

$$\mu_m = \mu_w \left(1 - \frac{f_v}{0,62} \right)^{-1,55} (F_{-38})^{0,39}$$

F_{-38} , representa la fracción de partículas finas de la alimentación menor a las 38 μm . Para la primera prueba experimental, se tiene la granulometría de alimentación y el porcentaje de partículas retenidas mostrados en la Tabla 10. Para la obtención de F_{-38}

, se requirió el porcentaje retenido acumulado que es la sumatoria de los % Retenidos acumulados de la malla anterior y el porcentaje pasante acumulado que es 100 menos el porcentaje retenido acumulado; los resultados se muestran en la Tabla 10.

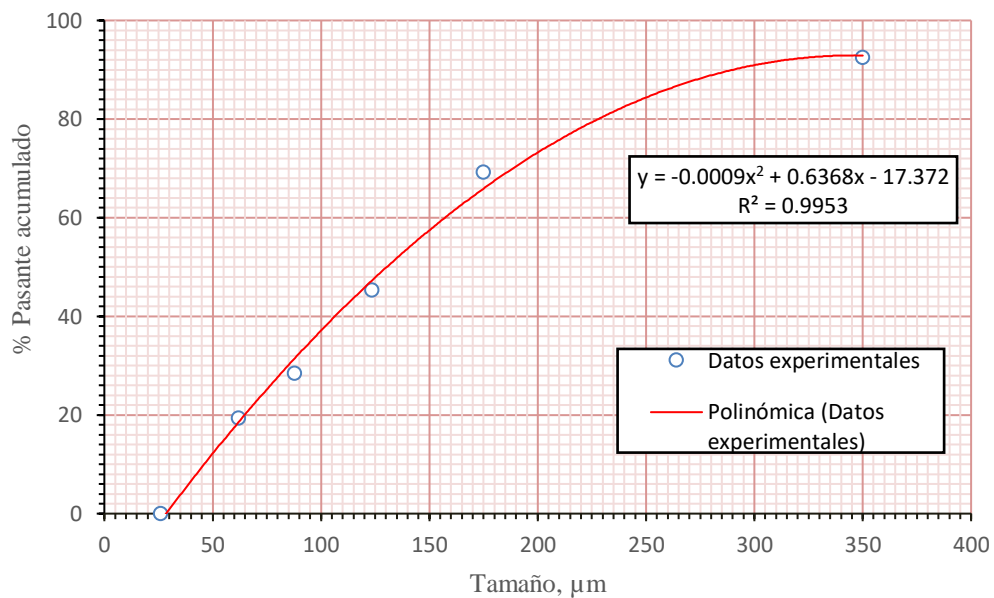
Tabla 10

Retenido acumulado y pasante acumulado en F – Prueba experimental 1

Malla	Tamaño (Micras)	F TPH	F		
			%Retenido	%Retenido acumulado	%Pasante Acumulado
35	350	0	0	0	100
48	247,7	0,1025	7,5	7,5	92,5
65	174,9	0,3184	23,28	30,78	69,21
100	123,6	0,3279	23,98	54,76	45,23
150	87,7	0,2306	16,86	71,62	28,37
200	62	0,1239	9,07	80,69	19,30
-270	26	0,2640	19,31	100	0

Figura 10

% Pasante acumulado por tamaño de partícula



Donde F_{38} , es el % pasante acumulado de las partículas de 38 μm . De la Figura 10 se tiene un valor de $F_{38} = 5,53$.

Reemplazando en la fórmula de la viscosidad de la mezcla, se tiene:

$$\mu_m = 0,0010 \frac{\text{kg}}{\text{m.s}} \left(1 - \frac{0,1244}{0,62}\right)^{-1,55} (5,53)^{0,39} = 2,77 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m.s}}$$

La velocidad de entrada está dada por:

$$v = \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{4,1482 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{\pi (0,0254 \text{ m})^2} = 0,5685 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Reemplazando:

$$\text{Re} = \frac{(0,1016 \text{ m}) \left(0,5685 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \left(1,20 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3}\right) \left(\frac{1000 \text{ kg}}{\text{Ton}}\right)}{2,77 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m.s}}} = 25022,85$$

Reemplazando en (26), se tiene

$$\frac{159,32}{0,1016} = k_d \left[\begin{array}{l} (0,3595)^{1,093} (0,1102)^{-1,00} \left(\frac{(1-0,1244)^2}{10^{1,82(0,1244)}}\right)^{-0,703} (25750,41)^{-0,436} (0,5)^{-0,936} \\ (4,5625)^{0,187} \left(\frac{1}{\tan(11)}\right)^{-0,1988} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right)\right)^{-1,034} (1,21)^{-0,217} \end{array} \right]$$

$$k_d = 11697,06$$

- **Formulación de la función objetivo $g(\theta)$**

Sobre el particular, se tiene un N de 145 pruebas experimentales; y 145 valores de k_{d_0} (calculados en el paso anterior).

Como valor inicial se establece:

$$k_{d_0}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{d_{0j}} \quad (72)$$

Reemplazando en la expresión (72), se tiene que $k_{d_o}^* = 367968,39$; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas $D_c, D_o, D_u, D_i, L_c, \theta, P, \rho_p, \rho_s, f_v, Re$ y $k_{d_o}^*$ en la ecuación (25) con el objeto de obtener el valor de d_{50c} que será el d_{50c} calculado, $d_{50c_{cal}}$; el valor de d_{50c} proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor d_{50c} experimental, $d_{50c_{exp}}$.

Reemplazando, se tiene:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (d_{50c_{expj}} - d_{50c_{calj}})^2 \quad (73)$$

Reemplazando los $d_{50c_{expj}}, d_{50c_{calj}}$ en la ecuación (73), se tiene:

$$g(\theta) = 8118,53$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de k_{d_o} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$k_d = 13037,18$$

3.6.2.2.2. Cálculo de k_{Q_o} de la ecuación de flujo volumétrico:

En la ecuación (26), se reemplaza los valores de las variables $D_c, D_i, D_o, D_u, L_c, \theta, Q,$

P . El valor de $\frac{V_h}{V_t}$ se usa del cálculo anterior.

Entonces, para la prueba experimental N°01, se tiene:

$$4,16 = k_{Q_o} \left[\begin{array}{l} (0,5)^{0,45} (0,1016)^2 (509,35) (0,3595)^{1,099} (0,1102)^{0,037} (10,39)^{0,405} \\ (4,56)^{0,30} (0,46)^{-0,048} (0,71)^{-0,092} \end{array} \right]$$

$$k_{Q_o} = 1,050$$

- **Formulación de la función objetivo $g(\theta)$**

Sobre el particular, se tiene un N de 145 pruebas experimentales; y 145 valores de k_{Q_o} (calculados en el paso anterior).

Como valor inicial se establece:

$$k_{Q_o}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N k_{Q_o,j} \quad (74)$$

Reemplazando en la expresión (74), se tiene que $k_{Q_o}^* = 1,757$; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas $D_c, D_o, D_u, D_i, L_c, \theta, P, \rho_p, f_v$, y $k_{Q_o}^*$ en la ecuación (78) con el objeto de obtener el valor de Q que será el Q calculado, Q_{cal} ; el valor de Q proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor Q experimental, Q_{exp} .

Reemplazando, se tiene:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (Q_{exp,j} - Q_{cal,j})^2 \quad (75)$$

Reemplazando en la ecuación (75), se tiene:

$$g(\theta) = 8,24$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de k_{Q_o} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$k_{Q_o} = 1,25$$

3.6.2.2.3. Cálculo de k_α en la ecuación de separación de partículas:

En la ecuación (27), se reemplaza los valores de las variables; obteniéndose un valor de $k_\alpha = 0,168$ para la primera prueba experimental. El proceso se repite para las 145 pruebas experimentales, con un cálculo de 145 valores de α ; el valor de k_α para el total de pruebas experimentales se calcula en base al criterio de convergencia utilizado en cálculos previos, obteniéndose un valor $k_\alpha = 0,212$.

3.6.2.2.4. Cálculo de k_w ecuación de recuperación de agua de alimentación

En la ecuación (28), se reemplazan los valores de las variables. El valor de u_s debe ser calculado previamente. Entonces para la primera prueba experimental:

La velocidad tangencial puede calcularse a partir de la siguiente expresión:

$$u_s = 4,5 \left(\frac{D_i}{D_C} \right)^{1,13} v$$

Reemplazando en la ecuación anterior, se tiene:

$$V_t = 4,5 \left(\frac{2 \text{ pulg}}{4 \text{ pulg}} \right)^{1,13} 0,57 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Reemplazando en la ecuación (28), para el cálculo de la constante:

$$R_f = k_w \left[\left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{-1,068} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{2,206} \left(\frac{u_s^2}{R_{\max} g} \right)^{-0,205} \left(\frac{1}{\tan(\theta/2)} \right)^{0,829} \right. \\ \left. \left(\frac{\mu_m}{\mu_w} \right)^{-0,712} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{2,424} \left(\frac{V_h}{V_t} \right)^{-0,884} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_p} \right)^{0,523} \left(\cos \left(\frac{i}{2} \right) \right)^{1,793} \right]$$

$$0,1068 = k_w \left[(0,36)^{-1,068} (0,11)^{2,206} \left(\frac{(1,17 \text{ m/s})^2}{(0,0508 \text{ m})(9,81 \text{ m/s}^2)} \right)^{-0,205} \left(\frac{1}{\tan(\theta/2)} \right)^{0,29} \right. \\ \left. \left(\frac{2,69 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m.s}}}{1 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m.s}}} \right)^{-0,712} (2,06)^{2,424} (0,45)^{-0,884} (0,55)^{0,523} \left(\cos \left(\frac{i}{2} \right) \right)^{1,793} \right]$$

$$k_w = 0,089$$

Se realizó el cálculo 145 veces para el total de las pruebas experimentales

- Formulación de la función objetivo $g(\theta)$

Se tiene un $N = 145$ pruebas experimentales; y 145 valores de k_w (calculados en el paso anterior),

Como valor inicial se establece:

$$k_{w_o}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{w_{0j}} \quad (76)$$

Reemplazando en la expresión (76), se tiene que $k_{w_o}^* = 0,055$; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas en la ecuación (28) con el objeto de obtener el valor de R_v que será el R_v calculado, $R_{v_{cal}}$; el valor de R_v proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor R_v experimental, $R_{v_{exp}}$.

Reemplazando, se tiene:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (R_{f_{exp_j}} - R_{f_{cal_j}})^2 \quad (77)$$

Reemplazando los $R_{f_{exp_j}}, R_{f_{cal_j}}$ en la ecuación (81), se tiene:

$$g(\theta) = 0,0019$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de k_{w_o} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$k_{w_o} = 0,3352$$

3.6.2.3. Modelo Ji

Las ecuaciones del modelo Ji no requieren el cálculo de constantes; sin embargo, para poder comparar los valores experimentales con los calculados para el cálculo de coeficiente de determinación se requieren cálculos previos que serán mostrados a continuación:

Cálculo de C_v :

Donde C_v , es la fracción volumétrica de sólidos en la alimentación:

$$C_v = \frac{F_s}{F}$$

Para la prueba experimental N°1 reemplazando el valor experimental de F y el de F_s calculados previamente, se tiene:

$$C_v = \frac{0,52 \text{ m}^3/\text{h}}{4,15\text{m}^3/\text{h}} = 0,12$$

Se realizaron los cálculos de C_v para las 145 pruebas experimentales.

Cálculo del d_{50f} :

Donde d_{50f} es el tamaño de partícula que tiene el 50% de partículas pasantes en la alimentación conocido como $d_{0,5}$. Este valor fue calculado haciendo uso de la ecuación presentada en la figura 10. Para la prueba experimental N°1 se tiene:

$$50 = -0.0009x^2 + 0.6368x - 17.374$$

donde x es el tamaño de partícula; haciendo uso de la herramienta solver de Microsoft Excel el $d_{0,5}$ es 136,34 μm .

Reemplazando en la ecuación cuadrática el tamaño de partícula es 136,34 μm .

Cabe precisar que la ecuación de Ep (Ecart Probable) no será considerada para el presente trabajo de investigación.

3.6.2.4. Modelo de Pang

Las ecuaciones del modelo de Pang no requieren el cálculo de constantes; sin embargo, para comparar los valores experimentales con los calculados para el cálculo del coeficiente de determinación se requieren cálculos previos como el cálculo de la viscosidad de la mezcla, μ_m , la cual está dada por la siguiente expresión:

$$\mu_m = \mu_w (1 + 2,5C_v + 10,05C_v^2 + 0,0027e^{16,6C_v}) \quad (78)$$

El valor de C_v fue calculado de manera previa en 4.3.3.

Reemplazando en la ecuación (82), se tiene:

$$\mu_m = 1,50 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m.s}}$$

El cálculo se debe repetir para el total de pruebas experimentales.

3.6.2.5. Modelo de Zhao

3.6.2.5.1. Cálculo de K_{D_0} en la ecuación de tamaño de corte:

En la ecuación (43), se reemplaza los valores de las variables $D_c, D_i, D_o, D_u, L_c, \theta, Q, \rho_p, \lambda, d_{50c}, P, d_{50f}$ experimentales y calculados previamente. El valor de σ_J debe ser calculado de manera previa a partir de las siguientes ecuaciones de Yu, 1990:

$$Y = \sigma_J T + \mu_J \quad (79)$$

donde:

$$Y = \sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1}(2f - 1) \quad (80)$$

$$T = \ln \frac{X}{X_{\text{máx}} - X} \quad (81)$$

f, es el % del pasante acumulado, X es el tamaño de partícula, erf^{-1} es la inversa de la función error.

La función error inversa está definida en el dominio (-1,1) aunque puede ser extendida al disco $|z| < 1$ del plano complejo utilizando la serie de Maclaurin:

$$\operatorname{erf}^{-1}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{2k+1} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} x \right)^{2k+1} \quad (82)$$

donde $c_0 = 1$

$$c_k = \sum_{m=0}^{k-1} \frac{c_m c_{k-1-m}}{(m+1)(2m+1)} = \left\{ 1, 1, \frac{7}{6}, \frac{127}{90}, \frac{4369}{2520}, \frac{34807}{16200}, \dots \right\} \quad (83)$$

La expansión de la serie es:

$$\operatorname{erf}^{-1}(x) \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(x + \frac{\pi}{12} x^3 + \frac{7\pi^2}{480} x^5 + \frac{127\pi^3}{40320} x^7 + \frac{4369\pi^4}{5806080} x^9 + \frac{34807\pi^5}{182476800} x^{11} + \dots \right) \quad (84)$$

Sobre el particular $x = 2f - 1$, Tomando los valores calculados de manera previa (Tabla 10) se tiene:

Tabla 11

% Pasante acumulado por tamaños de partícula

Tamaño, μm	f
350	100
174,9	92,50
123,6	69,22
87,7	45,23
62	28,37
26	19,30

Reemplazando f para el cálculo de x , se tiene:

$$x_1 = (2f - 1) = 2(0,925) - 1 = 0,85$$

Considerando $x_1 = 0,85$, reemplazamos en la ecuación (88) para el cálculo de $\text{erf}^{-1}(x)$:

$$\text{erf}^{-1}(0,85) \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2}(0,85) + \frac{\pi}{12}0,85^3 + \frac{7\pi^2}{480}0,85^5 + \frac{127\pi^3}{40320}0,85^7 + \frac{4369\pi^4}{5806080}0,85^9 + \frac{34807\pi^5}{182476800}0,85^{11}$$

$$\text{erf}^{-1}(0,85) = 1,003$$

Se repite el cálculo para el resto de tamaños de partículas, obteniéndose:

Tabla 12

$\text{erf}^{-1}(x)$ por tamaño de partícula

Tamaño, μm	f = 2f-1	$\text{erf}^{-1}(x)$
247,7	92,50	0,85
174,9	69,22	0,384
123,6	45,23	-0,095
87,7	28,37	-0,433
62	19,30	-0,614

Calculada la función inversa se calcula Y y T para el primer tamaño de partícula (247,7 μm), reemplazando en las ecuaciones (84) y (85) para diferentes tamaños de partícula; los resultados se muestran en la Tabla 13.

Tabla 13

Y y T por tamaño de partícula

Tamaño, μm	f	T	Y
247,7	92,50	0,88	1,42
174,9	69,22	-0,0011	0,50
123,6	45,23	-0,60	-0,12
87,7	28,37	-1,09	-0,57
62	19,30	-1,53	-0,87

Los valores de σ_j y μ_j se pueden calcular mediante regresión lineal haciendo uso de la herramienta análisis de datos de Microsoft Excel, quedando la siguiente expresión como sigue:

$$Y = 0,967T + 0,52$$

Para calcular el valor de K_{D_0} , se reemplazaron los datos en la ecuación (44):

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = K_{D_0} (D_c)^{-0,65} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,80} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-1,00} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,20} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{-0,13} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{-0,61} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0,22} (\lambda)^{1,05} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{-0,43} (\sigma_j)^{1,00}$$

$$K_{D_0} = 5,43$$

Los cálculos se repiten 145 veces para el total de pruebas experimentales.

- Formulación de la función objetivo $g(\theta)$

Sobre el particular, se tiene un $N = 145$ pruebas experimentales; y 145 valores de K_{D_0} (calculados en el paso anterior).

Como valor inicial se establece:

$$K_{D_0}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{D_{0j}} \quad (85)$$

Reemplazando en la expresión (90), se tiene que $K_{D_0}^* = 9,22$; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas y $K_{D_0}^*$ en la ecuación (44) con el

objeto de obtener el valor de d_{50c} que será el d_{50c} calculado, $d_{50c_{cal}}$; el valor de d_{50c} proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor d_{50c} experimental, $d_{50c_{exp}}$.

Reemplazando, se tiene:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (d_{50c_{expj}} - d_{50c_{calj}})^2 \quad (86)$$

Reemplazando los $d_{50c_{expj}}$, $d_{50c_{calj}}$ en la ecuación (90), se tiene:

$$g(\theta) = 1,3$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de K_{D_o} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$K_{D_o} = 1,77$$

3.6.2.5.2. Cálculo de K_{d_o} en la ecuación de separación de partículas:

Para el cálculo de K_{d_o} , se reemplazaron los valores en la ecuación (42):

$$\alpha = K_{d_o} (D_c)^{0,00} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{1,50} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-0,84} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0,30} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,18} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{-0,24} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{0,18} (\sigma_J)^{-0,86}$$

Obteniéndose así para la primera prueba experimental el valor de K_{d_o} :

$$K_{d_o} = 6,06$$

- Formulación de la función objetivo $g(\theta)$

Sobre el particular, se tiene un $N = 145$ pruebas experimentales; y 145 valores de K_{d_o} (calculados en el paso anterior).

Como valor inicial se establece:

$$K_{d_o}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{d_{oj}} \quad (87)$$

Reemplazando en la expresión anterior, se tiene que $K_{d_o}^* = 9,73$; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas y $K_{d_o}^*$ en la ecuación (42) con el fin de obtener el valor de α calculado: α_{cal} , el valor de α proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor α experimental, α_{exp} .

Reemplazando, se tiene:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\alpha_{exp_j} - \alpha_{cal_j})^2 \quad (88)$$

Reemplazando los $\alpha_{exp_j}, \alpha_{cal_j}$ en la ecuación (88), se tiene:

$$g(\theta) = 8669,2$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de K_{d_o} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$K_{d_o} = 6,89$$

3.6.2.5.3. Cálculo de K_{Q_o} en la ecuación de flujo volumétrico:

Para el cálculo de K_{Q_o} , se reemplazaron los valores en la ecuación (43):

$$\frac{Q}{D_c^2 \sqrt{P/\rho_p}} = K_{Q_o} (D_c)^{-0,1} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,77} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,45} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{-0,16} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{-0,61} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0,22} (\lambda)^{1,05} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{-0,43} (\sigma_j)^{1,00}$$

Obteniéndose el valor de $K_{Q_o} = 0,517$

- **Formulación de la función objetivo $g(\theta)$**

Sobre el particular, se tiene un $N = 145$ pruebas experimentales; y 145 valores de K_{Q_0} (calculados en el paso anterior).

Como valor inicial se establece:

$$K_{Q_0}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{Q_{0j}} \quad (89)$$

Reemplazando valores en la expresión (89), se tiene que $K_{Q_0}^* = 0,9$; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas y $K_{Q_0}^*$ en la ecuación (43) con el objeto de obtener el valor de Q calculado, Q_{cal} ; el valor de Q proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor Q experimental, Q_{exp} .

Reemplazando, se tiene:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (Q_{exp_j} - Q_{cal_j})^2 \quad (90)$$

Reemplazando los Q_{exp_j}, Q_{cal_j} en la ecuación (90), se tiene:

$$g(\theta) = 5,1$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de K_{Q_0} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$K_{Q_0} = 0,73$$

3.1.1.2. Cálculo de K_{w_0} en la ecuación de recuperación de agua de alimentación

Para el cálculo de K_{w_0} , se reemplazaron los valores en la ecuación (45):

$$R_f = K_{w_0} (D_c)^{0,0} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-3,40} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{2,11} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,29} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,23} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{-0,52} \left(\frac{P}{\rho_r g D_c}\right)^{-0,24} (\lambda)^{0,43} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{0,45} (\sigma_J)^{-0,37}$$

Obteniéndose el valor de $K_{w_0} = 12,89$

- Formulación de la función objetivo $g(\theta)$

Sobre el particular, se tiene un $N = 145$ pruebas experimentales; y 145 valores de K_{w_0} (calculados en el paso anterior),

Como valor inicial se establece:

$$K_{w_0}^* = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_{w_{0j}} \quad (91)$$

Reemplazando en la expresión (95), se tiene que $K_{w_0}^* = 5,75$; paso seguido se reemplaza los valores de las variables conocidas y $K_{w_0}^*$ en la ecuación (45) con el objeto de obtener el valor de R_f calculado, $R_{f\text{ cal}}$; el valor de R_f proveniente de las pruebas experimentales corresponderá al valor R_f experimental, $R_{f\text{ exp}}$.

Reemplazando, se tiene:

$$g(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (R_{f\text{ exp}_j} - R_{f\text{ cal}_j})^2 \quad (92)$$

Reemplazando los $R_{f\text{ exp}_j}$, $R_{f\text{ cal}_j}$ en la ecuación (92), se tiene:

$$g(\theta) = 0,1$$

Haciendo uso de la herramienta Solver de Microsoft Excel versión 2020, se obtiene el valor de K_{w_0} que de un $g(\theta)$ mínimo de convergencia.

$$K_{w_0} = 5,75$$

3.6.3. Cálculo del coeficiente de determinación R^2 de los modelos semi – mecánicos

La fórmula matemática para determinar el coeficiente de correlación de Pearson (r) entre dos variables X e Y es la siguiente:

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \cdot \left[n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right]}} \quad (93)$$

Donde:

“n” es el número de observaciones

X_i y Y_i son los valores de las observaciones i para las variables X y Y , respectivamente,

El coeficiente de determinación se relaciona con este a través de la siguiente expresión:

$$R^2 = r^2$$

3.6.3.1. Modelo de Nageswararao

En la ecuación de Nageswararao se tienen 04 modelos matemáticos; reemplazando los valores calculados y los valores experimentales para cada modelo, se tiene los siguientes resultados del coeficiente de determinación:

3.6.3.1.1. Ecuación de flujo volumétrico:

Tomando la ecuación (18):

$$\frac{Q}{D_c^2 \sqrt{P/\rho_P}} = K_{Q_o} (D_c^{-0,10}) \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,68} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{0,00} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,45} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,20} \theta^{-0,10}$$

Donde $K_{Q_o} = 2,20$

Para la obtención del flujo volumétrico Q , se debe reemplazar las condiciones de operación y geométricas en (19) para cada prueba experimental, obteniéndose así valores de Q_{cal} , que se comparan con los experimentales.

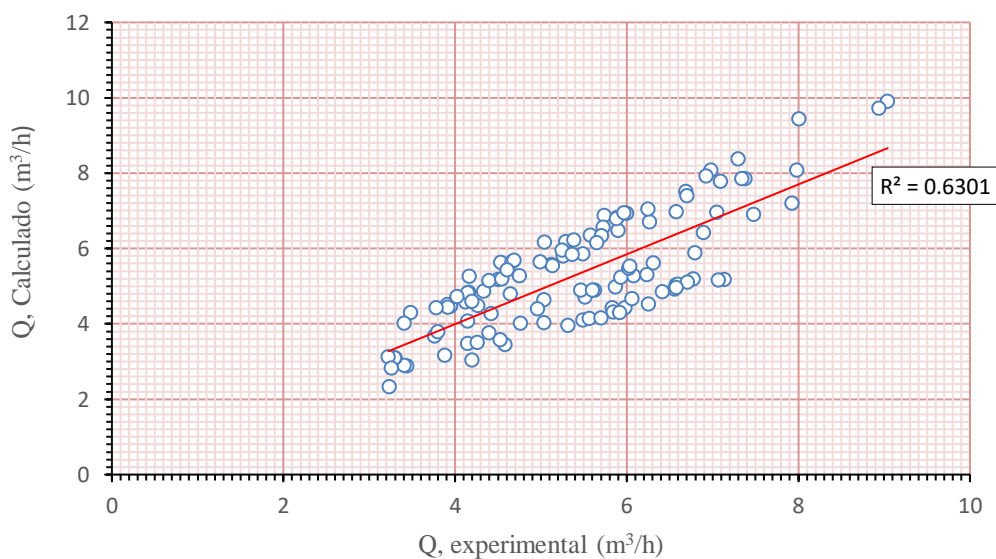
Para el cálculo del coeficiente de correlación de Pearson se asume que el valor experimental es X y el valor calculado es Y .

Reemplazando los valores experimental y calculado, se tiene:

Tabla 14*Cálculo del coeficiente de correlación de Pearson*

Y_i	X_i	$X_i Y_i$	X_i^2	Y_i^2
4,82	4,16	20,07	17,29	23,28
4,45	3,95	17,58	15,60	19,82
4,58	4,12	18,88	17,01	20,96
6,95	7,05	48,97	49,69	48,27
6,15	5,05	31,06	25,46	37,89
.				
.				
.				
612,61	625,51	3507,32	3591,37	3521,06

Reemplazando en la ecuación (97), se obtiene un valor de $r = 0,792$ y un valor de $R^2 = 0,63$. Gráficamente el valor de Q calculado y experimental se muestra en la figura 11.

Figura 11*Q calculado vs experimental – Modelo Nageswararao*

3.6.3.1.2. Ecuación de tamaño de corte:

Tomando la ecuación (19):

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = K_{D_o} (D_c^{-0.65}) \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0.52} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-0.50} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0.20} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0.20} \theta^{0.15} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0.22} \lambda^{0.93}$$

Donde $K_{D_o} = 280,99$

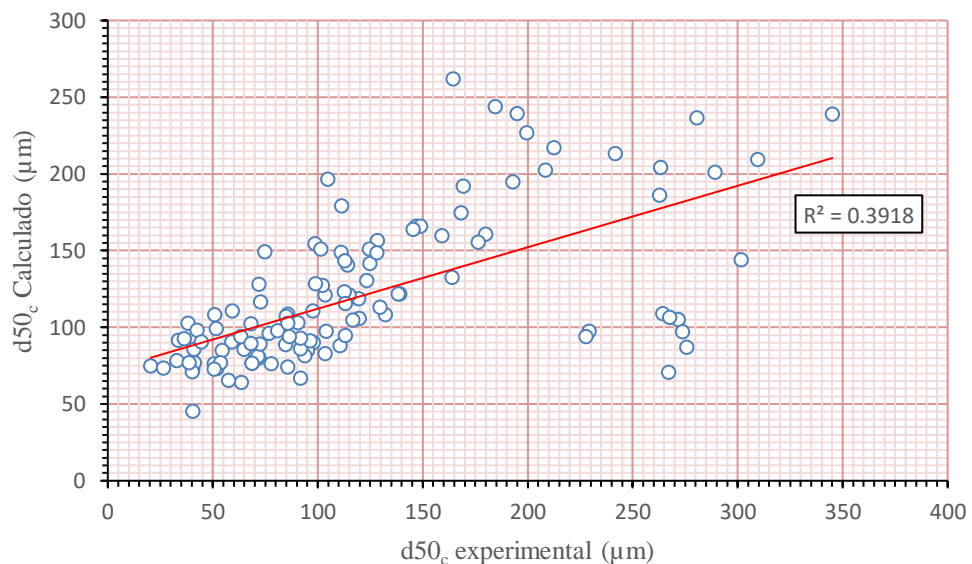
Para la obtención de d_{50c} , se debe reemplazar las condiciones de operación y geométricas en (20) para cada prueba experimental, obteniéndose así valores que se comparan con los experimentales; para a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

Reemplazando en la ecuación (97) el valor de $R^2 = 0,392$.

Gráficamente el valor de d_{50c} calculado y experimental se muestra en la siguiente Figura 12.

Figura 12

d_{50c} calculado vs experimental – Modelo Nageswararao



3.6.3.1.3. Ecuación de recuperación de agua en el underflow

Tomando la ecuación (20):

$$R_f = K_{w_o} (D_c^{-0.00}) \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-1.19} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{2.40} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0.50} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0.22} \theta^{-0.24} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0.53} \lambda^{0.27}$$

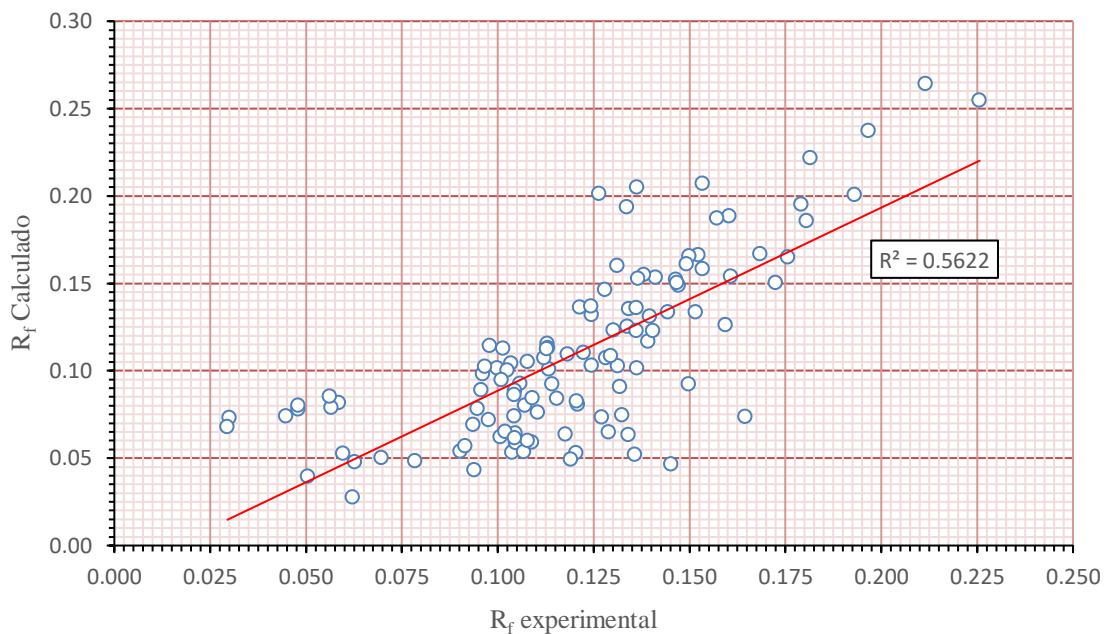
Donde $K_{w_o} = 1,41$

Para la obtención de R_f , se reemplazó las condiciones de operación y geométricas en (21) para cada prueba experimental, obteniéndose así valores de R_f calculado, que se comparan con los experimentales; para a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

Reemplazando en la ecuación (97) se obtiene un valor de $R^2 = 0,562$. Gráficamente el valor de $R_{f\text{ calculado}}$ y experimental se observa en la figura 13.

Figura 13

R_f calculado vs experimental – Modelo Nageswararao



3.6.3.1.4. Ecuación de recuperación de pulpa en el underflow

Tomando la ecuación (21):

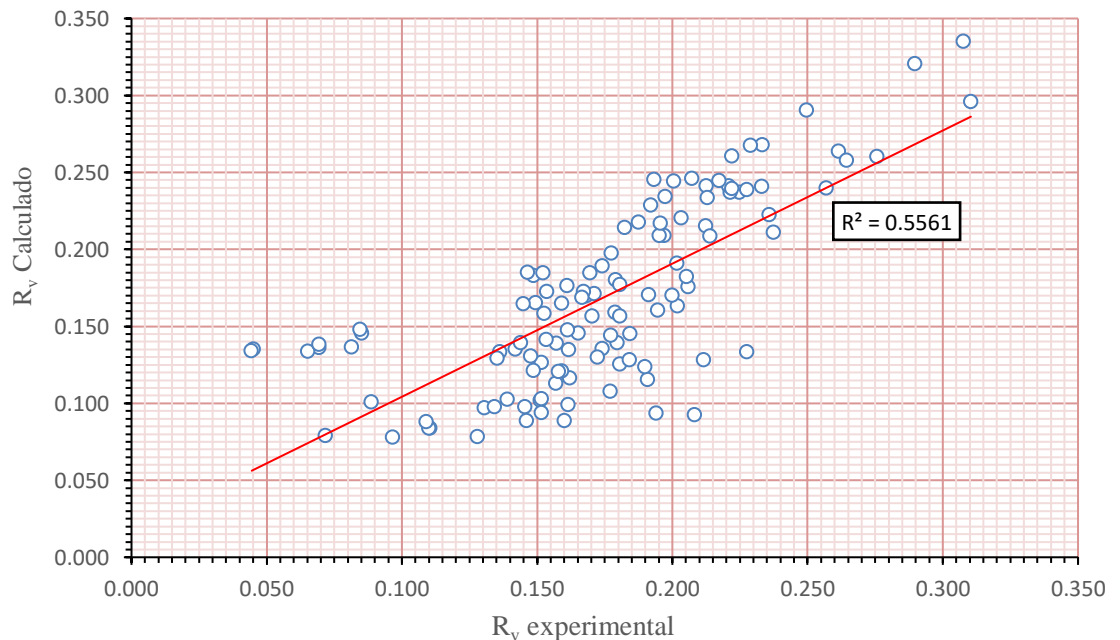
$$R_v = K_{v_o} \left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{-0,94} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{1,83} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{0,25} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,22} \theta^{-0,24} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c} \right)^{-0,31}$$

Donde la constante $K_{v_o} = 1,136$, se calculó la recuperación de pulpa en el underflow, R_v , reemplazando las condiciones de operación y geométricas para cada prueba experimental en (21), obteniéndose así 145 valores de R_v calculados, que se comparan con los experimentales; así a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

Reemplazando en la ecuación (97) se obtiene un valor de $R^2 = 0,5561$. Gráficamente el valor de R_v calculado y experimental se observa en la figura 14.

Figura 14

R_v calculado vs experimental – Modelo Nageswararao



3.6.3.1.5. Modelo de Narasimha

3.6.3.1.6. Ecuación de tamaño de corte:

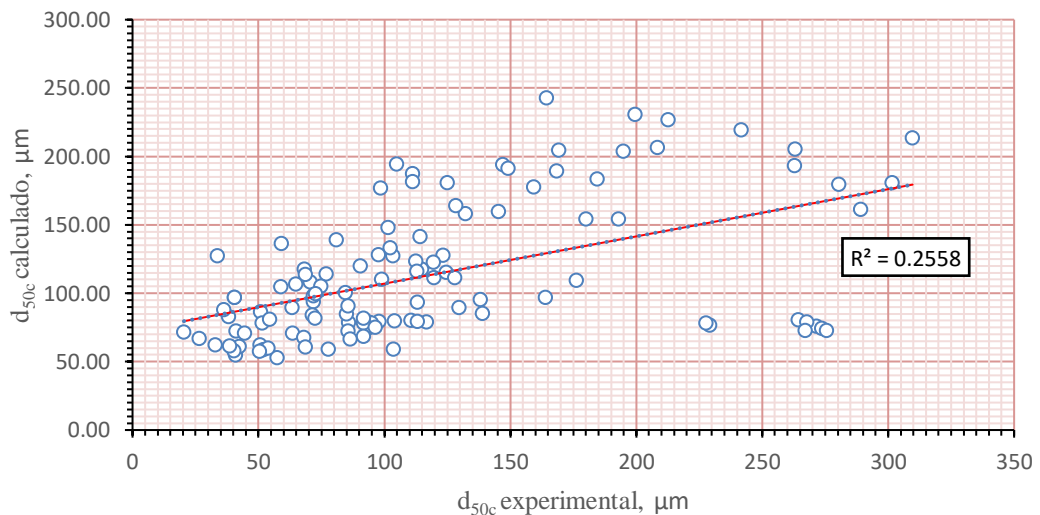
Tomando la ecuación (25), el valor de $k_d = 13037,17$, calculado previamente en 4.3.2.1., las condiciones de operación y geométricas para cada prueba experimental se obtienen valores de d_{50c} calculado, que se comparan con los experimentales; para así a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = k_d \left[\left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{1,093} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{-1,00} \left(\frac{(1-f_v)^2}{10^{1,82f_v}} \right)^{-0,703} (\text{Re})^{-0,436} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{-0,936} \right] \left[\left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,187} \left(\frac{1}{\tan(\theta)} \right)^{-0,1988} \left(\cos \left(\frac{i}{2} \right) \right)^{-1,034} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_p} \right)^{-0,217} \right]$$

Reemplazando en la ecuación (97) se obtiene un valor de $r = 0,5031$ y un valor de $R^2 = 0,256$. Gráficamente el valor de d_{50c} calculado y experimental se observa en la figura 15.

Figura 15

d_{50c} calculado vs experimental – Modelo Narasimha



3.6.3.1.7. Ecuación de flujo volumétrico:

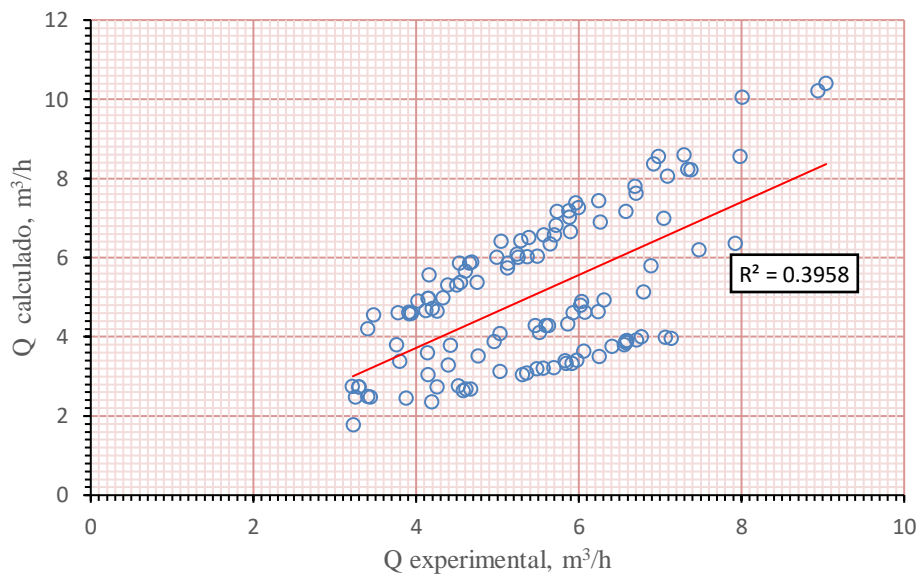
Tomando la ecuación (26), el valor de $k_{Q_0} = 1,253$, calculado previamente en 4.3.2.2., las condiciones de operación y geométricas para cada prueba experimental se obtienen valores de Q_{cal} , que se comparan con los experimentales; para así a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

$$Q = k_{Q_0} \left[\left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{0,45} D_c^2 \sqrt{\frac{P}{\rho_p}} \left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{1,099} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{0,037} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^{0,405} \right] \left[\left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,30} \left(\frac{V_h}{V_t} \right)^{-0,048} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right) \right)^{-0,092} \right]$$

Reemplazando en la ecuación (97) se obtiene un valor de $R^2 = 0,3958$. Gráficamente el valor de Q calculado y experimental se observa en la figura 16.

Figura 16

Q calculado vs experimental – Modelo Narasimha



3.6.3.1.8. Ecuación de separación de partículas:

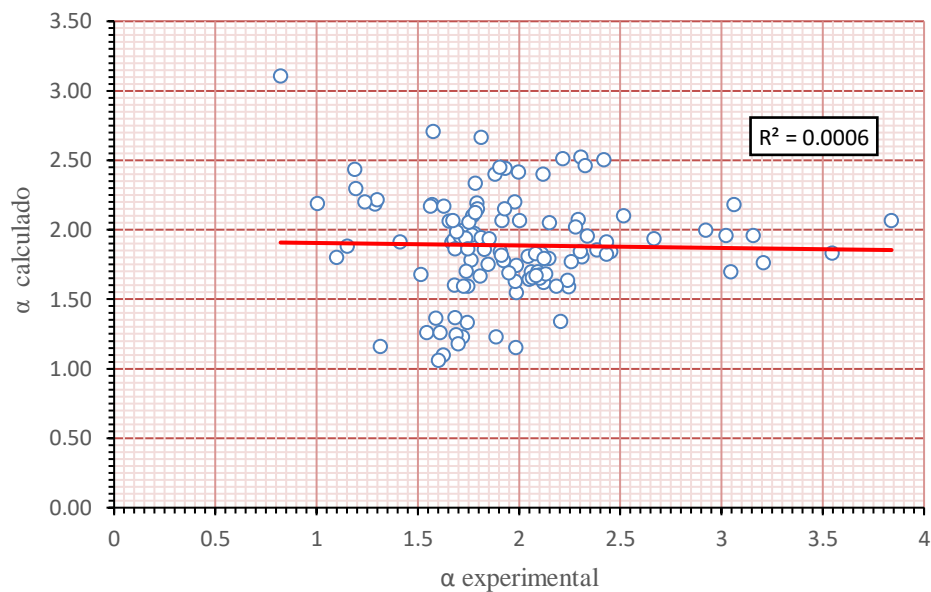
Tomando la ecuación (27), el valor de $k_a = 0,212$, calculado previamente en 4.3.2.3., las condiciones de operación y geométricas para cada prueba experimental se obtienen los valores de α calculado, que se comparan con los experimentales; para así a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

Reemplazando en la ecuación (97) se obtiene un valor de $R^2 = 0,0006$.

Gráficamente el valor de α calculado y experimental se observa en la figura 17.

Figura 17

α calculado vs experimental – Modelo Narasimha



3.6.3.1.9. Ecuación de recuperación de agua de alimentación

Tomando la ecuación (28), el valor de $k_w = 0,3352$, calculado previamente en 4.3.2.4, las condiciones de operación y geométricas para cada prueba experimental

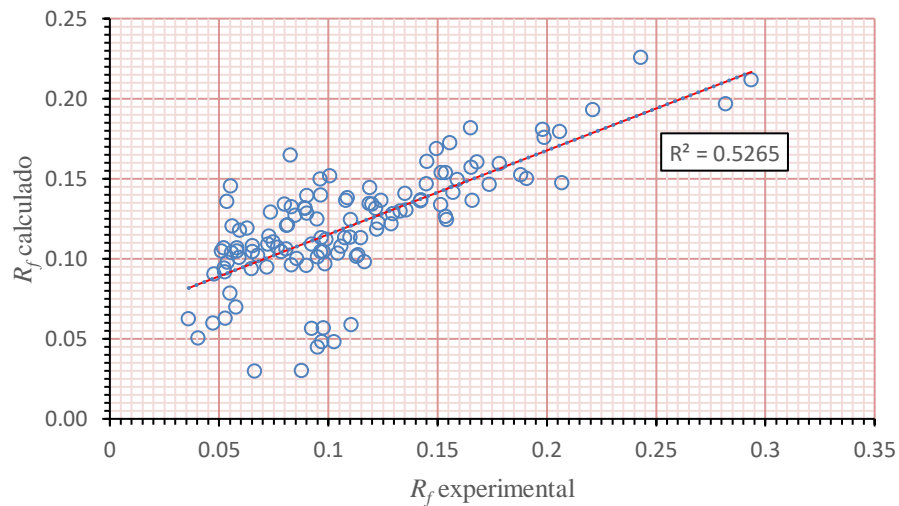
se obtienen los valores de R_f calculado que se comparan con los experimentales; para así a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

$$R_f = k_w \left[\left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{-1,068} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{2,206} \left(\frac{u_s^2}{R_{\max} g} \right)^{-0,205} \left(\frac{1}{\tan(\theta/2)} \right)^{0,829} \right. \\ \left. \left(\frac{\mu_m}{\mu_w} \right)^{-0,712} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{2,424} \left(\frac{V_h}{V_t} \right)^{-0,884} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_p} \right)^{0,523} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right) \right)^{1,793} \right]$$

Reemplazando en la ecuación (97) se obtiene un valor de $R^2 = 0,5265$. Gráficamente el valor de R_f calculado y experimental se observa en la figura 18.

Figura 18

R_f calculado vs experimental – Modelo Narasimha



3.6.3.2. Ji model

3.6.3.2.1. Ecuación de tamaño de partícula

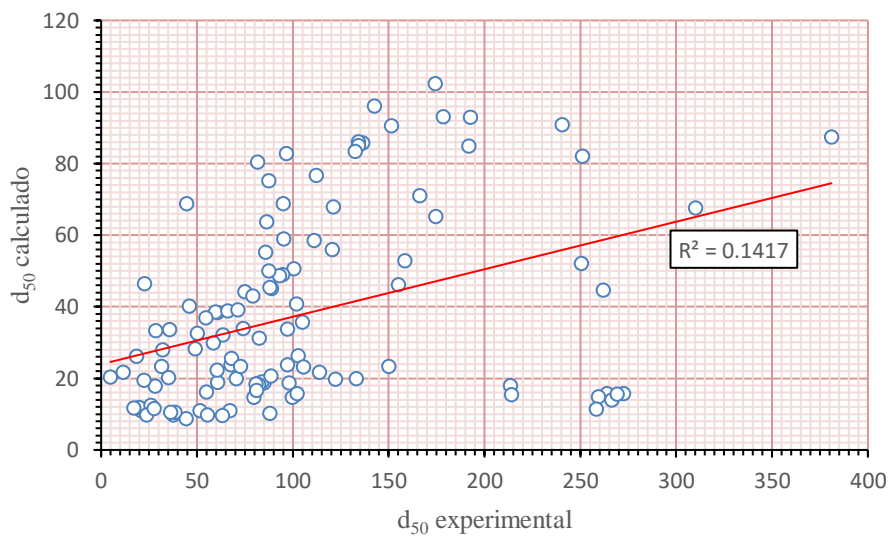
Tomando la ecuación (36), las condiciones de operación y geométricas para cada prueba experimental se obtienen 145 valores de d_{50} , que se comparan con los experimentales; para así a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

$$d_{50} = 4,75D_c^{0,47} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{2,16} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,65} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-1,40} \left(\frac{L_{co}}{D_c}\right)^{-0,45} \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}\right)^{\frac{-0,92}{P_p}} (C_v)^{0,58} v_i^{-0,68} d_{50f}^{0,22}$$

Reemplazando en la ecuación (97) se obtiene un valor de $R^2 = 0,142$. Gráficamente el valor de d_{50} calculado y experimental se observa en la figura 19.

Figura 19.

d_{50} calculado vs experimental – Ji model



3.6.3.2.2. Ecuación de recuperación de agua de alimentación

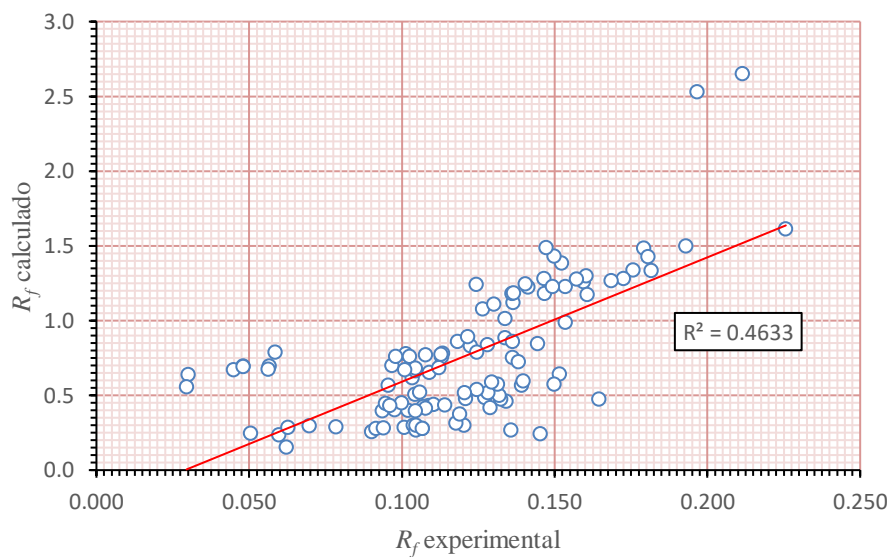
Tomando la ecuación (37), las condiciones de operación y geométricas para cada prueba experimental se obtienen 145 valores de R_f , que se comparan con los experimentales; para así a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

$$R_f = 0,75D_c^{-1,07} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-1,43} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{2,68} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-3,71} \left(\frac{L_{co}}{D_c}\right)^{0,68} \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}\right)^{p_p} (C_v)^{0,41} V_i^{-0,33} d_{50f}^{0,16}$$

Reemplazando en la ecuación (37) se obtiene un valor de $R^2 = 0,4633$. Gráficamente el valor de R_f calculado y experimental se observa en la figura 20.

Figura 20

R_f calculado vs experimental – Ji model



3.6.3.3. Modelo de Pang

3.6.3.3.1. Ecuación de flujo volumétrico

Tomando la ecuación (39), las condiciones de operación y geométricas para cada prueba experimental se obtienen 145 valores de Q , que se comparan con los experimentales; para así a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

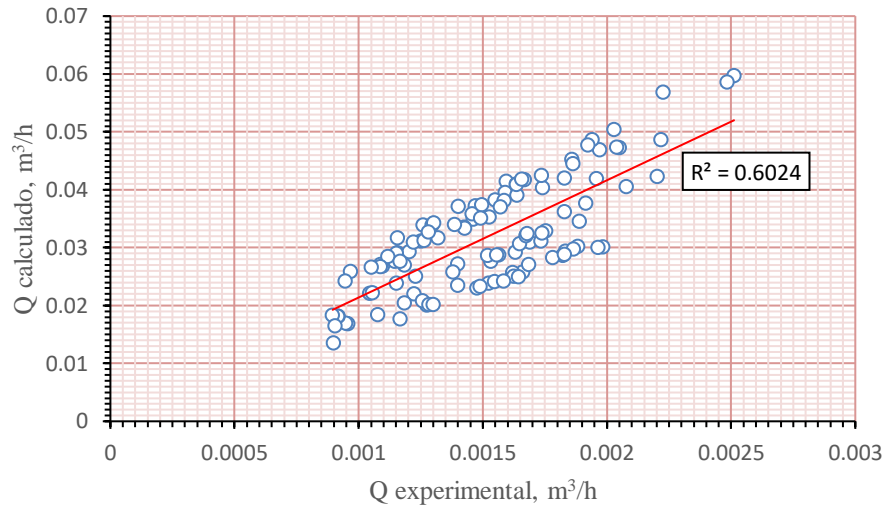
$$Q = 2,69D_c D_i \sqrt{\frac{P}{\rho_m \left[\left(1,5 \frac{D_c}{D_o}\right)^{1,28} - 1 \right]}}$$

Reemplazando en la ecuación (39) se obtiene un valor de $R^2 = 0,6024$.

Gráficamente el valor de Q calculado y experimental se observa en la figura 21.

Figura 21

Q calculado vs experimental – Pang model



3.6.3.3.2. Ecuación de tamaño de partícula

Tomando la ecuación (40), las condiciones de operación y geométricas para cada prueba experimental se obtienen 145 valores de d_{50a} , que se comparan con los experimentales; para así a partir de ellos calcular el coeficiente de determinación.

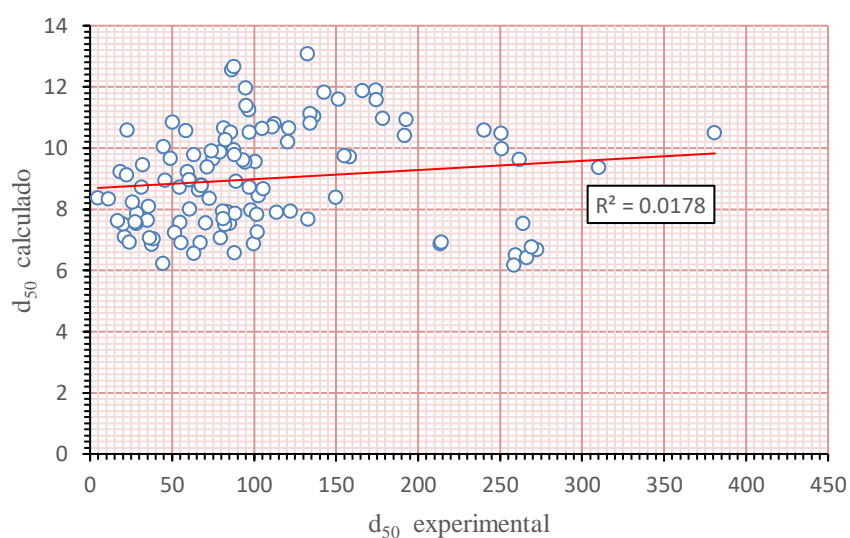
$$d_{50} = 448,5 \sqrt{\frac{D_c^{0,36} D_o^{0,64} D_i \rho_m^{0,5} \mu_m}{(\rho_s - \rho_m) \left[(L_c - L_o) + \frac{3D_c - 2D_o}{6 \tan \frac{\theta}{2}} \right] P^{0,5}}}$$

Reemplazando en la ecuación (40) se obtiene un valor de $R^2 = 0,0178$.

Gráficamente el valor de d_{50} calculado y experimental se observa en la figura 22.

Figura 22

d₅₀ calculado vs experimental – Pang model



3.6.3.3.3. Modelo de Zhao

Tomando los valores de las contantes calculadas de manera previa en 4.4.5 se calculan los valores de las variables y se comparan con los experimentales de manera, obteniéndose los valores de R^2 mostrados en la Tabla 15 y Figura 23 para cada una de las ecuaciones del modelo matemático de Zhao.

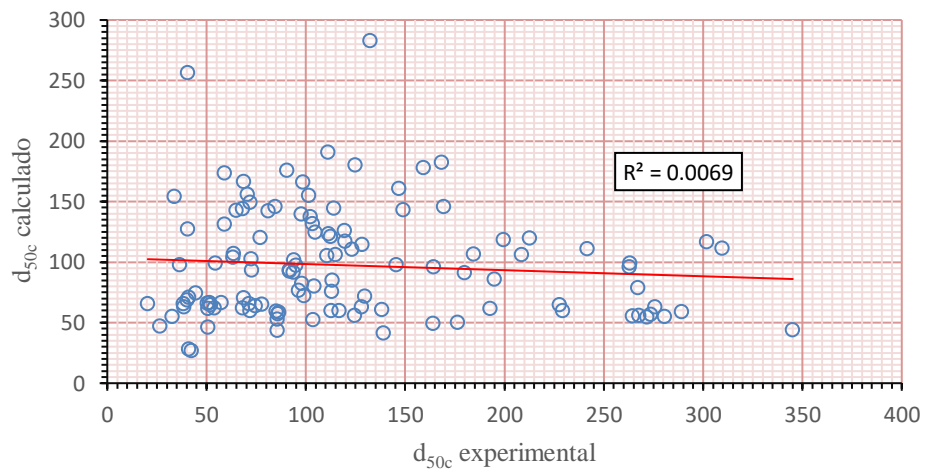
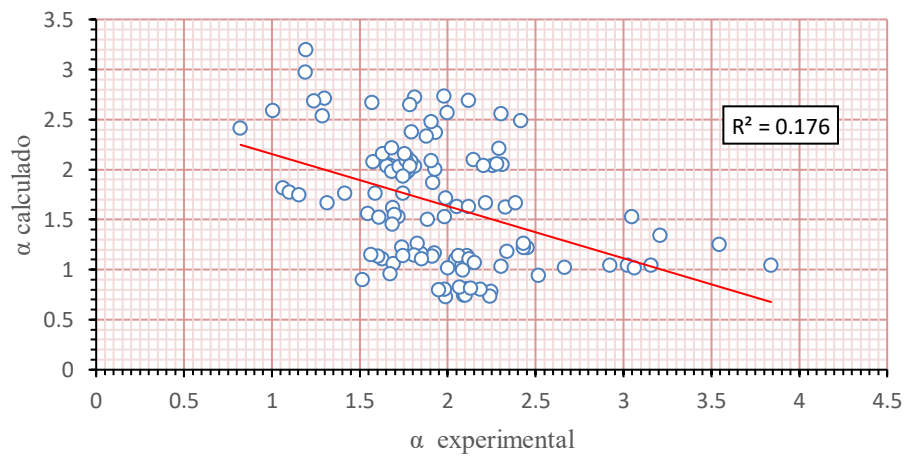
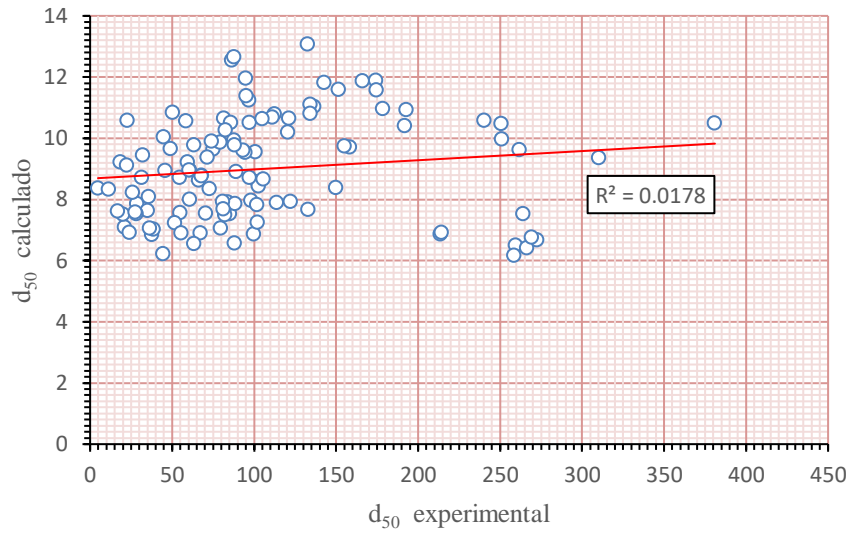
Tabla 15

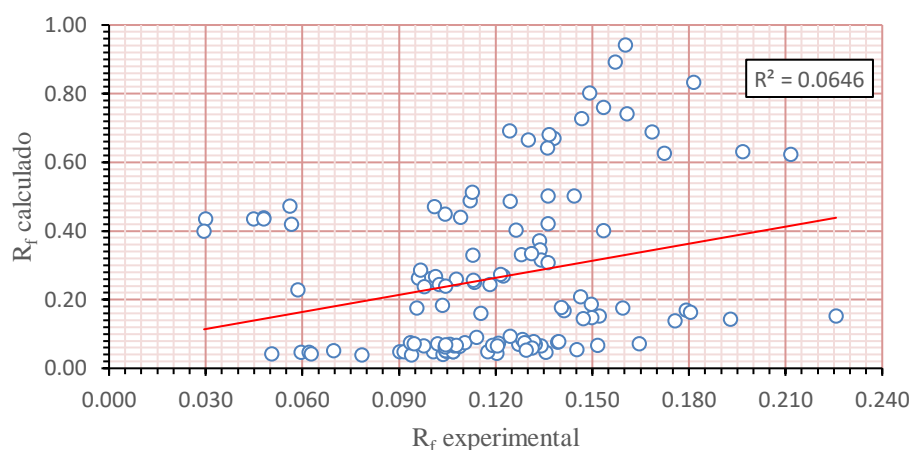
Coefficientes de determinación – Zhao model

Ecuación	R^2
Q	0,124
α	0,176
d ₅₀	0,0069
Rf	0,0646

Figura 23

Variables calculadas vs experimentales – Zhao model





3.6.4. Obtención del modelo matemático

Se ha calculado el coeficiente de determinación de los 05 conjuntos de modelos matemáticos analizados; los resultados se muestran en la Tabla 16.

Tabla 16

Coeficientes de determinación

Autor	Q	d_{50c}	d₅₀	α	R_v	R_f
Nageswar	0,63	0,39	-	-	0,55	0,56
arao	01	18	-	-	61	22
Narasimh	0,39	0,25	-	0,00	-	0,52
a	58	58	-	06	-	65
Ji	-	-	0,14	-	-	0,46
			17			33
Pang	0,60	-	0,01	-	-	-
	24		78			
Zhao	0,12	0,00	-	0,17	-	0,06
	4	69		6		46

De la revisión de los modelos matemáticos se verifica que en muchos de los casos coinciden los factores adimensionales y las variables; siendo solo los exponentes los que varían. En la Tabla 17 se muestra un consolidado de lo mencionado.

Tabla 17

Factores adimensionales y variables

Autor/Factores	D_c	D_i	$\sqrt{\frac{P}{\rho_p}}$	$\frac{D_o}{D_c}$	$\frac{D_u}{D_c}$	$\frac{D_i}{D_c}$	$\frac{L_c}{D_c}$	θ	$\frac{P}{\rho_p g D_c}$	λ	$\frac{(1-f_v)^2}{10^{1,82f_v}}$	Re	$\frac{1}{\tan(\theta)}$	$\cos\left(\frac{i}{2}\right)$	$\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_p}$	
Q	Nageswararao	-0,1	-	1	0,68	0	0,45	0,2	-0,1	-	-	-	-	-	-	
	Narasimha	2	-	1	1,099	0,037	0,45	0,30	-	-	-	-0,048	-	0,405	-0,092	-
	Pang	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	Zhao	-0,1	-	1	0,77	-	0,45	-0,16	-	-0,22	1,05	-	-	-	-	-
d_{50c}	Nageswararao	-0,65	-	-	0,52	-0,5	0,2	0,2	0,15	-	-	-	-	-	-	
	Narasimha	1	-	-	1,093	-1,0	-0,936	0,187	-	-	-	-0,703	-0,1988	-1,034	-0,217	-0,436
	Zhao	-0,65	-	-	0,80	-1,0	0,20	-0,13	-	-0,22	1,05	-	-	-	-	-
α	Narasimha	-	-	-	0,27	0,567	-	0,20	-	-	-	0,72	-	-	-	-
	Zhao	-	-	-	1,50	-0,84	-0,30	0,18	-	-	-	-	-	-	-	-
R_f	Nageswararao	-	-	0	-1,19	2,40	0,50	0,22	-0,24	-0,53	0,27	-	-	-	-	
	Narasimha	-	-	-	-1,068	2,206	-	2,424	-	-	-	-0,884	-	1,793	0,523	-
	Ji	-1,07	-	-	-1,43	2,68	-3,71	-	-	-	-	-	-	-	-0,49	-
	Zhao	0	-	-	-3,40	2,11	0,29	0,23	-	-0,24	0,43	-	-	-	-	-

Autor/Factores	$\frac{u_s^2}{R_{\max}}$	$\cos\left(\frac{i}{180}\right)$	$\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_s}$	$\frac{\mu_m}{\mu_w}$	$\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}$	$\frac{L_{co}}{D_c}$	C_v	V_i	d_{50f}	$\sqrt{\frac{P}{\rho_m \left[\left(1,5 \frac{D_c}{D_o}\right)^{1,28} - 1 \right]}}$	$\frac{d_{50f}}{D_c}$	σ_J
Q												
Nageswararao	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Narasimha	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Pang	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-
Zhao	-	-	-	-	-0,61	-	-	-	-	-	-0,43	1
d_{50c}												
Nageswararao	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Narasimha	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Zhao	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,43	1
α												
Narasimha	0,016	0,868	1,837	0,127	0,182	-	-	-	-	-	-	-
Zhao	-	-	-	-	-0,24	-	-	-	-	-	0,18	-0,86
R_f												
Nageswararao	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Narasimha	-0,205	-	-	-0,712	0,829	-	-	-	-	-	-	-
Ji	-	-	-	-	-	0,68	0,41	-0,33	0,16	-	-	-
Zhao	-	-	-	-	-0,52	-	-	-	-	-	0,45	-0,37

Para la obtención de los nuevos modelos matemáticos se ha tenido como criterio considerar todas las variables y factores adimensionales considerados por los autores para cada ecuación; siendo los exponentes la incógnita a determinar. Se hizo uso de la herramienta solver de Microsoft Excel; esta herramienta varía de manera aleatoria los exponentes hasta la convergencia; el criterio de convergencia es que el error sea el mínimo (comparación entre los valores calculados y experimentales).

Como resultado se han obtenido las siguientes expresiones matemáticas:

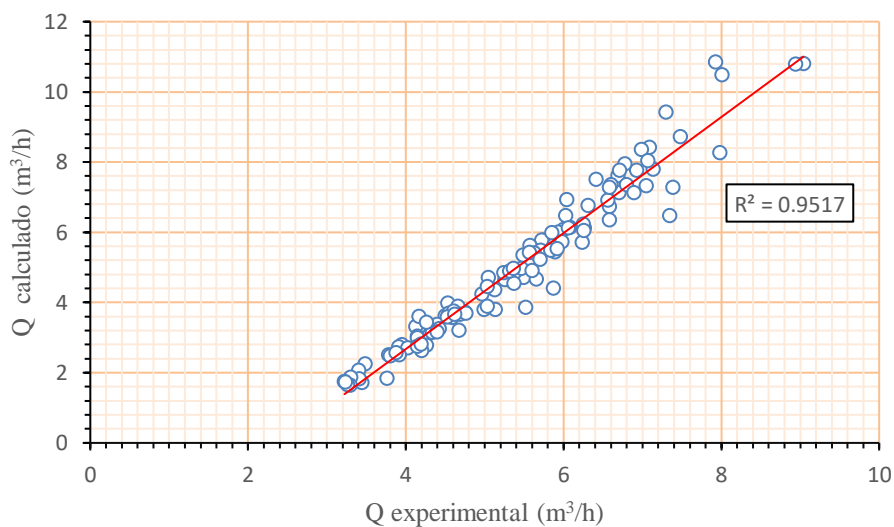
Ecuación de flujo volumétrico:

Para la ecuación de flujo volumétrico se tiene la expresión (98) con un $R^2 = 0,9517$. La comparación entre los valores calculado vs experimental se observa en la Figura 24.

$$\frac{Q}{D_c^2 \sqrt{P/\rho_P}} = 1,253 (D_c^{2,697}) \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,075} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,828} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,112} \left(\frac{V_h}{V_t}\right)^{0,227} \left(\frac{1}{\tan(\theta/2)}\right)^{0,001} \sigma_j^{0,602} \tag{94}$$

Figura 24

Q calculado vs experimental



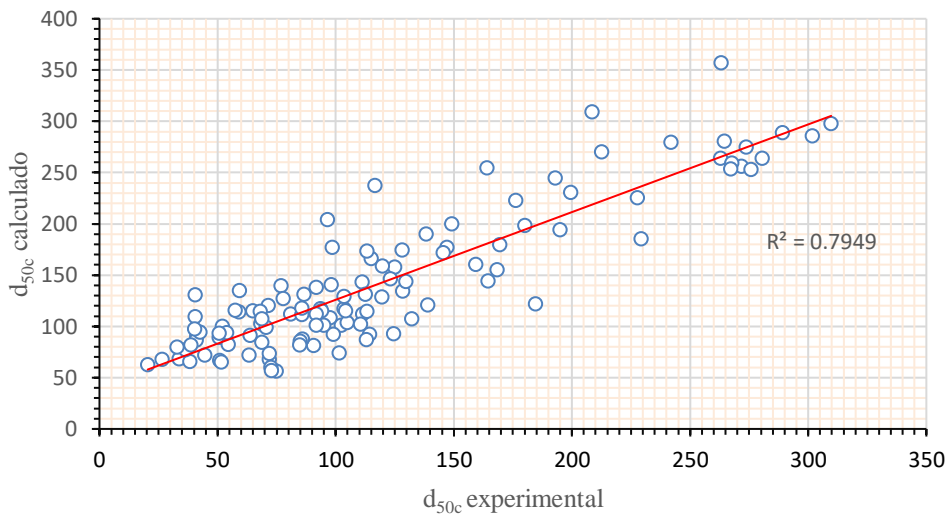
Ecuación de tamaño de corte:

Para la ecuación de tamaño de corte se tiene la expresión (99) con un $R^2= 0,7949$, La comparación entre los valores calculado vs experimental se observa en la Figura 25.

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = 379,43 \left[\left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{0,41} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{-2,114} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{0,067} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{-0,024} \left(\frac{V_h}{V_t} \right)^{-5,68} (Re)^{-0,58} \left(\frac{1}{\tan(\theta/2)} \right)^{-0,03} \right. \\ \left. \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right) \right)^{0,037} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_s} \right)^{0,081} \left(\frac{u_s^2}{gR_{max}} \right)^{0,355} \left(\frac{\mu_m}{\mu_w} \right)^{-9,536} \left(\frac{d_{50f}}{D_c} \right)^{0,497} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c} \right)^{0,47} \sigma_j^{-0,098} \right] \quad (95)$$

Figura 25

d_{50c} calculado vs experimental



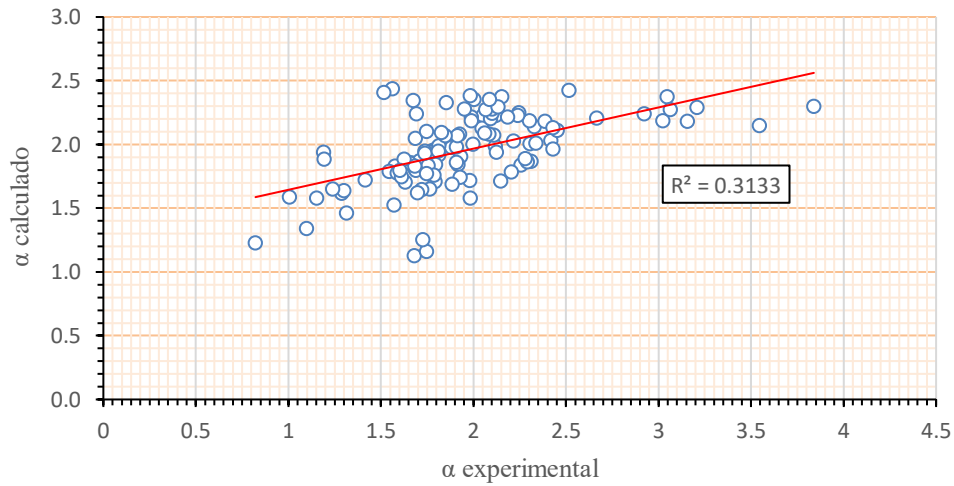
Ecuación de separación de partículas:

Para la ecuación de separación de partículas se tiene la expresión (100) con un $R^2= 0,3133$, La comparación entre los valores calculado vs experimental se observa en la Figura 26.

$$\alpha = 0,497 \left[\frac{\left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{0,046} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right) \right)^{0,033} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_s} \right)^{0,06} \left(\frac{d_{50f}}{D_c} \right)^{0,028} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c} \right)^{0,020}}{\left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{0,257} \left(\frac{\theta}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^{0,018} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{0,087} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,021} \left(\frac{V_h}{V_t} \right)^{18,519} \left(\frac{\mu_m}{\mu_w} \right)^{38,744} \left(\frac{u_s^2}{gR_{max}} \right)^{0,091} \sigma_j^{0,122}} \right] \quad (96)$$

Figura 26

α calculado vs experimental



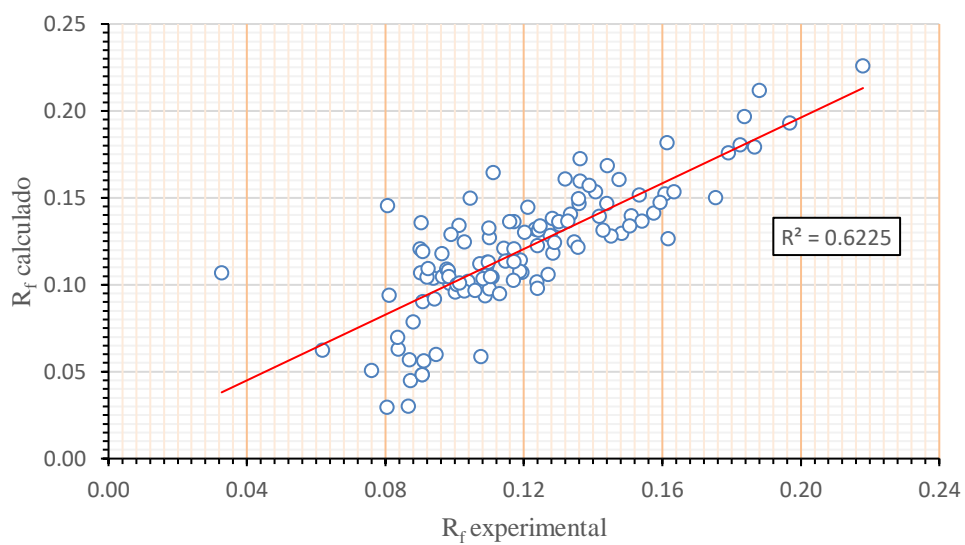
Ecuación de recuperación de agua de alimentación:

Para la ecuación de recuperación de agua de alimentación se tiene la expresión (101) con un $R^2 = 0,6225$. La comparación entre los valores calculado vs experimental se observa en la Figura 27.

$$R_f = 0,32 \left[\frac{\left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{1,36} Re^{0,02} \left(\frac{\theta}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{0,022} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right)\right)^{0,014} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{0,137} \sigma_j^{0,233}}{\left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,309} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,031} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,005} \left(\frac{V_h}{V_t}\right)^{0,971} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_s}\right)^{2,114} \left(\frac{u_s^2}{g R_{max}}\right)^{0,409} \left(\frac{\mu_m}{\mu_w}\right)^{2,455} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{0,129}} \right] \quad (97)$$

Figura 27

R_f calculado vs experimental



CAPÍTULO IV

RESULTADOS

4.1. Descripción de las pruebas experimentales

El esquema de trabajo experimental de investigación fue realizado por Adrian A. Vasquez en su Tesis para obtener el grado académico de Master of Science in Metallurgical Engineering se mostró en la Figura 8. La organización del trabajo experimental realizado por este investigador se ejecutó en dos fases:

1. Experimentos de clasificación
2. Análisis de muestras

Experimentos de clasificación:

- Los diámetros de las boquillas (overflow y underflow) fueron fijados antes de cada serie de experimentos,
- La pulpa de alimentación (agua y cuarzo) fue preparada en un tanque de sumidero con la densidad de pulpa deseada,
- La pulpa de alimentación fue agitada y recirculada durante la preparación.
- Después de la preparación de la pulpa de alimentación, esta fue bombeada al hidrociclón.
- La presión de alimentación (y por lo tanto la velocidad volumétrica del flujo) fue regulada mediante una válvula de pinza antes de cada muestreo.
- Se colocó un agitador de alta velocidad en el tanque para mantener una concentración homogénea,
- Las muestras de las corrientes del overflow y del underflow fueron tomadas simultáneamente en cubos tarados, en intervalos de tiempo.
- Los pesos de ambas muestras fueron registrados.

Análisis de muestras:

Se realizó el análisis granulométrico para cada una de las muestras correspondiente a cada una de las pruebas experimentales (145).

- Después de registrar los pesos de las muestras, estas fueron filtradas con un filtro a presión y secadas usando lámparas infrarrojas.
- A continuación, se pesó cada muestra seca.
- Cada muestra seca se colocó en un Ro-Tap con tamices Tyler estándar (mallas 48, 65, 100, 150, 200 y 270).
- Los tamices que contenían la muestra seca se sacudieron durante 30 minutos en un Ro- tap (agitador de tamices).
- Los sólidos retenidos en cada tamiz se pesaron y se registraron.

Los datos de entrada importantes fueron:

- Peso en kg de las muestras de overflow y underflow.
- Tiempo de muestreo en segundos.
- Peso en kg de los sólidos secos de las muestras de overflow y underflow.
- Análisis granulométrico: peso retenido de las muestras y tamaño de tamiz.

Como resultado del análisis, y mediante el uso del método gráfico el autor obtuvo cuatro ecuaciones que describen el rendimiento de clasificación del hidrociclón; los cuales se muestran en las ecuaciones (15), (16), (17) y (18).

4.2. Presentación y análisis de los resultados

4.2.1. Variables que gobiernan la operación de clasificación

La operación de clasificación en hidrociclones está gobernada por un conjunto de variables que afectan el comportamiento del flujo y la separación de partículas, Estas variables determinan la eficiencia de separación, el tamaño de corte (d_{50}), el caudal y otras características operativas clave, Las variables que gobiernan la operación de clasificación en hidrociclones:

1. **Presión de alimentación (P):** La presión de entrada es una variable fundamental que influye en la fuerza centrífuga aplicada sobre las partículas. Una mayor presión tiende

a incrementar la velocidad del flujo y, por ende, puede afectar la eficiencia de separación y el tamaño de corte, En la sección 4.2.2.1 se visualiza la relación entre el caudal de alimentación - presión, y la relación entre la presión y el tamaño de corte d_{50c} .

2. **Tamaño y distribución de partículas:** La distribución de tamaños de las partículas alimentadas influye directamente en la clasificación. En este caso la distribución granulométrica no es constante, pero corresponde a una misma muestra de mineral,
3. **Viscosidad del fluido:** La viscosidad afecta la resistencia al movimiento de las partículas dentro del hidrociclón. Un fluido más viscoso puede reducir la eficiencia de separación, especialmente para partículas pequeñas.
4. **Geometría del hidrociclón:**
 - o **Diámetro del cuerpo del hidrociclón (D_c):** Influye en el tamaño de corte y en la velocidad de flujo.
 - o **Diámetro de las boquillas de entrada (D_i) y de salida (D_o y D_u):** Afectan la velocidad de entrada y el flujo de salida, influyendo sobre la fuerza centrífuga y el comportamiento del flujo.
 - o **Relación de longitud:** La longitud del cuerpo principal del hidrociclón afecta el tiempo de residencia y, por ende, la eficiencia de clasificación.
5. **Caudal de alimentación (Q):** El caudal de entrada afecta la distribución de partículas y el patrón de flujo dentro del hidrociclón, Un caudal más alto puede mejorar la capacidad de procesamiento, pero puede reducir la precisión de separación.
6. **Concentración de sólidos en la suspensión:** Una concentración de sólidos más alta puede afectar la dinámica del flujo y la eficiencia de separación debido a fenómenos de interacción entre partículas y saturación del flujo.

4.2.2. Efecto de las variables de operación sobre la eficiencia de clasificación.

4.2.2.1. Efecto de la presión

De la información proveniente del Anexo 1. Resumen de las condiciones de operación de las pruebas experimentales, podemos notar la relación entre la velocidad volumétrica del flujo de la alimentación versus la presión en la entrada al equipo

manteniendo constante los diámetros de las boquillas del vórtex y ápex y el porcentaje de sólidos en la alimentación.

Tabla 18

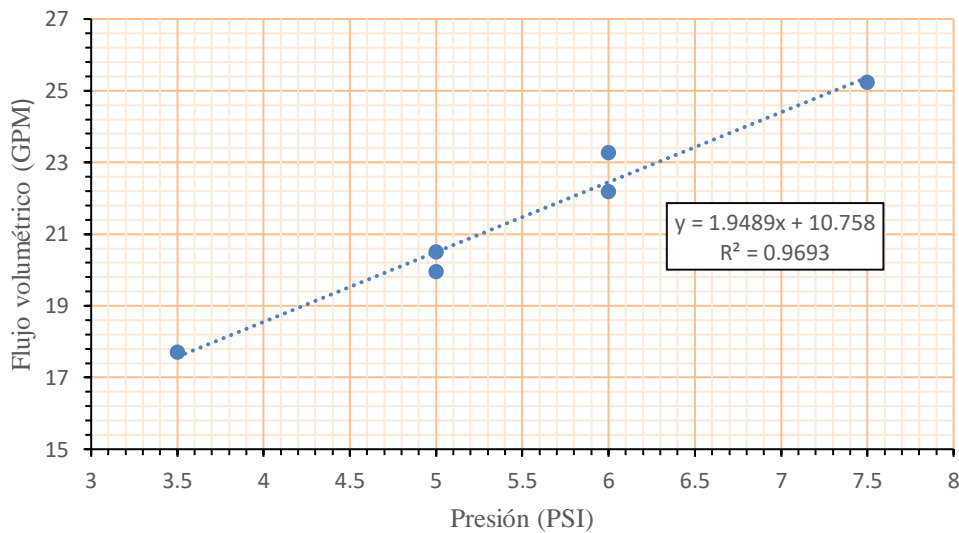
Pruebas experimentales con porcentaje de sólidos en la alimentación de 34%

Prueba	D _o (pulg)	D _u (pulg)	Presión (PSI)	F(GPM)	% Sólidos	% Agua
19	1,438	0,44	3,5	17,71	33,5	66,5
8	1,438	0,44	5	19,95	34,1	65,9
18	1,438	0,44	5	20,51	33,8	66,2
7	1,438	0,44	6	22,19	34,2	65,8
17	1,438	0,44	6	23,27	33,6	66,4
16	1,438	0,44	7,5	25,23	34,6	65,4

Nota. Elaboración propia a partir de resultados

Figura 28

Curva de capacidad



Observándose en la Tabla 18 y la figura 28, que la velocidad volumétrica del flujo se incrementa de forma directamente proporcional al incremento de la presión; para el conjunto de datos se tiene un $R^2 = 0,9693$ muy próximo a 1.

Para otro conjunto de pruebas experimentales manteniendo constante los mismos diámetros de ápex y vórtex, pero con un porcentaje de agua en la alimentación de 72%, se tiene en la Tabla 19 que la velocidad volumétrica del flujo en la entrada se incrementa de forma directamente proporcional al incremento de la presión.

Tabla 19

Pruebas experimentales con porcentaje de sólidos en la alimentación de 28%

Prueba	D _o		Presión		%	
	(pulg)	D _u (pulg)	(PSI)	F(GPM)	Sólidos	%Agua
2	1,438	0,44	3	17,37	28,4	71,6
11	1,438	0,44	3,5	18,25	28,1	71,9
10	1,438	0,44	4	19,80	27,4	72,6
22	1,438	0,44	7	25,90	28,3	71,7

Nota. Elaboración propia a partir de resultados

Ahora bien, la variación de la presión sobre la eficiencia de clasificación se observa en la Tabla 20 y en la Figura 29 de manera que cuanto mayor es la presión de operación menor es el valor de d_{50c} , mejorando la clasificación.

Tabla 20

Resultados del d_{50c} , para diferentes presiones de alimentación

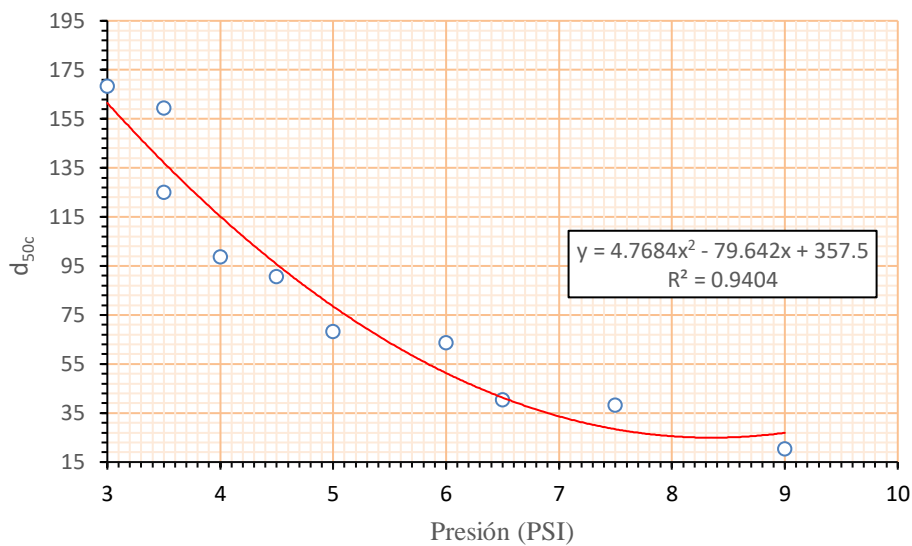
Prueba	VF (pulg)	S (pulg)	Presión (PSI)	d_{50c} (μm)
2	1,438	0,56	3	168,44
1	1,438	0,44	3,5	159,32
9	1,438	0,56	3,5	124,98
10	1,438	0,44	4	98,69
36	1,438	0,56	4,5	90,57
35	1,438	0,56	5	68,22
84	0,97	0,56	6	63,76

4	1,438	0,56	6,5	40,49
57	1,438	0,85	7,5	38,31
62	1,438	0,85	9	20,4

Nota. Elaboración propia a partir de resultados

Figura 29

*d*_{50c} vs Presión



Nota. Elaboración propia a partir de resultados

4.2.2.2. Efecto del diámetro de vórtex

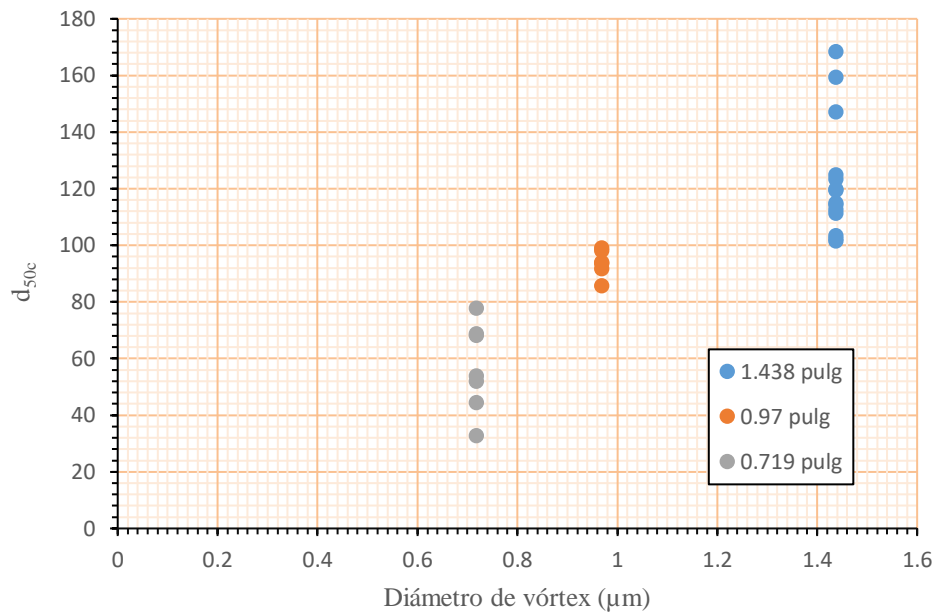
La variación del diámetro de vórtex en las pruebas experimentales ha dado como resultado una variación en la eficiencia de clasificación; al respecto se tiene que la eficiencia de separación es mayor con un vórtex de menor diámetro, tal como se observa en la Tabla 20. donde el valor de *d*_{50c} disminuye con el diámetro vórtex, por lo que se obtiene un menor valor con un diámetro de 0,719 pulg; esto manteniendo el % de sólidos casi constante.

Tabla 21*Relación diámetro de vórtex vs d_{50c}*

Prueba	VF (pulg)	S (pulg)	Presión (PSI)	% Sólidos	F(GPM)	d_{50c}
1	1,438	0,44	3,5	27,47	18,29	159,32
2	1,438	0,44	3	28,4	17,37	168,44
9	1,438	0,44	3,5	25,5	19,07	124,98
11	1,438	0,44	3,5	28,1	18,25	147,05
12	1,438	0,44	3	25,76	17,21	111,24
25	1,438	0,56	6,5	28,4	25,18	123,29
26	1,438	0,56	6	26,5	24,52	119,48
27	1,438	0,56	8,5	28,1	29,43	114,95
28	1,438	0,56	9	26,1	31,19	119,82
29	1,438	0,56	6	27,1	25,1	112,65
30	1,438	0,56	5	26,2	23,13	103,44
31	1,438	0,56	4	26,2	20	102,33
32	1,438	0,56	3	26,8	18,75	114,29
33	1,438	0,56	2	26,5	16,54	101,49
81	0,97	0,56	2,5	28	14,17	99,09
82	0,97	0,56	5,5	27,2	22,15	85,76
86	0,97	0,56	8	26,4	27,77	98,05
87	0,97	0,56	7	25	26,74	93,66
93	0,97	0,56	7,5	24,5	26,5	93,99
99	0,97	0,56	6	24,6	24,63	91,81
132	0,719	0,56	6,5	28,1	24,137	68,16
133	0,719	0,56	3,5	26	18,46	44,53
137	0,719	0,56	9	26,6	28,21	77,79
138	0,719	0,56	7	25	25,72	52,01
139	0,719	0,56	7	25,8	26,03	68,75
140	0,719	0,56	6,5	25,6	24,48	53,89
144	0,719	0,56	4,5	24,6	20,31	32,86

Figura 30

d_{50c} vs Diámetro de vórtex



4.2.2.3. Efecto del diámetro de ápex

De los resultados obtenidos respecto a la eficiencia de clasificación, se tiene que, variando el diámetro del ápex el valor de d_{50c} se ve modificado de modo tal que, si el diámetro de ápex incrementa la eficiencia de clasificación mejora, por ende, el d_{50c} disminuye.

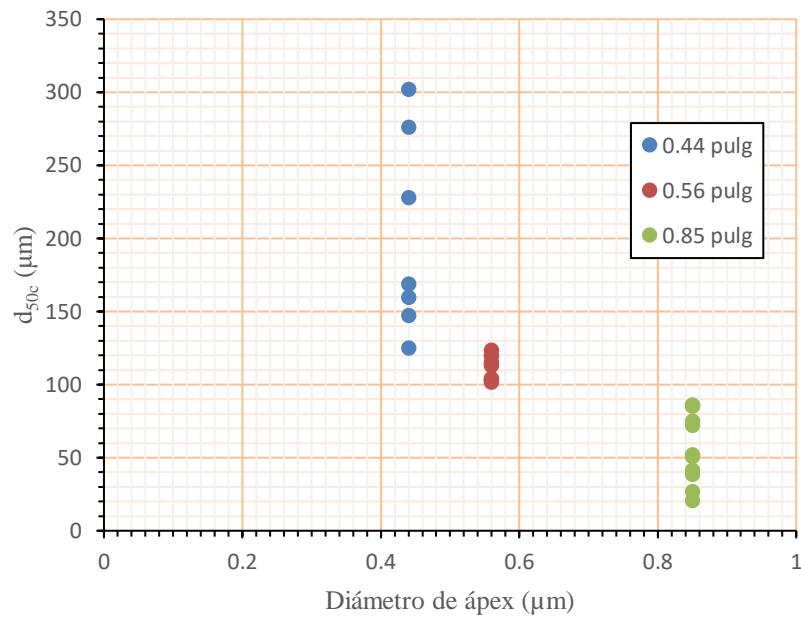
Así en la siguiente Tabla 21. se observan los resultados del d_{50c} , para diferentes diámetros de ápex, específicamente para tres conjuntos de pruebas experimentales cuyo vórtex es constante.

Tabla 22*Resultados del d_{50c} , para diferentes diámetros de ápex*

Prueba	VF (pulg)	S (pulg)	Presión (PSI)	% Sólidos	F(GPM)	d_{50c}
1	1,438	0,44	3,5	27,47	18,29	159,32
2	1,438	0,44	3	28,4	17,37	168,44
9	1,438	0,44	3,5	25,5	19,07	124,98
11	1,438	0,44	3,5	28,1	18,25	147,05
22	1,438	0,44	7	28,3	25,9	111,24
124	0,719	0,44	10	27,2	29,52	123,29
128	0,719	0,44	7,5	27,4	25,66	119,48
25	1,438	0,56	6,5	28,4	25,18	114,95
26	1,438	0,56	6	26,5	24,52	119,82
27	1,438	0,56	8,5	28,1	29,43	112,65
28	1,438	0,56	9	26,1	31,19	103,44
29	1,438	0,56	6	27,1	25,1	102,33
30	1,438	0,56	5	26,2	23,13	114,29
31	1,438	0,56	4	26,2	20	101,49
32	1,438	0,56	3	26,8	18,75	99,09
33	1,438	0,56	2	26,5	16,54	85,76
89	0,97	0,56	7	27,2	26,1	98,05
142	0,719	0,56	9,5	28,2	28,94	93,66
54	1,438	0,85	10	30,4	35,11	93,99
55	1,438	0,85	10	30,2	30,72	91,81
56	1,438	0,85	7	29	25,88	68,16
57	1,438	0,85	7,5	28,4	27,49	44,53
62	1,438	0,85	9	23,9	32,47	77,79
63	1,438	0,85	5	33,3	21,96	52,01
64	1,438	0,85	7,5	32,2	26,24	68,75
65	1,438	0,85	9,5	28,7	30,45	53,89
67	1,438	0,85	14,5	25,4	39,76	32,86
68	1,438	0,85	14	25,7	39,33	159,32
69	1,438	0,85	9	23,6	32,3	168,44
107	0,97	0,85	12,5	30,7	32,89	124,98
109	0,97	0,85	11	32,6	30,32	147,05

Figura 31

d_{50c} vs Diámetro de ápex



4.2.2.4. Efecto del porcentaje de sólidos en la alimentación

Existe una relación entre el caudal de alimentación y el porcentaje de sólidos de alimentación a través del porcentaje de agua en la alimentación, de manera tal que la capacidad volumétrica aumenta con el incremento del porcentaje de agua en la alimentación.

En la Tabla 22 se observa para un grupo de pruebas experimentales de presión constante que el flujo volumétrico o capacidad volumétrica se incrementa con el porcentaje de agua de manera directamente proporcional.

Tabla 23

Relación entre la capacidad volumétrica y el porcentaje de agua en la alimentación

Prueba	Presión	F(GPM)	% Sólidos	%agua
2	3	17,37	28,4	71,6
3	3	18,14	20,8	79,2
12	3	17,21	25,76	74,24
14	3	21,58	5,8	94,2
20	3	17,23	30	70
1	3,5	18,29	27,47	72,53
9	3,5	19,07	25,5	74,5
11	3,5	18,25	28,1	71,9
15	3,5	20,95	15,4	84,6
19	3,5	17,71	33,5	66,5
6	4	25,37	8,9	91,1
10	4	19,8	27,4	72,6
13	4	20,9	22,1	77,9
21	4	19,33	28,6	71,4
8	5	19,95	34,1	65,9
18	5	20,51	33,8	66,2
24	5	20,63	31,4	68,6
7	6	22,19	34,2	65,8
17	6	23,27	33,6	66,4

La velocidad volumétrica de flujo ejerce influencia sobre la eficiencia de clasificación, por lo tanto, al estar relacionada esta variable con el porcentaje de sólidos, esta última también tendrá influencia sobre la clasificación.

En la Tabla 23 y Figura 30 se muestra un conjunto de pruebas experimentales donde se varía el porcentaje de sólidos, así a medida que disminuye el porcentaje de sólidos el valor del d50c disminuye mejorando la eficiencia de clasificación. Así en la prueba 4, con un porcentaje de sólidos del 12% el d50c es de 40,49 μm , indicando una clasificación más eficiente respecto al resto de pruebas experimentales.

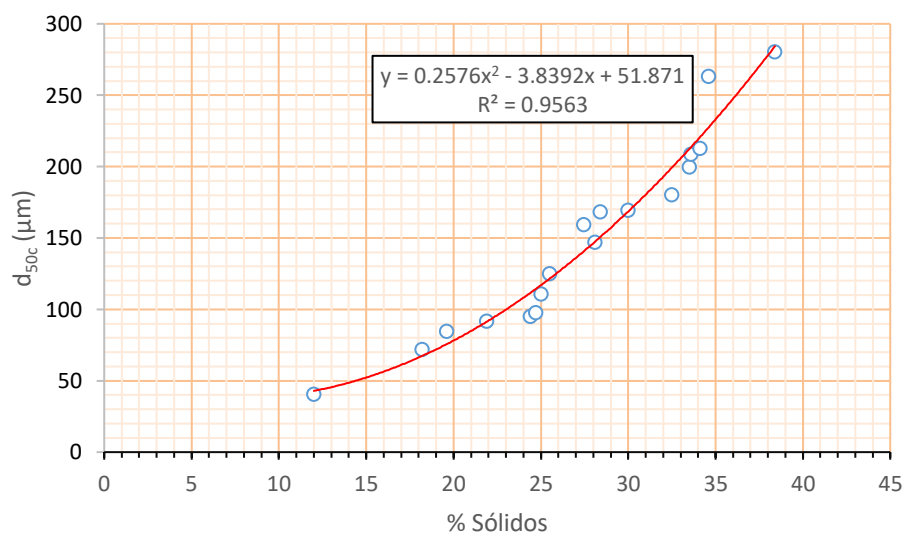
Tabla 24

Resultados del d_{50c} , para diferentes porcentajes de sólidos

Prueba	VF (pulg)	S (pulg)	Presión (PSI)	% Sólidos	F(GPM)	d_{50c}
4	1,438	0,44	6,5	12	31	40,49
78	0,97	0,44	2	18,2	15	72,00
77	0,97	0,44	2	19,6	15,14	84,71
100	0,97	0,56	8,5	21,9	29,89	91,81
88	0,97	0,56	6	24,4	24,76	95,06
53	1,438	0,56	5	24,7	23,61	97,78
91	0,97	0,56	6	25	24,04	110,61
9	1,438	0,44	3,5	25,5	19,07	124,98
11	1,438	0,44	3,5	28,1	18,25	147,05
1	1,438	0,44	3,5	27,47	18,29	159,32
2	1,438	0,44	3	28,4	17,37	168,44
20	1,438	0,44	3	30	17,23	169,39
45	1,438	0,56	7,5	32,5	26,39	180,07
19	1,438	0,44	3,5	33,5	17,71	199,59
17	1,438	0,44	6	33,6	23,27	208,57
8	1,438	0,44	5	34,1	19,95	212,66
16	1,438	0,44	7,5	34,6	25,23	263,25
72	0,97	0,44	4	38,4	16,72	280,55

Figura 32

%Sólidos en la alimentación vs d_{50c}



4.2.3. Expresión matemática para la mejora de la eficiencia de clasificación

Los minerales comúnmente asociados al cuarzo en depósitos geológicos y vetas con valor económico que hacen necesaria su recuperación son:

- Oro (Au): El cuarzo es un mineral común en vetas auríferas, donde el oro puede encontrarse incrustado o en forma de pequeños filones dentro de vetas de cuarzo.
- Plata (Ag): El cuarzo a menudo se encuentra junto con minerales de plata en vetas hidrotermales.
- Pirita (FeS_2): Frecuentemente asociada con cuarzo en yacimientos minerales, especialmente en depósitos de oro.
- Galena (PbS): Puede encontrarse junto al cuarzo en depósitos de sulfuros.
- Calcopirita (CuFeS_2): Asociada al cuarzo en vetas de minerales de cobre.
- Fluorita (CaF_2): A menudo hallada con cuarzo en depósitos hidrotermales.
- Casiterita (SnO_2): Puede estar presente con cuarzo en depósitos de estaño.

Para el proceso de concentración es necesario saber el tamaño de partícula que asegure que el mineral valioso se encuentre lo suficientemente expuesto para procesos como la flotación y la lixiviación, La separación de partículas por tamaño mediante hidrociclones permite obtener el tamaño de partícula esperado; así para los minerales mencionados se tienen los siguientes tamaños de partícula que exponen una cara del mineral:

- Oro (Au): El tamaño de partícula se encuentra en -200 mallas (150-75 micrones) para lograr una liberación efectiva en procesos de flotación o lixiviación.
- Plata (Ag): Al igual que el oro, se suele reducir el tamaño de la plata en - 200, mallas (150-75 micrones) para permitir su recuperación mediante flotación o lixiviación.
- Calcopirita (CuFeS_2): El tamaño típico requerido es de -200 mallas (75 micrones) para lograr una liberación adecuada de la calcopirita.
- Galena (PbS): Generalmente, el tamaño es de -200 mallas (150-75 micrones) para su recuperación mediante flotación,
- Pirita (FeS_2): Dependiendo de si se busca su recuperación como subproducto, el tamaño de partícula para la pirita es de alrededor de -150 a -200 mallas (100-75 micrones),
- Casiterita (SnO_2): El tamaño de partícula puede ser más grueso en procesos de concentración gravimétrica, generalmente en un rango de 100 a 500 micrones, dependiendo del tipo de equipo usado,

- Fluorita (CaF_2): El tamaño de partícula suele ser de -100 a -200 mallas (150-75 micrones) para su recuperación por flotación,
- Esfalerita (ZnS): El tamaño de partícula requerido para la flotación de la esfalerita está en un rango de -100 a -200 mallas (150-75 micrones),

En este contexto el tamaño de partícula debe ser inferior a $150 \mu\text{m}$ (-200 mallas), por lo que se dividen las partículas en dos grupos las que son de un tamaño superior a $150 \mu\text{m}$ y las que tienen un tamaño inferior, teniendo esa consideración es factible calcular una expresión única para la eficiencia de clasificación.

Para tal fin, se determinó que las variables de operación y fenomenológicas citadas (D_o/D_c , D_u/D_c , Re , f_v , ρ_p , ρ_s , F , Q , μ_m/μ_w , V_h/V_t) son variables cuantitativas continuas, realizándose las pruebas de normalidad con un nivel de significancia de 0,05 con la prueba de Kolmogorov Smirnov, evaluándose así los supuestos de normalidad.

Posteriormente se realizó un análisis correlacional mediante la prueba de rho de Spearman, para evaluar las variables que estaban relacionadas con la eficiencia del hidrociclón con un nivel de significancia de $p < 0,05$. Las variables se muestran en la Tabla 24.

Para la obtención del modelo matemático por regresión lineal múltiple se usó la matriz de correlaciones y para el ingreso de las variables se consideró el criterio de inclusión $p < 0,05$, además se evaluó la multicolinealidad con la métrica factor de inflación de varianza (VIF) decidiendo ingresar al modelo las variables con $VIF < 10$; las variables consideradas en el modelo matemático final se muestran en la Tabla 25. El criterio considerado precisa la contribución de cada variable estudiada sobre la eficiencia del hidrociclón.

El resultado de ANOVA (Tabla 26) presenta un valor de $p < 0,01$ y un valor F de Fisher $F = 109,58$. El valor de p es de $< 0,05$, lo que indica que modelo obtenido es aplicable, además este modelo tiene un valor de $R^2 = 0,87$ (Tabla 27) subrayando la confiabilidad del modelo.

Tabla 25*Análisis de correlación de las variables*

Variable	Coefficiente de correlación	Sig, (bilateral)	Variable	Coefficiente de correlación	Sig, (bilateral)	Variable	Coefficiente de correlación	Sig, (bilateral)
Presión	-,263**	0,001	F _s (U)	,517**	0,000	V _h /V _t	,476**	0,000
%Sol (A)	-,478**	0,000	W(U)	,614**	0,000	um	-,476**	0,000
%Agua(A)	,477**	0,000	D50c	-,604**	0,000	p _s - p _p /p _p	,487**	0,000
F	-,207*	0,013	A	-,599**	0,000	p _s -p _p /p _s	,487**	0,000
F _s (A)	-,445**	0,000	D _u /D _c	,648**	0,000	P/p _p	-,227**	0,006
F _s (O)	-,903**	0,000	ρ _p	-,487**	0,000	um/uw	-,476**	0,000
W (O)	-,194*	0,020	f _v	-,476**	0,000			

** , La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

* , La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Tabla 26*Análisis de regresión de las variables*

Modelo	Coeficientes ^a									
	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados		t	Sig.	95.0% intervalo de confianza para B		Estadísticas de colinealidad	
	B	Desv. Error	Beta				Límite inferior	Límite superior	Tolerancia	VIF
1 (Constante)	63.699	5.580			11.416	.000	52.663	74.734		
Presión	.470	.498	.063		.943	.347	-.516	1.456	.202	4.942
Solidos t/h A	-32.657	2.605	-.860		-12.536	.000	-37.809	-27.505	.194	5.160
Solidos t/h - U	31.930	3.932	.656		8.121	.000	24.154	39.706	.140	7.145
Agua t/h - U	7.684	6.296	.096		1.221	.224	-4.767	20.135	.146	6.826
D50c	-.004	.014	-.012		-.275	.784	-.031	.024	.520	1.924
Alfa	-.631	.817	-.034		-.772	.441	-2.246	.984	.479	2.086
Du/Dc	103.858	36.946	.172		2.811	.006	30.791	176.925	.243	4.112

a. Variable dependiente: Efic

Tabla 27
ANOVA^a

Modelo	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	56930.523	7	8132.932	137.267	0.000 ^b
Residuo	7998.633	135	59.249		
Total	64929.156	142			

Tabla 28

Resumen del análisis de Regresión - Resumen del modelo^b

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado ajustado	Error estándar de la estimación
1	.936 ^a	.877	.870	7.697

a. Predictores: (Constante), Du/Dc, Presión, D50c , Alfa , Agua t/h - U, Solidos t/h A, Solidos t/h - U

b. Variable dependiente: Efic

Finalmente, el modelo matemático obtenido es:

$$\text{Eficiencia} = 63,699 - 32,657 F_s + 31,930 UF_s + 0,47 P + 7,684 WUF - 0,04 d_{50c} - 0,631 \alpha + 103,858 \frac{D_u}{D_c} \quad (98)$$

4.2.4. Expresión matemática que mejore el modelamiento de la operación de clasificación de menas de cuarzo con hidrociclones

Se han obtenido 04 modelos matemáticos que describen el comportamiento del hidrociclón:

1. Ecuación de flujo volumétrico (98):

$$\frac{Q}{D_c^2 \sqrt{P/\rho_P}} = 1.253 (D_c^{2,697}) \left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{0,075} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{0,828} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,112} \left(\frac{V_h}{V_t} \right)^{0,227} \left(\frac{1}{\tan(\theta/2)} \right)^{0,001} \sigma_j^{0,602}$$

Las expresiones en el modelo son justificables, como se detalla:

- **Relaciones de diámetros (D_o/D_c , D_i/D_c):** Los diámetros de entrada, salida y cuerpo del hidrociclón afectan el patrón de flujo y, por ende, el caudal. Una relación mayor de diámetros puede influir en la velocidad de salida, en la distribución del flujo y en la eficiencia de clasificación.
- **Relación de longitud (L_c/D_c):** La longitud del hidrociclón respecto al diámetro puede tener un impacto significativo en el tiempo de residencia de las partículas y, por ende, en el caudal y la eficiencia de separación. Una longitud mayor suele ofrecer una mayor distancia para la separación, pero puede modificar la dinámica del flujo y la presión interna.
- **Presión (P):** Una mayor presión genera un flujo más rápido, lo que se traduce en un mayor caudal.
- **Densidad (ρ_p):** La densidad también es relevante porque afecta la fuerza centrífuga y, por ende, el comportamiento del flujo y la separación.
- **Relación de velocidades (V_h/V_t):** Si este término está relacionado con la velocidad del flujo en el vórtice, influye directamente en la velocidad de salida del fluido, La relación de velocidad entre las componentes radiales y axiales afecta cómo se distribuye el flujo en el hidrociclón.

2. Ecuación de tamaño de corte (99):

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = 379,43 \left[\left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{0,41} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{-2,114} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{0,067} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{-0,024} \left(\frac{V_h}{V_t} \right)^{-5,68} (\text{Re})^{-0,58} \left(\frac{1}{\tan(\theta/2)} \right)^{-0,03} \right. \\ \left. \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right) \right)^{0,037} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_s} \right)^{0,081} \left(\frac{u_s^2}{gR_{\max}} \right)^{0,355} \left(\frac{\mu_m}{\mu_w} \right)^{-9,536} \left(\frac{d_{50f}}{D_c} \right)^{0,497} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c} \right)^{0,47} \sigma_j^{-0,098} \right]$$

Las expresiones en el modelo son justificables, como se detalla:

- **Parámetros geométricos (D_o/D_c , D_i/D_c , D_u/D_c , L_c/D_c):** Estas proporciones geométricas son importantes porque afectan la dinámica del flujo, la generación del vórtice y el patrón de distribución de las partículas dentro del hidrociclón. La relación de diámetros y la longitud relativa influyen directamente en la capacidad del hidrociclón de separar partículas más finas o

gruesas.

- Velocidades y relaciones volumétricas (V_h/V_t): Estas relaciones determinan la cantidad de agua y sólidos que fluyen hacia diferentes partes del hidrociclón, lo que impacta la eficiencia de separación y el punto de corte d_{50c} , Un cambio en la distribución de flujo afecta cómo las partículas se separan en función de su tamaño y densidad.
- Número de Reynolds y términos relacionados con la dinámica de fluidos: Re y las propiedades relacionadas con la viscosidad, densidad y velocidad del fluido son claves para caracterizar el régimen de flujo dentro del hidrociclón (laminar o turbulento), lo que afecta la eficiencia de clasificación.
- Densidades y propiedades físicas del material: La diferencia de densidades entre el sólido y el fluido es un factor fundamental en la separación centrífuga, ya que determina qué partículas se separan más fácilmente bajo la acción de la fuerza centrífuga.
- Propiedades del fluido y términos de viscosidad: La viscosidad del fluido afecta la resistencia al movimiento de las partículas, modificando la eficiencia de separación y el tamaño de corte, Un fluido más viscoso puede llevar a una menor separación de partículas finas.
- La presión influye en el valor de d_{50c} en un hidrociclón de manera significativa debido a su efecto sobre la velocidad del fluido y la fuerza centrífuga que actúa dentro del equipo.

3. Ecuación de separación de partículas:

$$\alpha = 0.497 \left[\frac{\left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0.046} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right)\right)^{0.033} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_s}\right)^{0.06} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{0.028} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{0.020}}{\left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0.257} \left(\frac{\theta}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{0.018} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{0.087} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0.021} \left(\frac{V_h}{V_t}\right)^{18.519} \left(\frac{\mu_m}{\mu_w}\right)^{38.744} \left(\frac{V_t^2}{g R_{\max}}\right)^{0.091} \sigma_j^{0.122}} \right]$$

Las expresiones en el modelo son justificables, como se detalla:

- Proporciones geométricas y otros términos relacionados con ángulos y

diámetros): Los hidrociclones dependen fuertemente de su geometría para la separación de partículas. Las relaciones geométricas determinan el flujo de fluidos, la generación de vórtices y, en última instancia, la eficiencia de separación y el comportamiento del sistema, Estas proporciones controlan la fuerza centrífuga generada y cómo las partículas se distribuyen dentro del dispositivo.

- Diferencia de densidad entre partículas y fluido: Este término representa la fuerza impulsora detrás de la separación de partículas, En hidrociclones, las partículas más densas tienden a ser empujadas hacia las paredes exteriores, mientras que las partículas más ligeras se mantienen cerca del vórtice central. La diferencia de densidad es un factor clave para la separación efectiva.
- Viscosidad y propiedades del fluido: La viscosidad del fluido afecta la resistencia que experimentan las partículas al moverse dentro del hidrociclón, Un fluido más viscoso aumenta el arrastre y puede limitar la separación de partículas más finas. La relación de velocidades volumétricas determina la distribución de flujo y su impacto sobre el movimiento de partículas,
- Parámetros relacionados con la presión y fuerza centrífuga: Estos parámetros son críticos porque afectan la velocidad y el régimen de flujo dentro del hidrociclón. La fuerza centrífuga generada por la presión es una de las principales responsables de la separación de partículas, por lo que estos términos tienen un impacto directo en el comportamiento del sistema,

4. Recuperación de agua en el hidrociclón:

$$R_f = 0,32 \left[\frac{\left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{1,36} \text{Re}^{0,02} \left(\frac{\theta}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{0,022} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right)\right)^{0,014} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{0,137} \sigma_j^{0,233}}{\left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,309} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,031} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,005} \left(\frac{V_h}{V_t}\right)^{0,971} \left(\frac{\rho_s - \rho_p}{\rho_s}\right)^{2,114} \left(\frac{u_s^2}{g R_{\max}}\right)^{0,409} \left(\frac{\mu_m}{\mu_w}\right)^{2,455} \left(\frac{d_{50f}}{D_c}\right)^{0,129}} \right]$$

Las expresiones en el modelo son justificables, como se detalla:

- Geometría del hidrociclón: La geometría influye directamente en el flujo del

agua y cómo se distribuye entre el rebalse y la descarga inferior. Las proporciones geométricas pueden afectar la formación y el comportamiento del vórtice, que a su vez controla la cantidad de agua recuperada.

- Presión y flujo: La presión de entrada afecta la fuerza centrífuga generada, la velocidad tangencial del fluido y, por lo tanto, la separación del agua y sólidos. Un mayor caudal o presión puede alterar el balance entre la recuperación de agua y la recuperación de sólidos.
- Densidad y viscosidad del fluido: La diferencia de densidad entre el fluido y los sólidos influye en la distribución del flujo de agua, mientras que la viscosidad afecta el comportamiento de flujo del líquido. Esto impacta sobre la separación de las partículas y el agua dentro del hidrociclón.

4.3. Contrastación de hipótesis

El objetivo general de esta investigación ha sido mejorar el modelamiento de la operación de clasificación de menas de cuarzo con hidrociclones utilizando un enfoque basado en modelos semi-mecanísticos. Para alcanzar este objetivo inicialmente, se identificaron y caracterizaron las principales variables que afectan la operación de los hidrociclones, tales como los diámetros de las boquillas de salida (ápex y vórtex), la presión, la concentración de sólidos y el flujo volumétrico en la alimentación; se evaluó el efecto de cada una de estas variables en la eficiencia de clasificación. Cabe resaltar que para este estudio la eficiencia considera el efecto by-pass; es decir el efecto que hace que algunas partículas sean arrastradas al underflow por el agua y no sean clasificadas por el hidrociclón.

Posteriormente se obtuvo una expresión matemática para la eficiencia de clasificación tomando en consideración las variables geométricas y de operación y un conjunto de modelos para la simulación del proceso de clasificación ante diferentes condiciones de operación; los modelos obtenidos consideran las variables de los modelos de Nageswarao (1979); Narasimha (2014), Ji (2019), Pang (2011) y Zhao (2023).

La hipótesis de esta investigación planteaba que las variables operativas, al ser adecuadamente ajustadas, podrían mejorar la eficiencia de clasificación. Los

resultados confirmaron esta hipótesis al demostrar que las modificaciones en la presión, el diámetro de las boquillas y el caudal tienen un impacto significativo en la eficiencia del proceso. Además, el estudio cumplió con los objetivos establecidos, incluyendo la identificación de las variables más relevantes y la mejora en la precisión del modelamiento del hidrociclón.

Así el modelo desarrollado para el cálculo de la eficiencia de clasificación evidenció que estos parámetros pueden ser representados matemáticamente, obteniendo una ecuación con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.87$, lo que indica una capacidad predictiva aceptable dentro del rango de datos analizados. Asimismo, la hipótesis específica 2 fue validada, ya que la expresión matemática obtenida permitió predecir la eficiencia de clasificación con un alto grado de precisión. Además, al ajustar las condiciones operativas dentro de ciertos límites, se logró optimizar el rendimiento del hidrociclón, demostrando que es posible mejorar la eficiencia del proceso mediante la aplicación del modelo desarrollado.

En cuanto a la hipótesis específica 3, se confirmó que los modelos semi-mecanísticos obtenidos representan con mayor precisión el proceso de clasificación de menas de cuarzo en hidrociclones en comparación con otras aproximaciones matemáticas. La combinación de regresión polinómica con términos fenomenológicos permite capturar mejor la dinámica de la separación de partículas, haciendo que el modelo sea aplicable en la simulación y optimización del proceso.

En conclusión, la contrastación de las hipótesis evidencia que el uso de un enfoque semi-mecanístico mejora la representación matemática de la clasificación de menas de cuarzo en hidrociclones, proporcionando una herramienta útil para la optimización de su operación. No obstante, se recomienda validar el modelo en condiciones operativas distintas y con otras menas minerales para ampliar su aplicabilidad.

CAPÍTULO V

DISCUSIÓN

5.1. Pruebas de validación del modelo experimental

El modelo semi-mecanístico desarrollado en esta investigación fue validado utilizando datos experimentales obtenidos de la Tesis de Vasquez (1969). Para la validación del modelo de la eficiencia de clasificación, se compararon los valores calculados por el modelo con los resultados experimentales bajo diversas condiciones operativas, incluyendo variaciones en la presión, el flujo volumétrico y la concentración de sólidos. Los resultados demostraron una alta correlación entre los valores observados y los valores predichos, con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.877$, lo que indica que el modelo representa adecuadamente el comportamiento real del hidrociclón.

Además, se realizó un análisis de sensibilidad para evaluar el impacto de cada variable sobre la eficiencia de clasificación. Se observó que la presión y el flujo volumétrico tienen una relación directamente proporcional con la eficiencia, mientras que un aumento en la concentración de sólidos tiende a reducir la eficiencia debido a la mayor viscosidad de la pulpa.

Los resultados obtenidos para los modelos matemáticos de simulación de hidrociclones mostraron un coeficiente de determinación (R^2) de 0.9517 para la ecuación que modela el flujo volumétrico, lo que indica una excelente correlación entre los valores calculados y los experimentales en relación con esta variable. Este alto R^2 sugiere que el modelo es capaz de predecir de manera precisa el comportamiento del flujo volumétrico en las condiciones operativas evaluadas, lo cual es fundamental para optimizar el rendimiento del hidrociclón.

Por otro lado, el modelo para el tamaño de corte presentó un coeficiente de determinación de 0.749, lo que sugiere una buena correlación, aunque no tan alta como la obtenida para el flujo volumétrico. Esta relación es aceptable, considerando que el tamaño de corte es un parámetro influenciado por múltiples factores operativos y geométricos. A pesar de que el ajuste no fue perfecto, los resultados experimentales

y los valores calculados aún fueron lo suficientemente cercanos como para validar el modelo como una herramienta útil para predecir el comportamiento de la clasificación de partículas.

En cuanto al modelo de separación de partículas, se obtuvo un coeficiente de determinación de 0.3133, lo que indica una correlación débil entre los resultados calculados y los experimentales. Este resultado puede deberse a la complejidad inherente de la separación de partículas, que involucra una interacción dinámica entre las variables operativas, como la concentración de sólidos, la presión, el caudal y la geometría del hidrociclón. La baja correlación en este caso sugiere que el modelo podría necesitar ajustes adicionales o la inclusión de factores adicionales para mejorar su capacidad predictiva en relación con la separación de partículas.

5.2. Aplicación de la tecnología encontradas

El modelo propuesto tiene aplicaciones directas en la industria minera, especialmente en circuitos de molienda y clasificación de menas de cuarzo. La ecuación obtenida permite a los operadores predecir la eficiencia de clasificación y ajustar las variables operativas para optimizar el rendimiento del hidrociclón. Esto se traduce en una reducción de costos energéticos y una mejora en la eficiencia del proceso de molienda al evitar la recirculación innecesaria de partículas finas.

Además, los resultados sugieren que es posible utilizar el modelo para mejorar el diseño de nuevos hidrociclones o la modificación de equipos existentes. Por ejemplo, la optimización del diámetro de vórtex y del ápex permite mejorar la eficiencia de clasificación en procesos industriales. De manera específica, se ha determinado que un diámetro de vórtex óptimo de $0.24D_c$ mejora significativamente la separación de partículas finas.

Esta metodología también podría aplicarse en otras industrias que emplean clasificación de partículas mediante hidrociclones, como la industria química y la farmacéutica, donde la eficiencia en la separación de partículas es un factor clave en la calidad del producto final.

Contribuciones

Un hallazgo relevante fue el análisis del efecto bypass que está relacionado con el flujo másico de agua en el underflow y la alimentación. Un mayor bypass indica que más partículas no están siendo clasificadas adecuadamente, lo que puede afectar la eficiencia global del proceso. Por lo tanto, minimizar el efecto bypass es crucial para garantizar que el flujo de alimentación sea realmente clasificado y evitar que pequeñas fracciones de éstas pasen directamente de la alimentación al overflow.

Una de las principales contribuciones de esta investigación fue el desarrollo de una expresión matemática haciendo uso de la regresión polinómica. La ecuación obtenida muestra un buen ajuste a los datos experimentales con un $R^2 = 0,925$ y puede ser utilizada para predecir la eficiencia de clasificación bajo distintas condiciones de operación.

Este análisis, respaldado por 145 pruebas experimentales, permitió ajustar los parámetros del modelo y mejorar su capacidad predictiva. Las expresiones matemáticas derivadas también mejoran el modelamiento de la operación de clasificación de menas de cuarzo, incorporando las variables clave como la viscosidad, densidad y propiedades del fluido, lo que permite una representación más realista de las condiciones de operación.

Futuras investigaciones

Dado que este estudio se centró en la clasificación de menas de cuarzo, una línea interesante de investigación futura sería evaluar cómo las variables operativas afectan la eficiencia de clasificación en otros tipos de menas. Además, sería relevante investigar el impacto de variables adicionales, como la temperatura, sobre la eficiencia de clasificación. Finalmente, es necesario recordar que siempre deben realizarse pruebas a escala piloto que permitan determinar un rango estrecho de condiciones de operación que garanticen una óptima clasificación, lo que redundará en una molienda más económica y probablemente la optimización del tonelaje que procesa el molino.

En conclusión, este estudio ha permitido mejorar el modelamiento de la operación de clasificación de menas de cuarzo utilizando un enfoque semi-

mecanístico, proporcionando una mejor comprensión de las variables operativas clave y su impacto en la eficiencia de clasificación. Los resultados obtenidos contribuyen al conocimiento de los procesos de separación en hidrociclones y ofrecen herramientas útiles para optimizar el diseño y la operación de estos equipos en la industria minera.

5.3. Contraste con trabajos de investigación similares

Los hallazgos de esta investigación son consistentes con estudios previos sobre la eficiencia de clasificación en hidrociclones. Por ejemplo, Lynch et al. (1975) y Zang et al. (2017) indicaron que un aumento en la velocidad volumétrica mejora la eficiencia de separación, lo cual concuerda con los resultados obtenidos en esta investigación. Asimismo, Cui et al. (2017) sugieren que, a medida que el flujo volumétrico incrementa, la eficiencia de clasificación mejora hasta cierto punto, después del cual se observa una disminución marginal del rendimiento. Este comportamiento también se evidenció en el presente estudio.

Respecto a la influencia del diámetro del vórtex, los resultados obtenidos son concordantes con los de Viera (2014), quien señaló que un menor diámetro de vórtex favorece la separación de partículas finas. Asimismo, la optimización del diámetro de vórtex mediante la metodología propuesta por Cui et al. (2017) permitió determinar un valor óptimo de $0.24D_c$, lo que resulta en una mejora significativa en la eficiencia de clasificación.

Por otro lado, Zhao (2023) realizó estudios sobre la influencia de la concentración de sólidos en la clasificación de partículas y encontró que una mayor concentración reduce la eficiencia del proceso debido al incremento en la viscosidad de la pulpa, lo cual coincide con los resultados del presente estudio. Además, los modelos de Nageswarao (1979) y Narasimha (2014) han sido utilizados como referencia para el desarrollo del modelo semi-mecanístico, permitiendo una representación más precisa de las condiciones operativas del hidrociclón.

En síntesis, la investigación contribuye al conocimiento existente sobre clasificación en hidrociclones, confirmando resultados previos y aportando una

metodología mejorada para predecir y optimizar la eficiencia de clasificación en hidrociclones de menas de cuarzo.

CONCLUSIONES

Primera. -

Se obtuvo una mejora en el modelamiento de la separación de partículas de cuarzo por tamaños, obteniendo una ecuación para la eficiencia de separación y cuatro ecuaciones para la simulación del proceso de clasificación. Cabe resaltar que los modelos matemáticos obtenidos tienen un coeficiente de determinación más cercano a uno (1) comparados con los modelos de Nageswarao (1979); Narasimha (2014), Ji (2019), Pang (2011) y Zhao (2023).

Segunda. -

La eficiencia de clasificación en los hidrociclones depende significativamente de variables geométricas y de operación, como el diámetro del hidrociclón, el diámetro de ápex y el diámetro del vórtex; además de las condiciones de operación como el porcentaje de sólidos en la alimentación y la presión de entrada. Las condiciones del flujo; las velocidades axiales y tangenciales determinan la caída de presión, la relación de división del agua en los gruesos y en los finos y la eficiencia de clasificación; permitiendo que estas propiedades sean ajustadas por los modelos matemáticos. Por lo tanto, una optimización cuidadosa de estas variables es clave para maximizar la eficiencia de clasificación, equilibrando la separación, el consumo energético y la calidad del producto clasificado.

Tercera. -

Se obtuvo una expresión matemática para mejorar la eficiencia de clasificación mediante el uso de un modelo semi-mecánico combinado con una regresión polinómica. El modelo mostró un ajuste preciso a los datos experimentales con un $R^2 = 0,87$ y proporciona una herramienta predictiva confiable para optimizar el rendimiento de los hidrociclones bajo diversas condiciones de operación.

Cuarta. -

Se desarrolló un conjunto de expresiones para modelar la operación de clasificación de menas de cuarzo, integrando variables clave y demostrando su aplicabilidad mediante

validación experimental. Estas expresiones mejoran significativamente la comprensión y predicción del comportamiento de las variables intervinientes en el proceso de clasificación, permitiendo una mejor toma de decisiones para el diseño y operación de hidrociclones.

RECOMENDACIONES

Se sugiere considerar la aplicación de los modelos matemáticos desarrollados en este estudio como una herramienta complementaria para el análisis y mejora de procesos de clasificación en hidrociclones. Dado su buen ajuste a los datos experimentales, podrían contribuir a una mejor comprensión del comportamiento del sistema bajo distintas condiciones operativas, sirviendo como base para futuras optimizaciones y estudios en contextos similares.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Asomah, I. (1998). *Improved models of hydrocyclones* [The University of Queensland].
<https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:303305>
- Bernal, R., & Jiménez, J. (2021). Modelación y Construcción de un Hidrociclón. *Ciencia Nicolaita*, 83, Article 83. <https://doi.org/10.35830/cn.vi83.571>
- Bradley, D.A. (1965). *The hydrocyclone*, Pergamon Press, Oxford, London.
- Boysan, F., Ayers, W., Swithenbank, J., 1982. *A fundamental mathematical modelling approach to cyclone design*. *Trans. Inst. Chem. Eng.* 60, 222–230.
- Brennan, M., Narasimha, M., Holtham, P., 2007. *Multiphase modelling of hydrocyclones — prediction of cut-size*. *Miner. Eng.* 20, 395–406.
- Castro, O., (1990). *An investigation of Pulp Rheology Effects and Their Application to the Dimensionless Type Hydrocyclone Models*. M.Eng.Sc. Thesis University of Queensland.
- Chermant, J.-L., & Coster, M. (1991). Granulometry and granulomorphy by image analysis. *Image Analysis & Stereology*.
- Cui. B., Zhang. C., Wei. D., Lu. S., y Feng. Y. (2017). *Effects of Feed Size Distribution on Separation Performance of Hydrocyclones with Different Vortex Finder Diameters*. *Powder Technology*. doi:10.1016/j.powtec.2017.09.010.
- Delgadillo, J., Rajamani, R., 2005. *A comparative study of three turbulence-closure models for the hydrocyclone problem*. *Int. J. Miner. Process.* 77, 217–230.
- Enderica, F. (2023). Tratamiento de menas auríferas asociadas a minerales de arsénico (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia).
- González, R. (2024). Ajuste y evaluación de distintos modelos empíricos de clasificación en un hidrociclón de laboratorio.

- Griffiths, W., Boysan, F., 1996. *Computational fluid dynamics and empirical modelling of a number of cyclone samplers*. *J. Aerosol Sci.* 27, 281–304.
- Gonçalves, S. M., Kyriakidis, Y. N., Ullmann, G., Barrozo, M. A. S., & Vieira, L. G. M. (2020). Design of an Optimized Hydrocyclone for High Efficiency and Low Energy Consumption. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. <https://doi.org/10.1021/ACS.IECR.0C02871>
- Gupta, A., & Yan, D. S. (2006). *Chapter 12—Classification*. En A. Gupta & D. S. Yan (Eds.), *Mineral Processing Design and Operation* (pp. 354-400). Elsevier Science. <https://doi.org/10.1016/B978-044451636-7/50013-9>
- Guardado, A. (2023). Hidrociclones | Qué Son, Cómo Funcionan y Qué Aplicaciones Tienen. Lamastore
- Hashe, V. T., & Kunene, T. J. (2023). Numerical Analysis of the Effect of the Vortex Finder on the Hydrocyclone's Split Water Ratio and Separation Performance. *Mathematical and Computational Applications*. <https://doi.org/10.3390/mca28020050>
- Hsieh, K., Rajamani, K., 1991. *Mathematical model of the hydrocyclone based on physics of fluid flow*. *AIChE J.* 37, 735–746.
- Holland, Ch. (1981). *Fundamentos y Modelos de Procesos de Separación – Absorción, Destilación, Evaporación y Extracción*. Prentice/Hall International, Madrid, España.
- Ji, L., Chen, J., Kuang, S., Qi, Z., Chu, K., & Yu, A. (2019). *Prediction of separation performance of hydrocyclones by a PC-based model*. *Separation and Purification Technology*, 211, 141-150. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2018.09.073>
- Kojovic, T., 1988. *The Development and Application of MODEL — An Automated Model Builder for Mineral Processing*. PhD thesis The University of Queensland.

- Lilge, E. O. (1962). Hydrocyclone fundamentals. 71(6).
- Lynch, A., Rao, T., & Bailey, C. (1975). *The influence of design and operating variables on the capacities of hydrocyclone classifiers*. International Journal of Mineral Processing, 2(1), 29-37. [https://doi.org/10.1016/0301-7516\(75\)90010-1](https://doi.org/10.1016/0301-7516(75)90010-1)
- Marlow, D., 1973. *A Mathematical Analysis of Hydrocyclone Data*. M.Sc. thesis University of Queensland.
- Nageswararao, K. (1979). *Further developments in the modelling and scale up of industrial hydrocyclones*. <https://doi.org/10.14264/uql.2014.459>
- Narasimha, M., Brennan, M., Holtham, P., 2006a. *Large eddy simulation of hydrocyclone prediction of air-core diameter and shape*. Int. J. Miner. Process. 80, 1–14.
- Narasimha, M., Brennan, M.S., Holtham, P.N., Napier-Munn, T.J., 2006b. *A comprehensive CFD model of dense medium cyclone performance*. Miner. Eng. 20, 414–426.
- Narasimha, Mangadoddy, Brennan, M., Holtham, P., Banerjee, P., 2007a. *Numerical analysis of the changes in dense medium feed solids on dense medium cyclone performance*. 16th Australasian Fluid Mechanics Conference (AFMC), Gold Coast, Queensland, Australia, pp. 1042–1049.
- Narasimha, M., Brennan, M., Holtham, P., Napier-Munn, T., 2007b. *A comprehensive CFD model of dense medium cyclone performance*. Miner. Eng. 20, 414–426.
- Narasimha, M., Sripriya, R., Banerjee, P., 2005. *CFD modelling of hydrocyclone prediction of cut size*. Int. J. Miner. Process. 75, 53–68.
- Narasimha, M., Mainza, A., Holtham, P., Powell, M., & Brennan, M. (2014). *A semi-mechanistic model of hydrocyclones—Developed from industrial data and inputs from CFD*. International Journal of Mineral Processing, 133, 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2014.08.006>

- Nowakowski, A., Kraipech, W., Williams, R., Dyakowski, T., 2000. *Hydrodynamics of a hydrocyclone based on a three-dimensional multi-continuum model*. Chem. Eng. J. 80, 275–282.
- Nowakowski, A., Cullivan, J., Williams, R., Dyakowski, T., 2004. *Application of CFD to modelling of the flow in hydrocyclones*. Is this a realizable option or still a research Challenge. Miner. Eng. 17, 661–669.
- Plitt, L. (1976). *A Mathematical Model of The Hydrocyclone Classifier*. CIM Store, 69(776). <https://store.cim.org/a-mathematical-model-of-the-hydrocyclone-classifier>
- Rodríguez, D. (2023). Simulación numérica del flujo en un ciclón vertical. Universidad de Oviedo.
- Sabbagh, R., Lipsett, M., Koch, C., & Nobes, D. (2016). *Predicting equivalent settling area factor in hydrocyclones; a method for determining tangential velocity profile*. Separation and Purification Technology, 163, 341-351. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2016.03.009>
- Silva, A. C., Silva, E. M. S., & Matos, J. D. V. (2012). Modelo empírico para cálculo do diâmetro de corte corrigido de hidrociclones. Tecnologia Em Metalurgia, Materiais e Mineração. <https://doi.org/10.4322/TMM.2012.048>
- Svarovsky, L., & Thew, M. (1992). *Hydrocyclones: Analysis and Applications*. Springer Science & Business Media.
- Tavares, L., Souza, L., Lima, J., Possa, M., 2002. *Modeling classification in small diameter hydrocyclones under variable rheological conditions*. Miner. Eng. 15, 613–622.

- Vasquez, A. (1969). *Development of a mathematical model of the classification performance in a 4-in. Cyclone classifier.*
<https://repository.mines.edu/handle/11124/175632>
- Vieira, L., & Barrozo, M. (2014). *Effect of vortex finder diameter on the performance of a novel hydrocyclone separator.* *Minerals Engineering*, 57, 50–56.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.mineng.2013.11.014>.
- Wang, R., Zhang, Z., Yan, X., Zhang, H., & Wang, L. (2024). *Hydrocyclone separation enhancement of fine particles based on interface control.* *Minerals Engineering*, 209, 108628. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2024.108628>
- Xiao, J., 1997. *Extensions of Model Building Techniques and their Applications in Mineral Processing.* Ph.D. Thesis The University of Queensland.
- Yu, A., Standish, A. (1990) *A study of particle size distributions,* *Powder Technol.* 62. 101-118, [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(90\)80073-8](https://doi.org/10.1016/0032-5910(90)80073-8).
- Zhang, C., Cui, B., Wei, D., & Lu, S. (2019). *Effects of underflow orifice diameter on the hydrocyclone separation performance with different feed size distributions.* *Powder Technology.* <https://doi.org/10.1016/J.POWTEC.2019.07.071>
- Zhao, Q., Cui, B., Zou, G., Song, T., Yang, T., Zhou, J., & Shen, Y. (2023). *Evaluation and improvement of mathematical models for hydrocyclone classifiers part I: Laboratory scale.* *Powder Technology*, 427, 118718.
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2023.118718>

ANEXOS

Anexo 1.

Resumen de las condiciones de operación para cada prueba experimental

Prueba	Diámetro de overflow (pulg)	Diámetro de underflow (pulg)	Presión (PSI)	F(GPM)	% Sólidos
1	1,438	0,44	3,5	18,29	27,47
2	1,438	0,44	3	17,37	28,4
3	1,438	0,44	3	18,14	20,8
4	1,438	0,44	6,5	31	12
5	1,438	0,44	7	32,73	11,2
6	1,438	0,44	4	25,37	8,9
7	1,438	0,44	6	22,19	34,2
8	1,438	0,44	5	19,95	34,1
9	1,438	0,44	3,5	19,07	25,5
10	1,438	0,44	4	19,8	27,4
11	1,438	0,44	3,5	18,25	28,1
12	1,438	0,44	3	17,21	25,8
13	1,438	0,44	4	20,9	22,1
14	1,438	0,44	3	21,58	5,8
15	1,438	0,44	3,5	20,95	15,4
16	1,438	0,44	7,5	25,23	34,6
17	1,438	0,44	6	23,27	33,6
18	1,438	0,44	5	20,51	33,8
19	1,438	0,44	3,5	17,71	33,5
20	1,438	0,44	3	17,23	30,0
21	1,438	0,44	4	19,33	28,6
22	1,438	0,44	7	25,9	28,3
23	1,438	0,44	10,5	32,69	27,3
24	1,438	0,44	5	20,63	31,4
25	1,438	0,56	6,5	25,18	28,4
26	1,438	0,56	6	24,52	26,5
27	1,438	0,56	8,5	29,43	28,1
28	1,438	0,56	9	31,19	26,1
29	1,438	0,56	6	25,1	27,1
30	1,438	0,56	5	23,13	26,2
31	1,438	0,56	4	20	26,2
32	1,438	0,56	3	18,75	26,8
33	1,438	0,56	2	16,54	26,5
34	1,438	0,56	6,5	27,56	22,5
35	1,438	0,56	5	24,16	23,5
36	1,438	0,56	4,5	22,54	23,2
37	1,438	0,56	5	22,58	38,0

38	1,438	0,56	4,5	18,32	37,9
39	1,438	0,56	3	15,32	37,6
40	1,438	0,56	10	32,1	20,6
41	1,438	0,56	6	25,94	20,8
42	1,438	0,56	5	23,07	19,2
43	1,438	0,56	3	18,47	20,1
44	1,438	0,56	2,5	16,53	19,5
45	1,438	0,56	7,5	26,39	32,5
46	1,438	0,56	6	23,69	32,0
47	1,438	0,56	4,5	20,27	30,1
48	1,438	0,56	3	16,63	30,9
49	1,438	0,56	2,5	14,98	31,8
50	1,438	0,56	8	29,49	24,1
51	1,438	0,56	7	28,94	21,9
52	1,438	0,56	5,5	24,87	23,1
53	1,438	0,56	5	23,61	24,7
54	1,438	0,85	10	35,11	30,4
55	1,438	0,85	10	30,72	30,2
56	1,438	0,85	7	25,88	29,0
57	1,438	0,85	7,5	27,49	28,4
58	1,438	0,85	5,5	23,32	27,8
59	1,438	0,85	3,5	19,58	24,8
60	1,438	0,85	2,5	16,48	25,7
61	1,438	0,85	2,5	15,65	26,7
62	1,438	0,85	9	32,47	23,9
63	1,438	0,85	5	21,96	33,3
64	1,438	0,85	7,5	26,24	32,2
65	1,438	0,85	9,5	30,45	28,7
66	1,438	0,85	14	35,23	33,7
67	1,438	0,85	14,5	39,76	25,4
68	1,438	0,85	14	39,33	25,7
69	1,438	0,85	9	32,3	23,6
70	1,438	0,85	7	29,6	20,8
71	0,97	0,44	6,5	20,42	40,5
72	0,97	0,44	4	16,72	38,4
73	0,97	0,44	5	19,45	36,4
74	0,97	0,44	4,5	18,23	35,4
75	0,97	0,44	12	34,77	25,2
76	0,97	0,44	8,5	29,55	23,0
77	0,97	0,44	2	15,14	19,6
78	0,97	0,44	2	15	18,2
79	0,97	0,56	2,5	14,53	29,9
80	0,97	0,56	2,5	14,5	30,8
81	0,97	0,56	2,5	14,17	28,0
82	0,97	0,56	5,5	22,15	27,2
83	0,97	0,56	5,5	24,27	23,4

84	0,97	0,56	6	25,81	20,1
85	0,97	0,56	13,5	34,87	29,6
86	0,97	0,56	8	27,77	26,4
87	0,97	0,56	7	26,74	25,0
88	0,97	0,56	6	24,76	24,4
89	0,97	0,56	7	26,1	27,2
90	0,97	0,56	4	20,95	23,0
91	0,97	0,56	6	24,04	25,0
92	0,97	0,56	3,5	19,35	23,3
93	0,97	0,56	7,5	26,5	24,5
94	0,97	0,56	8	26,56	30,2
95	0,97	0,56	5	21,83	28,8
96	0,97	0,56	3	18,24	23,6
97	0,97	0,56	2	14,34	25,6
98	0,97	0,56	1,5	12,46	25,2
99	0,97	0,56	6	24,63	24,6
100	0,97	0,56	8,5	29,89	21,9
101	0,97	0,56	7	27,44	23,4
102	0,97	0,56	3	18,98	15,0
103	0,97	0,56	1,5	12,85	15,3
104	0,97	0,85	7,5	26,43	30,3
105	0,97	0,85	3	15,93	28,3
106	0,97	0,85	2	14,97	26,1
107	0,97	0,85	12,5	32,89	30,7
108	0,97	0,85	4	19,57	26,6
109	0,97	0,85	11	30,32	32,6
110	0,97	0,85	5,5	21,18	33,3
111	0,97	0,85	2,5	14,23	31,6
112	0,97	0,85	2,5	14,44	31,6
113	0,97	0,85	3	16,84	30,0
114	0,719	0,44	12	31,89	30,5
115	0,719	0,44	10	28,94	31,0
116	0,719	0,44	8	27,51	29,5
117	0,719	0,44	7,5	26,3	26,9
118	0,719	0,44	6	23,37	26,7
119	0,719	0,44	4,5	20,16	25,4
120	0,719	0,44	2	14,22	22,5
121	0,719	0,44	4	17,06	32,9
122	0,719	0,44	10	29,02	30,4
123	0,719	0,44	10,5	29,8	29,2
124	0,719	0,44	10	29,52	27,2
125	0,719	0,44	9,5	28,86	30,4
126	0,719	0,44	5	18,74	34,6
127	0,719	0,44	6,5	22,14	32,8
128	0,719	0,44	7,5	25,66	27,4
129	0,719	0,44	5	19,9	30,3

130	0,719	0,44	10	31,39	23,8
131	0,719	0,56	8,5	26,66	29,9
132	0,719	0,56	6,5	24	28,1
133	0,719	0,56	3,5	18,46	26,0
134	0,719	0,56	2,5	14,97	23,9
135	0,719	0,56	1,5	11,16	22,4
136	0,719	0,56	10	31,09	24,5
137	0,719	0,56	9	28,21	26,6
138	0,719	0,56	7	25,72	25,0
139	0,719	0,56	7	26,03	25,8
140	0,719	0,56	6,5	24,48	25,6
141	0,719	0,56	6,5	25,07	24,3
142	0,719	0,56	9,5	28,94	28,2
143	0,719	0,56	6	23,59	24,4
144	0,719	0,56	4,5	20,31	24,6
145	0,719	0,56	4,5	20,57	24,3

Anexo 2.

Distribución de tamaños de partículas de los productos del hidrociclón

Malla	Tamaño (Micras)	1		2		3		4		5	
		OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret
35	350	0	0								
48	247.7	3	13.8	3.05	13.4	1	5.8	1.39	4.62	0.85	2.97
65	174.9	13.45	37.05	14.95	37	8.25	27.75	3.7	24.57	2.44	17.64
100	123.6	24.4	23.4	25.1	23.75	16.35	33.85	8.52	25.76	5.84	29.58
150	87.7	19.05	13.8	18.6	13.75	24.45	16.9	9.72	22.36	14.67	20.8
200	62	11.65	5.45	11.25	5.35	13.4	6.6	21.2	10.28	25.85	11.29
.-270	26	28.45	6.5	27.05	6.75	36.55	9.1	55.47	12.41	50.35	17.72

Malla	Tamaño (Micras)	6		7		8		9		10	
		OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret
35	350			1.6	5.15	0.5	4.75	0.05	3.1	0.05	3.2
48	247.7	0.08	2.34	5.65	13.35	4.65	11.65	1.2	13.15	1.1	10.7
65	174.9	2.18	15.15	18.2	30.95	18.25	29.6	8.4	34.4	8.66	30.8
100	123.6	3.44	28.29	22.55	19.9	18.65	24.25	18.5	21.85	15.95	26.95
150	87.7	24.06	22.52	16.4	14.6	18.65	13	18.15	14.15	24.03	13.3
200	62	24.61	12.96	10.3	6.65	11.35	6.05	12.95	5.5	12.12	5.65
.-270	26	45.63	18.74	25.3	9.4	27.95	10.7	40.75	7.85	38.09	9.4

Malla	Tamaño (Micras)	11		12		13		14		15	
		OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret
35	350	0.15	3.95	0.05	3.35	0.19	2.86	1.12	0.5	0.78	2.16
48	247.7	2.45	13.8	0.95	10.75	0.81	10	4.51	3.88	2.34	9.73
65	174.9	12.45	35.15	7.2	31.2	4.12	32.15	4.23	18.33	1.95	30.7
100	123.6	21.2	20.9	14.15	27.05	8.72	29.29	3.1	20.32	1.75	22.65
150	87.7	17.65	13.05	22.9	13.1	19.97	13.39	3.66	20.62	4.29	16.92
200	62	11.7	5.25	13.8	5.6	14.37	5.42	3.66	11.7	7.02	7.89
.-270	26	34.4	7.9	40.95	8.95	51.82	6.89	79.72	24.65	81.87	9.95

Malla	Tamaño (Micras)	16		17		18		19		20	
		OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret	OF %Ret	UF %Ret
35	350	0.81	4.74	0.83	4.48	0.42	5.1	0.48	5.1	0.14	4.42
48	247.7	8.18	13.46	5.88	16.3	6.56	14.53	4.96	18.04	5.02	15.19
65	174.9	23.28	33.42	21.08	35.05	22.12	34.01	20.3	35.92	19.04	36.49
100	123.6	18.08	22.46	21.08	18.23	17.83	22.19	21.43	17.27	17.62	22.31
150	87.7	16.62	11.01	14.61	12.24	16.51	10.47	15.04	11.1	18.31	9.81
200	62	8.54	5.39	9.46	4.95	9.84	4.74	10.09	4.41	11.28	4.23
.-270	26	24.49	9.52	27.06	8.75	26.72	8.96	27.7	8.16	28.59	7.55

		21		22		23		24		25	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	0	0.36	3.24	0.5	4.44	1.8	8.24	4.06	19.47	0.05	1.6
48	350	3.18	17.32	7.48	13.73	7.55	22.34	8.86	21.69	3.6	12.78
65	174.9	15.13	36.35	22.7	34.45	22.99	36.02	24.29	26.83	15.81	36.39
100	123.6	20	18.78	17.57	2.94	21.6	14.97	19.49	14.61	17.98	20.72
150	87.7	15.95	11.95	16.93	10.95	13.86	7.81	13.81	5.88	19.75	14.56
200	62	13.17	4.16	9.14	4.89	9.24	3.9	7.88	5.51	11.97	5.78
.-270	26	32.21	7.59	25.68	8.6	22.87	6.72	21.6	6.01	30.84	8.17

		26		27		28		29		30	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	0	0.04	1.51	0.05	1.45	0.05	1.52	0	1.23	0	1.16
48	350	2.34	9.95	3.16	12.09	2.4	10.13	2.59	11.97	1.78	9.79
65	174.9	13.85	36.78	14.47	35.55	13.13	35.65	13.68	35.25	10.83	35.88
100	123.6	18.73	23.72	17.53	21.27	18.22	23.91	17.14	22.46	16.61	24.38
150	87.7	18.57	13.52	20.16	15.23	18.32	13.83	20.41	15.2	18.26	13.65
200	62	13.61	5.73	12.26	6.27	13.85	5.96	12.64	5.94	15.13	5.97
.-270	26	32.87	8.79	32.37	8.14	34.04	9	33.55	7.95	37.39	9.18

		31		32		33		34		35	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	0	0	1.13	0	1.42	0	1.37	0	0.86	0	0.71
48	350	1.85	11.78	2.05	10.2	1.46	11.03	0.89	8.02	0.89	10.15
65	174.9	11.1	34.88	13.36	36.11	10.82	35.94	4.18	32.83	6.53	32.4
100	123.6	16.17	22.82	18.52	24.12	17.12	24.49	9.58	25.35	11.44	24.18
150	87.7	21.15	15.45	18.43	13.27	18.22	13.33	14.84	16.1	19.7	17.4
200	62	13.3	6.2	12.75	5.83	13.333	5.77	16.85	7.38	14.06	6.94
.-270	26	36.43	7.75	34.89	8.63	39.04	8.08	53.66	9.47	47.38	8.21

		36		37		38		39		40	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	0	0	1.02	0.04	1	0	0.89	0	0.63	0	0.52
48	350	1	8.57	3.49	9.1	2.67	9.29	2.44	10.66	0.63	6.41
65	174.9	7.11	34.9	17.21	31.39	26.21	31.11	14.13	29.91	1.73	27.6
100	123.6	13.88	25.47	18.25	22.49	18.11	22.18	17.69	21.1	4.7	24.69
150	87.7	17.66	14.82	16.94	14.43	17.82	14.67	17.29	13.19	13.3	18.07
200	62	16.22	6.33	11.7	7.36	12.18	7.6	11.07	10.21	14.43	9.43
.-270	26	44.13	8.9	32.36	14.23	33	14.27	37.38	14.28	65.27	13.28

		41		42		43		44		45	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	0	0	0.5	0	0.25	0	0.32	0	0.35	0.09	2.51
48	350	0.8	6.74	0.9	7.03	1.15	6.6	1.35	5.62	3.41	12
65	174.9	3.07	29.77	3.18	28.6	0.84	26.36	0.88	24.82	17.8	34.84
100	123.6	7.27	25.83	7.85	23.77	2.46	23.04	1	24.07	17.85	21.02
150	87.7	17.35	17.66	13.35	17.75	7.12	13.52	3.41	19.51	15.98	12
200	62	17.82	8.17	13.39	9.79	10.68	17.04	3.82	11.33	12.1	6.05
.-270	26	53.7	11.33	61.33	12.8	77.75	13.12	89.53	14.29	32.76	11.58

		46		47		48		49		50	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	0	0.05	2.2	0	1.21	0	1.49	0	0.92	0	0.89
48	350	2.94	11.41	1.25	12.88	0.92	10.3	0.45	12.07	1.58	9.63
65	174.9	13.81	36.07	11.53	32.65	8.19	36.38	6.77	33.04	5.49	29.44
100	123.6	16.65	20.21	15.93	21.72	15	22	15.16	22.35	10.87	23.74
150	87.7	15.98	12.36	17.31	13.21	17.1	12.64	18.25	13.27	13.29	15.89
200	62	15.05	5.97	12.18	7.12	15.92	5.87	17.58	7.05	16.92	8.46
.-270	26	35.52	11.78	41.81	11.21	42.86	11.32	41.79	11.29	51.94	11.96

		51		52		53		54		55	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	0.63	0	0.61	0	1.13	0.05	2.67	0	2.4
48	247.7	0.5	7.04	1.13	9.08	0.79	11.85	1.55	13.78	1.12	10.9
65	174.9	3.8	28.36	3.62	28.75	5.67	31.85	10.26	32.96	7.69	33.51
100	123.6	8.45	25.84	7.87	2.28	11.09	23.06	16.22	22.17	13.9	23.87
150	87.7	13.49	16.9	12.76	16.27	15.14	14.35	17.56	13.01	16.66	13.51
200	62	20.12	8.06	29.1	8.52	24.65	8.23	16.27	6.3	18.39	5.89
.-270	26	53.64	13.16	45.52	12.49	42.65	9.52	38.08	9.11	42.23	9.93

		56		57		58		59		60	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	1.68	0	1.19	0	0.79	0	0.68	0	0.55
48	247.7	0.6	10.89	1.11	7.64	1.83	8.54	2.1	5.54	2.36	7.37
65	174.9	3.06	29.97	1.28	28.16	1.51	26.48	3.06	23.53	1.79	24.2
100	123.6	6.97	22.93	3.44	24.57	2.26	22.79	1.94	22.29	1.98	21.29
150	87.7	13.33	15.54	8.57	17.04	5.16	17.12	2.74	17.67	2.08	16.74
200	62	21.74	8.32	32.54	8.52	31.94	10.94	7.9	10.76	7.64	11.01
.-270	26	54.29	10.67	53.06	12.88	57.31	13.34	82.26	19.52	84.15	18.84

		61		62		63		64		65	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	0.92	0	0.64	0	7.12	0	5.68	0	5.4
48	247.7	1.89	6.33	1.87	7.79	0.32	11.22	1.76	14.08	0.93	10.04
65	174.9	2.61	24.9	1.68	25.12	3.72	31.41	8.54	30.76	5.32	29.97
100	123.6	1.98	22.28	2.71	22.26	12.3	22.44	14.37	20.94	11.51	22.58
150	87.7	2.88	17.06	5.48	16.77	19.68	13.15	13.49	11.41	16.55	14.57
200	62	9.64	10	16.45	11.28	17.73	5.84	22.85	8.23	17.53	7.02
.-270	26	80.99	18.52	71.81	16.13	46.25	8.82	38.99	8.9	48.16	10.41

		66		67		68		69		70	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	1.65	8.93	0.05	8.46	0	8.14	0	7.24	0	3.58
48	247.7	8.08	16.02	0.98	16.7	0.98	12.9	0.38	14.78	0.61	12.35
65	174.9	20.8	30.79	5.6	31.61	4	33.35	1.63	29.52	1.65	27.61
100	123.6	19.1	19.27	11.05	19.58	7.94	20.87	4.51	19.82	1.83	20.04
150	87.7	10.47	10.35	15.06	0.65	9.48	11.79	8.64	8.03	2.87	9.67
200	62	16.46	7.01	14.39	6.72	20.37	5.14	11.71	11.21	9.13	12.84
.-270	26	23.44	7.63	52.88	7.27	57.23	7.8	73.14	9.4	83.91	13.91

		71		72		73		74		75	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
48	350	5.37	17.61	4.73	17.62	3.66	15.99	2.42	17.25	8.85	18.3
48	247.7	13.19	14.91	9.75	21.93	11.4	14.94	8.1	23.95	14.68	20.01
65	174.9	23.74	29.9	25.23	25.91	22.29	30.44	24.35	26.25	23.31	27.82
100	123.6	17.73	16.92	19.09	15.16	18.32	17.43	20.16	15.11	17.14	15.68
150	87.7	4.01	9.19	13.14	5.01	6.35	9.53	14.25	3.45	12.32	8.72
200	62	16.61	2.42	7.36	7.51	15.63	4.07	7.96	8.33	6.5	3.19
.-270	26	19.35	9.07	20.7	6.87	22.34	7.61	22.27	5.67	17.2	6.27

		76		77		78		79		80	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
48	350	6.68	15.13	0.05	6.29	0	4.65	0	19.55	0.33	21.74
48	247.7	13.47	19.81	1.26	18.05	0.85	17.12	4.66	19.55	4.87	21.95
65	174.9	23.16	27.99	5.6	34.66	4.06	30.03	9.62	28.75	14.46	27
100	123.6	17.76	16.69	11.3	17.89	8.22	21.82	12.73	12.81	16.1	13.29
150	87.7	13.42	10	17.61	11.64	17.43	14.04	15.39	8.25	14.84	6.96
200	62	7.41	3.7	27.04	5.35	22.09	5.26	17.69	4.35	14.79	2.63
.-270	26	18.1	6.69	37.14	6.12	47.34	7.08	39.91	6.74	34.61	6.44

		81		82		83		84		85	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	14.98	0	14.57	0	11.04	0	7.38	0.06	0.81
48	247.7	1.66	20.57	2.17	20.35	1.06	16.72	0.17	17.46	7.36	17.31
65	174.9	6.26	28.85	5.32	30.48	2.79	26.5	2.17	25.99	20.06	34.52
100	123.6	11.34	15.78	9.2	11.42	5.85	11.62	3.6	16.11	17.63	20.16
150	87.7	15.22	8.98	12.75	9.92	10.78	12.03	7.31	13.55	15.96	12.46
200	62	21.33	3.43	18.27	5.37	23.55	5.45	27	8.28	11.1	5.23
.-270	26	44.2	7.41	52.3	7.9	55.95	10.64	59.76	11.24	27.83	9.51

		86		87		88		89		90	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	0.26	0	0.58	0	0.3	0	0.59	0	0.19
48	247.7	1.28	13.59	1.12	11.79	1.09	13.41	1.77	14.82	1.02	10.76
65	174.9	8.26	32.82	7.72	35.86	6.67	31.91	12.74	40.56	1.19	28.11
100	123.6	13.65	22.44	12.91	20.75	12.05	22.36	15.82	18.01	2.9	22.77
150	87.7	17.68	14.7	16.91	14.16	17.44	14.99	18.33	11.95	9.32	17.63
200	62	17.87	6.16	22.1	7.44	24.94	6.35	18.16	6.33	31.31	8.49
.-270	26	41.26	10.01	39.25	4.91	37.82	10.67	33.18	7.73	54.26	12.02

		91		92		93		94		95	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	0.66	0	0.29	0	0.19	0	0.8	0	0.51
48	247.7	1.46	15.74	0.87	13.52	0.89	10.07	2.87	12.65	1.33	14.41
65	174.9	9.86	38.26	2.8	32.86	6.82	33.32	14.29	39.73	10.88	37.17
100	123.6	15.9	18.42	7.33	22.58	12.53	23.85	18.05	20.15	16.56	20.02
150	87.7	17.81	12.25	15.32	15.33	15.97	15.08	16.03	12.02	17.52	11.98
200	62	18.7	6.58	28.71	6.49	32.22	7.15	15.02	5.67	19.76	6.59
.-270	26	36.26	8.1	44.97	8.93	31.56	10.35	33.75	8.99	33.96	9.32

		96		97		98		99		100	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	0.41	0	0.04	0	0.05	0	0.1	0	0.12
48	247.7	0.79	8.56	0.19	17.78	2.39	19.38	1.28	19.15	0.8	15.66
65	174.9	1.46	33.61	1.29	36.33	1.59	36.85	6.34	36.86	3.26	33.62
100	123.6	3.59	23.16	5.49	19.96	2.52	17.93	11.72	18.91	8	19.72
150	87.7	4.74	16.14	13.12	12.07	3.72	11.32	15.36	11.36	13.67	13.59
200	62	29.97	7.53	32.51	5.12	5.98	6.07	22.73	5.15	17.55	7.1
.-270	26	59.45	10.6	47.38	8.7	83.8	8.42	42.57	8.47	56.72	10.19

		101		102		103		104		105	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	0	0	0.05	0	0.01	0	0.01	0	0.04	0	0.04
48	350	0.54	13.91	3.93	7.61	1.66	11.62	0.68	16.63	3.22	14.51
65	174.9	1.62	32.17	3.61	21.19	1.07	20.52	0.87	26.78	3.22	23.65
100	123.6	4.21	19.67	2.19	17.33	1.3	19.55	1.8	20.42	3.61	18.41
150	87.7	8.36	14.95	2.73	15.8	2.25	14.8	3.6	14.39	5.27	13.97
200	62	17.38	8.41	8.42	11.99	3.68	10.3	18.09	8.39	8.11	8.24
.-270	26	67.89	10.85	79.13	26.07	90.04	23.2	74.95	13.35	76.56	21.18

		106		107		108		109		110	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	0	0	0.05	0	0.05	0	0.04	0	0.05	0	0.05
48	350	4.02	13.3	0.17	17.44	4.13	12.34	1.1	20.39	1.27	14.99
65	174.9	2.93	22.84	0.96	33.12	4.05	25.82	1.34	26.48	2.22	30.34
100	123.6	3.37	18.56	2.35	18.61	3.29	16.22	2.33	19.29	2.28	17.62
150	87.7	5.1	14.34	6.17	12.47	3.53	12.43	7.33	13.5	3.49	13.23
200	62	8.9	8.65	24.52	6.82	8.85	9.73	26.4	7.04	19.2	8.83
.-270	26	75.68	22.26	65.83	11.5	76.16	23.42	61.51	13.24	71.55	14.94

		111		112		113		114		115	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	0	0	0.05	0	0.08	0	0.09	0	0.12	0	0.1
48	350	2.57	17.48	2.54	12.97	4.3	15.25	19.25	19.21	12.35	23.75
65	174.9	2.3	20.94	3.47	26.19	2.89	22.52	21.51	36.05	25.26	31.81
100	123.6	3.12	17.28	3.55	16.73	3.02	17.08	13.02	18.38	16.68	18.14
150	87.7	4.41	12.97	4.47	12.81	5.51	13.09	11.53	10.87	13.41	10.62
200	62	10.74	8.32	12.57	10.28	9.2	8.63	12.36	5.32	10.47	5.21
.-270	26	76.86	22.97	73.4	20.93	75.08	23.32	22.34	10.05	21.83	10.37

		116		117		118		119		120	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	0	0	0.05	0	0.05	0	0.07	0	0.04	0	0.06
48	350	5.7	25.5	2.98	16.96	2.84	23.24	0.45	16.32	1.17	15.7
65	174.9	13.25	29.34	12.14	35.7	9.24	30.93	4.95	34.74	0.96	24.13
100	123.6	16.46	18.51	15.4	19.49	14.67	18.52	11.05	20.04	1.54	20.06
150	87.7	15.86	11.2	16.36	12.06	16.68	11.93	16.12	12.75	5.58	15.04
200	62	15.05	5.6	16.58	6.07	19.13	5.52	26.01	6.44	30.27	10.41
.-270	26	33.68	9.81	36.54	9.67	37.43	9.79	41.43	9.68	60.49	14.6

		121		122		123		124		125	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	0.13	0	0.11	0	0.11	0	0.06	0	0.05
48	247.7	3.49	23.34	17.07	24.97	15.92	23.3	13.19	24.01	14.23	25.3
65	174.9	14.3	35.58	24.96	33.39	24.33	35.46	21.66	32.6	24.67	33.51
100	123.6	17.24	16.48	18.01	18.2	16.24	17.57	17.32	18.7	17.34	17.14
150	87.7	15.87	9.93	13.03	9.79	12.38	9.91	13.39	10.45	12.44	10.45
200	62	12.59	5.19	7.89	4.34	10.08	4.77	8.58	4.75	9.17	4.9
.-270	26	36.53	9.35	19.05	9.21	21.06	8.89	25.85	9.44	22.14	8.65

		126		127		128		129		130	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	0.1	0	0.13	0	0.09	0	0.11	0	0.11
48	247.7	8.01	33.59	9.71	30.51	8.6	30.24	5.87	27.8	0.31	29.07
65	174.9	22.04	32.15	19.23	32.4	21.5	32.44	15.45	32.93	20.69	31.53
100	123.6	18.13	13.99	16.92	16.2	16.91	15.65	16.67	17.15	15.64	15.99
150	87.7	13.83	8.26	13.72	8.71	13.42	9.36	15.18	9.23	12.18	9.39
200	62	10.66	4.13	8.9	3.98	11.04	4.75	10.12	4.1	11.91	4.86
.-270	26	27.33	7.77	31.52	8.08	28.53	6.47	36.71	8.68	30.27	9.06

		131		132		133		134		135	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	0.05	0	0.09	0	0.04	0	0.02	0	0.02
48	247.7	0.42	11.78	0.25	10.59	0.18	8.67	0.28	6.86	0.2	5.66
65	174.9	4.5	31.51	1.7	26.49	0.61	24.03	0.61	23.1	0.59	18.98
100	123.6	11.2	20.33	6.55	21.95	3.3	21.74	1.72	20.31	2.17	20.12
150	87.7	17.17	14.17	14.62	15.99	9.41	17.57	6.67	18.46	5.72	18.63
200	62	24.45	8.51	17.77	8.86	20.05	10.38	12.68	13.54	15.26	12.77
.-270	26	42.25	13.66	59.11	16.03	66.44	17.57	78.03	17.7	76.05	23.8

		136		137		138		139		140	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	0.11	0	0.05	0	0.05	0	0.03	0	0.05
48	247.7	0.3	13.03	0.58	9.48	0.14	10.07	0.37	8.58	0.13	12.7
65	174.9	2.48	28.82	3.4	30.97	0.75	25.59	1.42	28.34	1.25	26.73
100	123.6	6.84	21.37	9.35	21.87	4.01	22.7	6.1	22.75	6.12	22.14
150	87.7	12.25	14.63	16.91	15.29	11.22	17.2	14.86	16.48	13.03	15.87
200	62	19.68	8.34	18.7	8.72	19.59	9.31	19.79	9.09	19.95	8.86
.-270	26	58.45	13.69	51.07	13.63	64.29	15.08	57.46	14.74	59.51	13.65

		141		142		143		144		145	
Malla	Tamaño	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF	OF	UF
	(Micras)	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret	%Ret
35	350	0	0.05	0	0.08	0	0.02	0	0.05	0	0
48	247.7	0.26	8.04	1.84	19.93	0.35	10.37	0.31	15.4	0.33	9.92
65	174.9	0.52	26.32	10.56	31.67	1.15	31.77	0.57	25.93	0.38	29.31
100	123.6	2.34	21.53	15.59	20.56	4.67	21.94	2.27	21.05	1.54	21.48
150	87.7	10.29	17.46	17.32	12.05	13.03	16.18	7.12	16.03	6.91	16.58
200	62	19.47	10.57	14.69	6.26	17.69	8.64	13.79	9.06	13.82	9.97
.-270	26	67.12	16.03	40	9.44	63.11	11.07	75.94	12.48	77.02	12.73

Nota. Tomado de archivo en Excel

Anexo 3.

Eficiencia de clasificación por tamaños de partícula

Malla	Tamaño (Micras)	1		2		3		4		5	
		Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %
35	350										
48	247.7	76.67	73.88	74.19	71.29	78.22	76.84	91.63	91.08	95.94	95.63
65	174.9	66.31	62.28	61.82	57.54	67.56	65.5	95.63	95.34	98	97.84
100	123.6	40.66	33.57	38.23	31.31	56.18	53.4	90.88	90.27	97.16	96.95
150	87.7	34.1	26.23	32.59	25.05	29.97	25.53	88.34	87.57	90.56	89.84
200	62	25.05	16.09	23.73	15.19	23.37	18.51	61.50	58.95	74.71	72.79
.-270	26	14.03	3.76	14.03	4.41	13.36	7.86	42.43	38.61	70.41	68.17

Malla	Tamaño (Micras)	6		7		8		9		10	
		Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %
35	350			50.74	50.74	77.23	77.23	100	100	100	100.00
48	247.7	99.31	99.27	47.12	42.62	58.89	54.14	89.72	88.7	94.82	94.01
65	174.9	97.15	96.99	39.07	33.89	48.12	42.11	76.54	74.21	85.88	83.67
100	123.6	97.58	97.44	24.97	18.59	42.64	36.01	48.47	43.36	67.72	62.65
150	87.7	82.14	81.10	25.14	18.77	28.50	20.23	38.31	32.19	47.42	39.16
200	62	72.12	70.5	19.58	12.74	23.36	14.49	25.28	17.87	41.00	31.74
.-270	26	66.86	64.94	12.29	4.83	17.96	8.47	13.3	4.71	23.99	12.06

Malla	Tamaño (Micras)	11		12		13		14		15	
		Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %
35	350	100	100	100	100	100.00	100.00	100	100	100	100
48	247.7	80.64	78.69	92.1	91.18	97.98	97.64	70.23	68.37	97.79	97.53
65	174.9	67.61	64.35	81.71	79.57	96.85	96.31	92.24	91.75	99.41	99.34
100	123.6	42.16	36.34	66.34	62.4	92.97	91.78	94.73	94.4	99.28	99.19
150	87.7	35.35	28.83	37.09	29.74	72.53	67.86	93.92	93.54	97.68	97.40
200	62	24.91	17.35	29.49	21.25	59.76	52.92	89.76	89.12	92.30	91.37
.-270	26	14.52	5.9	18.39	8.85	34.36	23.21	45.88	42.5	56.43	51.22

Malla	Tamaño (Micras)	16		17		18		19		20	
		Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %
35	350	78.16	78.16	78.28	78.28	78.89	73.24	100.00	100.00	100.00	100.00
48	247.7	41.19	35.1	60.72	58.09	56.24	50.26	70.18	66.21	70.63	67.21
65	174.9	37.93	31.5	48.11	44.64	47.15	39.92	53.38	47.17	60.37	55.75
100	123.6	34.59	27.81	32.53	28.02	41.94	33.99	34.27	25.51	50.16	44.34
150	87.7	22	13.92	31.84	27.28	26.9	16.9	32.32	23.30	29.87	21.68
200	62	21.18	13.01	22.58	17.41	21.85	11.15	22.05	11.66	22.96	13.97
.-270	26	14.2	5.31	15.27	9.61	16.29	4.83	16.01	4.82	17.35	7.70

Malla	Tamaño (Micras)	21		22		23		24		25	
		Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %
35	350	100.00	100.00	65.9	65.9	12.69	12.69	70.6	68.76	100.00	100.00
48	247.7	81.58	79.38	33.49	29.95	8.09	7.43	55.44	52.1	80.59	77.77
65	114.9	66.14	62.10	29.39	25.64	4.45	3.76	35.96	31.16	72.92	68.98
100	123.6	43.30	36.52	4.39	0	2.02	1.31	27.59	22.16	57.41	51.21
150	87.7	37.86	30.43	15.07	10.55	1.65	0.94	17.79	11.63	46.31	38.49
200	62	20.44	10.93	12.8	8.16	1.24	0.53	26.22	20.69	36.10	26.79
.-270	26	16.08	6.05	8.41	3.54	0.87	0.15	12.39	5.82	23.66	12.54

		26		27		28		29		30	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	84.29	81.19	83.93	80.76	81.96	79.76	85.2	82.94	88.06	86.42
65	174.9	77.01	72.48	77.03	72.51	74.51	71.4	76.24	72.61	81.63	79.1
100	123.6	61.5	53.92	62.35	54.94	58.56	53.5	62	56.2	66.31	61.68
150	87.7	47.87	37.61	50.77	41.07	44.84	38.1	48.11	40.2	50.06	43.2
200	62	34.69	21.82	41.11	29.51	31.66	23.32	36.91	27.29	34.6	25.61
.-270	26	25.22	10.5	25.55	10.89	22.16	12.65	22.78	11	24.77	14.43

		31		32		33		34		35	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	89.72	88.16	85.66	83.55	91.29	90.05	96.38	95.85	94.58	93.91
65	114.9	81.16	78.3	76.45	72.98	82.17	79.63	95.87	95.26	88.36	86.91
100	123.6	65.92	60.75	61	55.26	66.5	61.73	88.67	86.99	76.38	73.44
150	87.7	50.03	42.44	46.37	38.48	50.37	43.32	76.24	72.72	57.46	52.19
200	62	38.98	29.72	35.44	25.95	37.52	28.63	56.43	49.98	43.02	35.95
.-270	26	22.57	10.82	22.9	11.56	22.31	11.26	34.29	24.57	20.95	11.14

		36		37		38		39		40	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	92.68	91.81	62.41	56.73	68.54	63.87	76.24	71.99	97.17	96.79
65	174.9	87.89	86.44	53.73	46.74	54.59	47.83	60.85	53.86	98.18	97.93
100	123.6	73.07	69.84	43.97	35.5	43.41	34.99	46.69	37.16	94.67	93.95
150	87.7	55.37	50.02	35.17	25.36	34.02	24.21	35.91	24.45	82.12	79.71
200	62	36.59	28.98	28.6	17.8	28.1	17.41	40.38	29.72	68.84	64.63
.-270	26	22.97	13.73	21.87	10.06	21.31	9.61	21.91	7.95	40.75	32.75

		41		42		43		44		45	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	94.07	93.4	92.52	91.75	94.87	94.21	94.87	94.19	69.51	65.96
65	114.9	94.81	94.22	93.44	92.77	99.02	98.9	99.21	99.1	55.91	50.77
100	123.6	87	85.52	82.75	80.97	96.79	96.38	99.07	98.95	43.27	36.67
150	87.7	65.72	61.82	67.81	64.49	85.96	84.15	96.21	95.71	32.72	24.89
200	62	46.33	40.24	53.67	48.89	83.72	81.63	92.95	92.01	24.46	15.67
.-270	26	28.43	20.31	24.85	17.1	35.24	26.89	41.49	33.69	18.63	9.16

		46		47		48		49		50	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	77.14	74	89.25	87.98	92.49	91.28	96.97	96.47	90.74	89.62
65	174.9	69.43	65.24	69.54	65.93	83.02	80.27	85.32	82.95	89.6	88.35
100	123.6	51.35	44.68	52.36	46.72	61.75	55.56	63.72	57.85	77.83	75.15
150	87.7	40.21	32.01	38.09	30.76	44.86	35.94	46.42	37.75	65.77	61.63
200	62	25.64	15.45	32.03	23.98	28.87	17.36	32.33	21.38	44.55	37.85
.-270	26	22.38	11.74	17.77	8.04	22.52	9.99	24.35	12.11	27.01	18.19

Malla	Tamaño (Micras)	51		52		53		54		55	
		Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	96.71	96.32	92.04	91.18	94.29	93.69	94.64	93.68	95	94.11
65	114.9	93.97	93.26	91.95	91.08	86.08	84.62	86.46	84.02	89.47	87.62
100	123.6	86.45	84.87	81.61	79.62	69.59	66.41	73.09	68.25	77.01	72.96
150	87.7	72.33	69.11	64.72	60.9	51.05	45.94	59.55	52.28	61.27	54.44
200	62	45.53	39.18	29.64	22.02	26.87	19.22	43.48	33.33	38.45	27.6
.-270	26	33.86	26.15	28.3	20.54	19.72	11.33	32.22	20.05	31.44	19.36

Malla	Tamaño (Micras)	56		57		58		59		60	
		Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	98.61	98.31	97.03	96.38	96.55	95.79	94.7	93.7	95.76	94.91
65	174.9	97.45	96.9	99.05	98.84	99.06	98.85	98.11	97.76	98.99	98.78
100	123.6	92.78	91.2	97.13	96.5	98.37	98.01	98.73	98.49	98.73	98.48
150	87.7	81.99	78.06	90.42	88.31	95.22	94.15	97.76	97.34	98.31	97.97
200	62	59.91	51.17	55.41	45.59	67.27	60	90.21	88.37	91.25	89.49
.-270	26	43.43	31.08	53.54	43.3	58.28	49	61.63	54.41	61.83	54.16

Malla	Tamaño (Micras)	61		62		63		64		65	
		Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	96.31	95.51	94.87	94.03	99.11	98.85	95.74	94.73	97.63	97.12
65	114.9	98.67	98.38	98.52	98.27	96.41	95.36	91.01	88.86	95.55	94.61
100	123.6	98.87	98.63	97.33	96.89	85.28	80.99	80.38	75.69	88.21	85.7
150	87.7	97.88	97.42	93.14	92.02	67.97	58.64	70.4	63.32	77.05	72.16
200	62	88.98	86.6	75.27	71.21	51.13	36.89	50.32	38.44	60.43	52
.-270	26	64.03	56.25	49.93	41.7	37.72	19.57	39.09	24.53	45.19	33.51

Malla	Tamaño (Micras)	66		67		68		69		70	
		Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %
35	350	84.89	82.2	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	71.01	66	98.44	98.19	98.54	98.26	99.59	99.51	99.38	99.29
65	174.9	64.65	58.54	95.43	94.69	97.71	97.28	99.11	98.96	99.25	99.14
100	123.6	55.48	47.8	86.78	84.62	93.08	91.77	96.45	95.84	98.86	98.69
150	87.7	54.98	47.21	13.78	0	86.43	83.86	85.16	82.61	96.38	95.85
200	62	34.47	23.16	63.36	57.37	56.37	48.1	85.53	83.05	91.74	90.52
.-270	26	28.68	16.37	33.74	22.91	41.11	29.94	44.25	34.68	56.7	50.32

Malla	Tamaño (Micras)	71		72		73		74		75	
		Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %	Y %	Yc %
35	350	61.41	55.72	64.07	59.18	67.96	65.76	86.74	84.71	31.22	28.32
48	247.7	35.1	26.63	51.03	45.38	38.02	31.46	74.73	70.28	22.85	20.21
65	114.9	37.6	29.46	32.24	24.43	38.99	32.54	51.88	43.4	20.6	17.87
100	123.6	31.35	22.39	26.90	18.47	30.81	23.49	42.84	32.77	16.58	13.73
150	87.7	52.3	46.08	15.01	5.21	41.26	35.05	19.49	5.31	13.33	10.36
200	62	6.52	0	32.10	24.27	10.86	1.44	51.14	42.53	9.64	6.54
.-270	26	18.32	7.66	13.33	3.33	13.75	4.63	20.29	6.25	7.34	4.17

		76		77		78		79		80	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	24.02	24.02	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	17.69	15.79	96.95	96.61	98.17	97.97	86.73	84.82	88.46	86.64
65	174.9	15.01	13.04	93.2	92.45	95.17	94.65	82.32	79.77	76.05	72.27
100	123.6	12.08	10.04	77.81	75.35	87.6	86.28	61.06	55.43	58.4	51.83
150	87.7	9.82	7.73	59.42	54.92	68.19	64.81	45.52	37.63	44.37	35.59
200	62	6.8	4.64	30.48	22.77	38.79	32.28	27.71	17.25	23.22	11.1
.-270	26	5.13	2.93	26.74	18.62	28.47	20.87	20.84	9.38	24.04	12.04

		81		82		83		84		85	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	95.94	95.32	95.3	94.57	97.42	97.09	99.58	99.53	50.87	47.81
65	114.9	89.79	88.21	92.52	91.37	95.79	95.25	96.51	96.13	43.1	39.56
100	123.6	72.64	68.41	72.83	68.64	82.63	80.42	91.17	90.22	33.48	29.35
150	87.7	52.95	45.69	62.69	56.93	72.77	69.31	81.04	79.02	25.58	20.95
200	62	23.48	11.67	38.83	29.38	35.66	27.47	41.43	35.16	17.18	12.03
.-270	26	24.23	12.54	24.6	12.95	31.29	22.55	30.26	22.79	13.08	7.67

		86		87		88		89		90	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	93.46	92.62	93.73	92.97	94.23	93.57	92.48	91.43	97.03	96.57
65	174.9	84.24	82.23	86.83	85.24	86.39	84.85	82.38	79.92	98.65	98.44
100	123.6	68.86	64.88	69.53	65.85	71.11	67.85	62.57	57.35	96.05	95.44
150	87.7	52.8	46.76	54.31	48.8	53.27	48	48.91	41.78	85.42	83.16
200	62	31.68	22.95	32.34	24.17	25.25	16.81	33.85	24.62	45.64	37.21
.-270	26	24.61	14.97	25.39	16.39	27.23	19.02	25.49	15.09	40.68	31.49

		91		92		93		94		95	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100.00	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	92.49	91.67	97.42	97.05	93.82	93.11	81.26	78.75	92.85	91.86
65	114.9	81.59	79.59	96.62	96.12	86.76	85.25	73.23	69.64	80.37	77.66
100	123.6	56.96	52.28	88.23	86.51	71.86	68.65	52.34	45.96	59.17	53.52
150	87.7	44	37.92	70.90	66.63	55.89	50.85	42.46	34.74	45.04	37.44
200	62	28.67	20.93	35.50	26.03	22.94	14.15	27.08	17.31	28.56	18.68
.-270	26	20.33	11.68	32.59	22.7	30.56	22.63	20.77	10.15	24.75	14.35

		96		97		98		99		100	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	96.45	95.91	99.65	99.58	98.91	98.66	96.21	95.72	97.61	97.33
65	174.9	98.3	98.04	98.83	98.62	99.62	99.53	90.79	89.61	95.56	95.04
100	123.6	94.17	93.29	91.62	90.1	98.76	98.48	73.22	69.81	83.72	81.83
150	87.7	89.51	87.92	73.45	68.64	97.15	96.50	55.62	49.96	67.48	63.68
200	62	38.63	29.36	32.14	19.84	91.91	90.09	27.74	18.54	45.78	39.46
.-270	26	30.88	20.44	35.57	23.9	52.93	42.33	25.21	15.69	27.27	18.79

Malla	Tamaño (Micras)	101		102		103		104		105	
		Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	99.1	98.95	95.12	94.65	97.17	96.87	99.43	99.28	98.87	98.02
65	114.9	98.83	98.65	98.34	98.18	98.95	98.84	99.55	99.43	99.30	98.78
100	123.6	95.22	94.46	98.76	98.64	98.66	98.52	98.79	98.47	99.00	98.25
150	87.7	88.40	86.57	98.31	98.15	96.99	96.67	96.64	95.74	98.09	96.66
200	62	67.34	62.19	93.48	92.85	93.21	92.48	76.92	70.78	95.16	91.55
.-270	26	40.51	31.12	76.85	74.6	55.82	51.11	56.15	44.47	84.26	72.52

Malla	Tamaño (Micras)	106		107		108		109		110	
		Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	98.40	97	99.82	99.78	98.01	96.75	98.94	98.66	98.77	98.38
65	174.9	99.32	98.71	99.48	99.35	99.06	98.46	99.01	98.74	98.93	98.6
100	123.6	99.03	98.18	97.77	97.23	98.79	98.01	97.66	97.04	98.13	97.54
150	87.7	98.13	96.47	91.81	89.81	98.31	97.23	90.29	87.68	96.26	95.09
200	62	94.76	90.15	60.68	51.05	94.78	91.46	57.38	45.94	75.76	68.12
.-270	26	84.56	70.96	49.22	36.78	83.55	73.08	52.07	39.22	58.66	45.63

Malla	Tamaño (Micras)	111		112		113		114		115	
		Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	99.1	98.31	98.80	97.76	97.9	96.5	20.41	16.27	36.32	32.5
65	114.9	99.32	98.73	99.18	98.48	99.03	98.39	30.10	26.47	27.19	22.82
100	123.6	98.89	97.93	98.70	97.57	98.67	97.79	26.62	22.8	24.39	19.85
150	87.7	97.93	96.14	97.88	96.04	96.90	94.83	19.50	15.31	19.02	14.16
200	62	92.58	86.14	92.94	86.82	92.50	87.51	9.96	5.28	12.86	7.63
.-270	26	82.8	67.87	82.12	66.61	80.34	67.24	10.36	5.7	12.35	7.09

Malla	Tamaño (Micras)	116		117		118		119		120	
		Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	84.63	82.84	86.89	85.28	90.19	89.09	98.18	97.95	98.18	97.88
65	174.9	73.16	70.03	77.4	74.63	78.99	76.63	91.24	90.13	99.02	98.86
100	123.6	58.06	53.17	59.57	54.62	58.64	54.00	72.91	69.49	98.12	97.82
150	87.7	46.50	40.27	46.19	39.60	44.55	38.32	53.99	48.19	91.53	90.18
200	62	31.41	23.42	29.89	21.31	24.48	15.99	26.87	17.64	57.97	51.24
.-270	26	26.39	17.82	23.56	14.2	22.71	14.03	25.74	16.37	49.19	41.05

Malla	Tamaño (Micras)	121		122		123		124		125	
		Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	88.49	86.54	26.71	23.01	26.45	23	24.75	22.43	30.70	27.20
65	114.9	74.09	69.71	25	21.22	26.37	22.91	21.38	18.96	25.28	21.52
100	123.6	52.35	44.3	20.11	16.09	21.00	17.29	16.33	13.74	19.76	15.71
150	87.7	41.83	32.01	15.77	11.52	16.44	12.52	12.36	9.65	17.31	13.14
200	62	32.15	20.69	12.05	7.62	10.42	6.21	9.09	6.29	11.75	7.30
.-270	26	22.73	9.69	10.75	6.25	9.4	5.15	6.19	3.29	8.87	4.28

		126		127		128		129		130	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	78.63	75.26	74.86	71.28	58.27	55.78	82.29	80.04	39.25	37.41
65	174.9	56.14	49.23	61.49	56.01	37.46	33.74	67.65	63.54	23.98	21.67
100	123.6	40.37	30.97	47.57	40.12	26.87	22.52	50.24	43.91	17.46	14.95
150	87.7	34.39	24.04	37.56	28.69	21.69	17.02	37.37	29.4	13.76	11.14
200	62	25.37	13.60	29.76	19.78	14.59	9.50	28.45	19.35	7.79	4.98
.-270	26	19.97	7.35	19.54	8.11	8.26	2.80	18.83	8.51	5.83	2.97

		131		132		133		134		135	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	97.95	97.52	98.86	98.63	99.36	99.22	99.15	98.95	99.17	98.99
65	114.9	92.25	90.64	96.96	96.34	99.22	99.05	99.45	99.32	99.27	99.11
100	123.6	75.53	70.44	87.26	84.68	95.51	94.52	98.26	97.85	97.52	96.97
150	87.7	58.4	49.73	69.1	62.84	85.79	82.63	92.96	91.3	93.25	91.76
200	62	37.19	24.1	50.48	40.44	62.59	54.3	83.59	79.73	78.02	73.17
.-270	26	35.48	22.04	35.67	22.63	46.08	34.13	51.97	40.68	57.03	47.55

		136		137		138		139		140	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
48	247.7	99.15	99.02	96.56	96.02	99.51	99.43	97.84	97.49	99.66	99.6
65	174.9	96.89	96.42	93.99	93.04	98.98	98.81	97.49	97.1	98.47	98.19
100	123.6	89.32	87.73	80.07	76.93	94.17	93.16	87.91	86	91.58	90.06
150	87.7	76.18	72.62	60.83	54.65	81.38	78.18	68.38	63.38	78.55	74.67
200	62	53.16	46.15	44.47	35.72	57.54	50.24	47.25	38.9	57.18	49.42
.-270	26	38.55	29.35	31.43	20.62	40.07	29.78	33.34	22.8	40.82	30.09

		141		142		143		144		145	
Malla	Tamaño	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc	Y	Yc
	(Micras)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
35	350	100	100	100	100	100	100	100	100		
48	247.7	99.1	98.92	93.6	92.69	99.05	98.88	99.58	99.5	99.29	99.16
65	114.9	99.45	99.34	80.2	77.38	98.98	98.8	99.54	99.45	99.72	99.67
100	123.6	97.02	96.45	64.04	58.93	94.27	93.27	97.79	97.37	98.49	98.2
150	87.7	85.73	83	48.44	41.12	81.31	78.04	91.5	89.87	91.8	90.27
200	62	65.78	59.23	36.52	27.51	63.12	56.65	75.85	71.24	77.09	72.82
.-270	26	45.82	35.45	24.17	13.4	38.07	27.21	43.99	33.3	43.54	33.01

Nota. Tomado de archivo en Excel

Anexo 4.

Resultados de d_{50} , d_{50c} , α

Prueba	d_{50} (μm)	d_{50c} (μm)	α
1	136,47	159,32	1,93
2	151,66	168,44	1,88
3	121,17	132,31	1,58
4	35,76	40,49	0,82
5			
6			
7	381,00	309,71	1,01
8	178,44	212,66	1,29
9	112,43	124,98	2,31
10	81,73	98,69	1,91
11	134,34	147,05	2,00
12	96,82	111,24	2,42
13	44,74	59,24	1,81
14			
15			
16	251,06	263,25	1,57
17	191,89	208,57	1,30
18	192,75	241,84	1,24
19	174,24	199,59	1,98
20	142,71	169,39	1,78
21	134,36	149,13	2,12
22	310,14	301,80	1,19
23			
24	240,49	262,95	1,19
25	100,67	123,29	1,67
26	94,66	119,48	1,77
27	89,03	114,95	1,68
28	102,02	119,82	1,72
29	93,23	112,65	1,71
30	87,69	103,44	1,78
31	86,00	102,33	1,77
32	95,36	114,29	1,74
33	86,48	101,49	1,81
34	45,95	59,01	1,77
35	75,02	68,22	1,65
36	79,28	90,57	1,92
37	174,67	194,91	1,68
38	166,31	184,49	1,75
39	132,53	164,52	1,73

Prueba	d₅₀ (µm)	d_{50c} (µm)	α
40	28,47	40,53	1,63
41	60,93	70,60	1,93
42	59,64	68,82	1,79
43	22,60	33,78	1,80
44			
45	158,40	180,07	1,76
46	120,66	145,51	2,15
47	111,30	128,39	1,91
48	95,11	111,41	2,31
49	87,64	104,88	2,26
50	66,22	76,99	1,75
51	54,74	64,94	1,79
52	71,46	81,02	2,29
53	88,11	97,78	2,28
54	67,79	85,85	1,72
55	68,00	85,07	1,89
56	32,05	50,87	1,69
57	18,54	38,31	1,55
58			
59			
60			
61			
62	4,80	20,40	1,59
63	50,30	74,80	1,98
64	49,04	71,98	1,70
65	31,51	51,69	1,61
66	102,84	139,07	1,32
67	70,47	85,80	2,21
68	35,19	50,80	1,75
69	11,45	26,61	1,68
70			
71	285,99	345,13	1,06
72	250,71	280,55	1,10
73	261,94	289,23	1,15
74	155,26	192,96	1,41
75			
76			
77	74,21	84,71	2,33
78	63,52	72,00	2,22
79	97,28	112,92	2,05
80	105,05	124,62	2,12
81	82,56	99,09	3,05
82	72,87	85,76	1,99
83	60,79	71,46	2,39

Prueba	d₅₀ (µm)	d_{50c} (µm)	α
84	55,04	63,76	2,34
85	213,66	229,29	1,74
86	85,07	98,05	1,93
87	81,78	93,66	1,91
88	83,95	95,06	2,11
89	88,60	104,11	1,85
90	41,94	54,59	1,83
91	98,22	110,61	2,05
92	60,62	72,59	2,45
93	82,35	93,99	2,08
94	113,93	129,74	1,81
95	97,17	113,30	2,06
96	52,32	63,46	3,55
97	58,60	72,85	3,21
98			
99	80,86	91,81	2,43
100	79,82	91,81	2,43
101	28,25	41,25	1,69
102			
103			
104			
105			
106			
107	21,17	41,10	1,63
108			
109	19,99	42,51	1,60
110			
111			
112			
113			
114			
115	263,97	264,49	2,67
116	101,88	116,74	1,69
117	99,90	96,53	1,67
118	102,26	113,15	2,00
119	81,16	91,79	2,52
120	22,48	36,44	1,56
121	105,58	128,08	2,30
122	272,62	271,72	3,16
123	259,65	273,71	2,92
124	266,49	275,76	3,84
125	269,23	267,73	3,02
126	150,03	176,36	2,12
127	133,10	164,05	1,75

Prueba	d₅₀ (μm)	d_{50c} (μm)	α
128	214,18	227,80	2,15
129	122,30	138,27	1,85
130	258,55	267,14	3,06
131	67,20	86,56	1,99
132	51,63	68,16	2,25
133	25,95	44,53	1,98
134			
135			
136	44,43	57,58	2,09
137	63,29	77,79	2,24
138	37,64	52,01	2,10
139	55,49	68,75	2,10
140	38,68	53,89	2,07
141	23,92	40,27	1,95
142	87,97	103,61	2,19
143	36,35	50,63	2,13
144	17,02	32,86	2,09
145	27,71	38,71	1,52